



**COORDINACIÓN DE DESARROLLO
PROFESIONAL E INSTITUCIONAL**

SUBCOORDINACIÓN DE POSGRADO

T E S I S

**Sensibilidad del modelo ROMS a diferentes parametrizaciones de
mezcla en la marea interna de la Bahía de Todos Santos B.C.**

que para obtener el grado de

**Maestro en
Ciencias y Tecnología del Agua**

presenta

Ing. Jorge Armando Ibarra Romero

Tutor: Dr. Efraín Mateos Farfán

Co-tutor: Dr. Anatoliy Filonov

Posgrado IMTA
Tesis digitales
Restricciones de Uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal de Derechos de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de video y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente de donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto será sancionado por las autoridades correspondientes.

Resumen

En el presente trabajo se analizó la sensibilidad del modelo ROMS de Rutgers (Hedstrom, 2016), a diferentes parametrizaciones de mezcla en la vertical, en la región de la Bahía de Todos Santos (BTS), Ensenada, B.C. Para el estudio se utilizaron dos anidamientos una malla gruesa (A), con resolución de 6.6 km y al interior de esta una malla fina (B) de 2.2 km. Se utilizó la batimetría de GEB-CO 2014 (Weatherall et al., 2015). El modelo fue forzado solo con la marea del océano Pacífico Oriental del modelo Eastern North Pacific 2003 (ENPAC), (Spargo, Westerink, Luettich, y Mark, 2004). Las condiciones iniciales de temperatura y salinidad se obtuvieron de la base de datos de Simple Ocean Data Assimilation (SODA) v2.2.4, (Carton y Giese, 2005). Cada experimento consistió en la utilización de una de las siguientes parametrizaciones generic length scale (GLS), usando $k - \epsilon$, $k - \omega$, *gen* y también Mellor-Yamada 2.5 (*MY 2.5*). Los resultados muestran mayor sensibilidad en la temperatura del modelo en los primeros 15 km de la costa. A diferencia en la velocidad baroclínica, la sensibilidad del modelo se extiende hasta 200 km fuera de la costa, teniendo diferencias hasta 3 cm s^{-1} . También se observó que los experimentos $k - \epsilon$, $k - \omega$ y *MY 2.5*, tiene una dirección del flujo similar y el modelo *gen* presenta una dirección opuesta. El experimento *MY 2.5* es el más estratificado, con una capa de mezcla pequeña, donde las perturbaciones pueden ser disipadas por ondas internas. En la BTS, la frecuencia de Brunt-Väisälä es similar a lo documentado por Filonov, Lavín, Ladhah, y Tereshchenko (2014), sin embargo, es de menor frecuencia, debido a que la densidad es menor a lo esperado. Los espectros muestran como componente principal la semidiurna, seguida la diurna para la marea barotrópica y baroclínica.

Dedicatorias

A Dios por darme la oportunidad de continuar con mis estudios y a darme fuerza para encarar las adversidades en la vida.

A mis padres Miguel Ángel Ibarra y Dora Martha Romero, por apoyarme en los estudios y teniendo confianza en mi capacidad.

A mi hermano y su familia Miguel Ángel Ibarra, Laryza Velazco y Andrea Natalia Ibarra, por su apoyo y aliento a seguir adelante, a pesar de estar lejos.

A mis abuelitos José Natividad Romero y María Esther Jiménez, por su gran apoyo y cariño de vida.

A mis tíos Pedro García y Floriselda Romero, por su apoyo y ánimos para terminar los estudios.

Agradecimientos

A mi asesor Dr. Efraín Mateos, por su apoyo y enseñanzas durante mi estancia de la maestría.

A mis sinodales Dr. Anatoliy Filonov, M.C. Gabriela Colorado, Dr. J. Sergio Santana y Dr. Antonio Salinas, por sus conocimientos en las diferentes materias y guiarme para realizar un buen trabajo.

A todos los investigadores del posgrado que me inculcaron más conocimientos a través de las clases y asesorías.

A mis compañeros Carlos Adrián Moreno, Miguel Ángel Rodríguez, Lila Gabriela Ostos y Ma. del Rosario Ayala por su apoyo, asesorías, conocimiento, risas, pláticas y sobre todo la amistad que me brindaron.

Al equipo administrativo de Posgrado del IMTA, desde el inicio de la maestría y los que se encuentran presentes, por sus consejos, apoyo y ánimos. Haciendo que la estancia fuera más agradable.

A la Subordinación de Posgrado del IMTA por permitir el apoyo económico de la beca de manutención durante los 24 meses de la maestría y cursos que ampliaron mi conocimiento.

Al financiamiento otorgado por el Fondo Sectorial de Investigación para la Educación SEP-CONACYT, Convocatoria de Investigación Científica Básica 2010-2012, a través del proyecto 182574.

Índice general

Índice general	1
Índice de figuras	3
Índice de tablas	6
1. Introducción	7
1.1. Región de estudio	8
1.2. Marea astronómica	10
1.2.1. Teoría del equilibrio de las mareas	10
1.2.2. Componentes armónicas de la marea	14
1.2.3. Teoría dinámica de las mareas	16
1.3. Mareas internas	20
1.3.1. Teoría de la marea interna lineal	21
1.3.2. Mezcla en fluidos estratificados	25
1.4. Parametrización de modelos de cerradura de turbulencia de mezcla vertical	26
1.4.1. Modelos de cerradura	28
1.5. Objetivo	32

2. Metodología	33
3. Resultados	39
4. Discusiones y conclusiones	67
4.1. Discusiones	67
4.2. Conclusiones	68
A. Turbulencia homogénea	70
A.1. Promedio de Reynolds	70
A.2. Problema de cerradura	71
Referencias	73

Índice de figuras

1.1. Área de estudio la Bahía de Todos Santos	9
1.2. Marea provocado por el par Tierra-Luna	11
1.3. Marea diurna	12
1.4. Mareas astronómicas vivas y muertas	13
1.5. Componente armónico K_1 y M_2 de la marea en la BTS	16
1.6. Modelo de aguas someras	17
1.7. Deformación de la onda	19
1.8. Mapa cotidal O_1	20
1.9. Marea interna	21
1.10. Inestabilidad Kelvin-Helmholtz	25
2.1. Región de las mallas anidadas	34
2.2. Perfil de temperatura	36
2.3. Perfil de salinidad	36
2.4. Método para la simulación en ROMS	38
3.1. Energía cinética global de la simulación Malla A, 2 primeros meses	40
3.2. Energía cinética global de la simulación Malla B, 2 primeros meses	40
3.3. Transectos de la región de estudio	41

3.4. Transecto A1, temperatura media del segundo mes	42
3.5. Transecto A2, temperatura media del segundo mes	43
3.6. Transecto B1, temperatura media del segundo mes	44
3.7. Transecto A1, componente u baroclínica media del segundo mes .	45
3.8. Transecto A2, componente u baroclínica media del segundo mes .	46
3.9. Transecto B1, componente u baroclínica media del segundo mes .	47
3.10. Diferencia de temperatura a 50 m de profundidad de los experimentos	48
3.11. Temperatura a 50 m de profundidad de los experimentos	49
3.12. MAE de temperatura a 50 m de los experimentos	50
3.13. Diferencia de la componente u baroclínica a 50 m de profundidad de los experimentos	51
3.14. Componente u baroclínica a 50 m de profundidad de los experimentos	51
3.15. MAE de la componente u baroclínica a 50 m de los experimentos .	52
3.16. Velocidad media a 50 m de profundidad en la BTS	53
3.17. Puntos de comparación para diferentes perfiles	54
3.18. Frecuencia Brunt-Väisälä, perfil de temperatura, salinidad y densi- dad de los experimentos de cerradura en el punto -117.56 O, 30.25 N	55
3.19. Frecuencia Brunt-Väisälä, perfil de temperatura, salinidad y densi- dad de los experimentos de cerradura en el punto -118.53 O, 29.7 N	56
3.20. Límites de las ondas internas -117.56 O, 30.25 N	57
3.21. Puntos en la BTS donde se observan ondas internas	59
3.22. Comparación de dos puntos del experimento <i>MY 2.5</i>	60
3.23. Espectro de la elevación superficial del mar del mareógrafo de En- seada	61

3.24. Espectro de la elevación superficial del mar, coordenadas -116.72 O, 31.82 N	61
3.25. Espectro de la elevación superficial del mar, coordenadas -116.77 O, 31.87 N	62
3.26. Espectro de temperatura, coordenadas -116.72 O, 31.82 N	62
3.27. Espectro de temperatura, coordenadas -116.77 O, 31.87 N	63
3.28. Serie de tiempo de 20 días de la elevación superficial del mar, mareógrafo de Ensenada y coordenadas -116.72 O, 31.82 N	64
3.29. Serie de tiempo de 20 días de la elevación superficial del mar, mareógrafo de Ensenada y coordenadas -116.77 O, 31.87 N	64
3.30. Serie de tiempo de 10 días de la temperatura, coordenadas -116.72 O, 31.82 N	65
3.31. Serie de tiempo de 10 días de la temperatura, coordenadas -116.77 O, 31.87 N	66

Índice de tablas

1.1. Principales componentes armónicos de la marea.	15
1.2. Parámetros de los modelos $k - \epsilon$, $k - \omega$ y <i>gen.</i>	30
2.1. Experimentos realizados con el modelo ROMS.	33
2.2. Características de las mallas A y B.	34
2.3. Parámetros de las coordenadas-s generalizadas.	35
3.1. Correlación de los transectos de temperatura entre los experimentos, para la malla B.	44
3.2. Correlación y desfase de los transectos A1, A2 y B1, de la componente u y v baroclínica entre los experimentos, para la malla B.	48
3.3. Frecuencia máxima de Brunt-Väisälä y límite inicial de la termoclina en punto P1 y P2	58
3.4. Frecuencia máxima de Brunt-Väisälä y límite inicial de la termoclina para <i>MY</i> 2.5 en la BTS	60

Capítulo 1

Introducción

Algunos de los mecanismos energéticos de mezcla en el océano son debidos al forzamiento de viento y marea, donde las corrientes por marea generan flujos turbulentos o mezcla y en zonas estratificadas pueden ser disipadas por ondas internas (Garrett, 2003; Laurent y Garrett, 2002). La mezcla en la vertical es variable, irregular y aleatoria, siendo complejo estimarla mediante modelos numéricos que usan las ecuaciones hidrodinámicas (Navier-Stokes). Las correlaciones desconocidas de los esfuerzos de Reynolds dan lugar al problema de cerradura. Para estimar las correlaciones, se usan métodos empíricos, parametrizando la viscosidad turbulenta y cerrar las ecuaciones, teniendo en cuenta la energía cinética turbulenta y la longitud de escala, se obtiene una clase de modelos de turbulencia de dos ecuaciones (Wilcox, 1994). Las parametrizaciones tienen diferentes coeficientes, teniendo diversos comportamientos para cada aplicación en varias regiones. Estudios como el de Burchard, Petersen, y Rippeth (1998) mencionan que los modelos $k - \epsilon$ (modelo de dos ecuaciones de energía cinética turbulenta, TKE en sus siglas en inglés, y la disipación de la energía), y Mellor-Yamada (modelo de dos ecuaciones de la TKE y el producto de la TKE por la longitud de escala), tiene un comportamiento similar para modelos de marea interna sobre el mar de Irlanda, en el trabajo de Warner, Sherwood, Arango, y Signell (2005) el modelo Mellor-Yamada no produjo correctamente el perfil de viscosidad, a diferencia del modelo $k - \epsilon$, $k - \omega$ (modelo de dos ecuaciones de la TKE y la división entre la disipación y la TKE), y *gen* (modelo de dos ecuaciones de la TKE y la longitud de escala genérica). También se han realizado estudios sobre la modelación de la marea interna para determinar el rendimiento de nueve parametrizaciones de mezcla en la vertical sobre la montaña marina Fieberling Guyot, siendo las de mejor resultado los modelos de Mellor-Yamada 2.5 y los genéricos *gen*, $k - \epsilon$ y

$k - \omega$, (Robertson, 2006).

Con base a las investigaciones previas, el presente trabajo pretende estudiar las diferentes parametrizaciones de mezcla vertical en la BTS, debido a la falta de disponibilidad de estudios numéricos, que permitan entender la sensibilidad de mezcla bajo distintos regímenes de estratificación (estacional) y a la falta de comparación, para ayudar a seleccionar una mejor configuración del modelo en una región estratificada, usando forzamientos de marea.

El trabajo de investigación, describe la metodología del diseño de los experimentos numéricos considerados. En el capítulo de resultados se analiza la temperatura, componente u baroclínica de cada experimento, además de analizar el espectro en la Bahía de Todos Santos. Finalmente se discuten y concluyen los resultados obtenidos.

1.1. Región de estudio

La Bahía de Todos Santos, (figura 1.1), está localizada en la costa noroeste de la península de Baja California, 100 km al sur de la frontera entre E.U. y México. Se encuentra limitada al norte por Punta San Miguel, a los $31^{\circ} 55' N$, al sur, por Punta Banda ($31^{\circ} 43' N$), al este, con la barra del estero de Punta Banda y la ciudad de Ensenada ($116^{\circ} 37' O$). La región occidental está limitada por dos islas de Todos Santos Norte y Sur ($116^{\circ} 45' O$). Es una bahía somera, con profundidades menores a 50 m y cuenta con un cañón submarino de 8 km de estrecho y una profundidad de hasta 400 m.

La entrada entre Punta San Miguel y la isla Todos Santos Norte tiene una anchura de alrededor 11.7 km, mientras que la entrada entre Punta Banda e Isla Todos Santos Sur, tiene una anchura de 6.4 km (Argote et al., 1975).

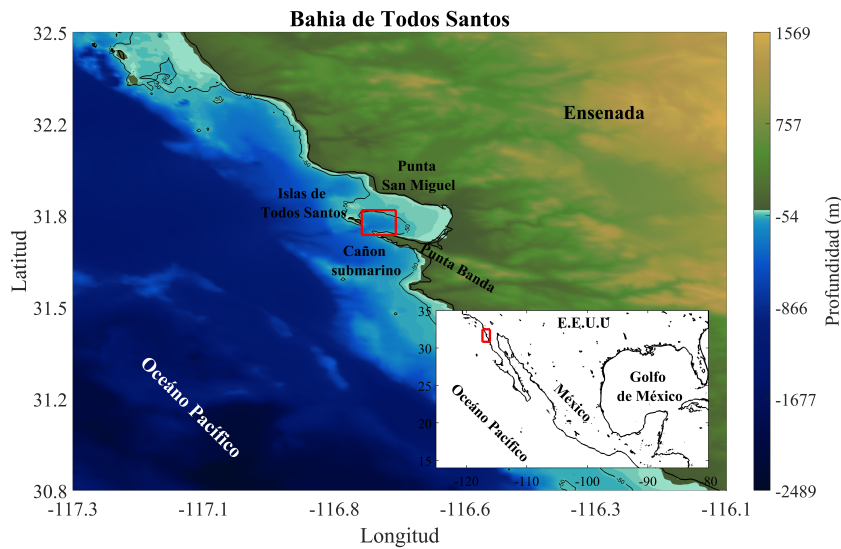


Figura 1.1: La Bahía de Todos Santos, localizada en Ensenada, B.C., cuenta con un cañón submarino entre Punta Banda y las islas Todo Santos.

En la Bahía de Todos Santos, (BTS) se han realizado varios estudios como la comparación de modelos de transporte residuales de sedimentos, donde se identificó un patrón de dispersión de transporte. En la zona norte el transporte es con dirección SE y NE, cerca de la Isla Todos Santos. Mientras que en el sur, es con dirección NE y en el centro hacia el oeste. Las corrientes residuales de marea y ondas internas, son un factor importante para la resuspensión y transporte del material en las zonas profundas de la BTS (Sánchez, Carriquiry, Barrera, y López-Ortiz, 2009).

Otro estudio sobre la circulación de verano de la BTS, forzado por la corriente de California (C.C.) y vientos sinópticos, donde la circulación al exterior de la bahía tiene una dirección hacia el sur entrando a la bahía y la circulación al interior existe en general una oscilación anticiclónica, (Mateos, Marinone, y Parés-Sierra, 2008).

También hay estudios sobre el patrón espacial de las mareas internas, con el objetivo de proveer una primera descripción de las características de las ondas internas en la BTS. Los resultados mostraron, en la parte norte, señales semi-diurnas dominantes forzadas por la marea y señales diurnas forzadas por viento, en el sur, (Filonov et al., 2014).

1.2. Marea astronómica

1.2.1. Teoría del equilibrio de las mareas

La marea es una onda gravitatoria de longitud de onda larga que provoca variaciones periódicas ascendentes y descendentes del nivel del mar, pueden ser diurnas o semidiurnas. Estas son producidas principalmente por la fuerza gravitacional que ejercen los astros como el Sol y la Luna sobre la Tierra.

La fuerza gravitacional entre dos cuerpos está dada por:

$$F_g = \frac{km_1m_2}{r^2} \quad (1.1)$$

Donde k es la constante universal de gravedad, m_1 y m_2 es la masa de dos cuerpos y r es la distancia entre esos dos cuerpos.

La ecuación 1.1 se le resta la fuerza centrífuga quedando:

$$F_g = \frac{km_1m_2}{(r-a)^2} - \frac{-km_1m_2}{r^2} \quad (1.2)$$

Donde a es el radio de la tierra. Tomando en cuenta que $r \gg a$ y simplificando la ecuación 1.2 entonces:

$$F_g = \frac{km_1m_22a}{r^3} \quad (1.3)$$

La fuerza de la marea lunar resultante (figura 1.2) es la suma vectorial de la fuerza de atracción gravitacional lunar y de la fuerza centrífuga en torno al par Tierra-Luna, (suponiendo un planeta esférico totalmente cubierto de una capa uniforme de agua).

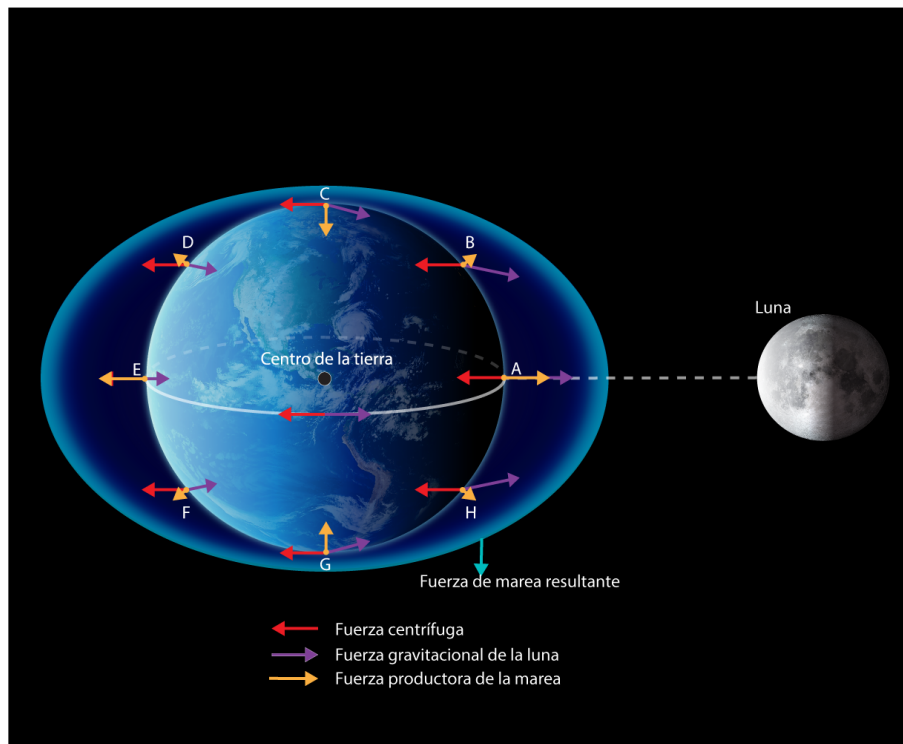


Figura 1.2: La fuerza resultante de la marea en naranja, es producido por la resultante entre la fuerza de atracción gravitacional de la Luna en morado y la fuerza centrífuga del sistema Tierra-Luna en rojo, moviendo la masa de agua como la protuberancia en azul. Elaboración propia, adaptado de University (1999), fuente: NASA (2016); Simmon (2013).

La fuerza gravitacional de la Luna no es uniforme debido a la variación de la distancia en diferentes puntos de la Tierra. Cuando un punto (A) de la Tierra está muy cerca de la Luna la fuerza de atracción es más fuerte, que el punto (E) de la Tierra más lejano a la Luna donde predomina la fuerza centrífuga. Debido a la fuerza centrífuga que tiene la misma magnitud en cualquier punto de la Tierra, la fuerza resultante tiene la misma magnitud en el punto mas cercano y el más lejano, pero en sentido opuesto.

Entre un punto intermedio (B) y el centro de la Tierra se forma un ángulo ψ modificando la ecuación 1.3 en:

$$F_g = \frac{km_1m_22a}{(r - a\cos\psi)^2} \quad (1.4)$$

Debido a que la Tierra está en rotación en un día se pueden observar dos mareas altas y dos mareas bajas a una frecuencia semidiurna si la Luna está alineada con el ecuador.

Cuando la Luna no se encuentra alineada con el ecuador debido a la inclinación de la órbita lunar, en latitudes medias la marea tiene una frecuencia diurna, ya que en 24 horas el punto A solo tiene una marea alta de amplitud grande (figura 1.3).

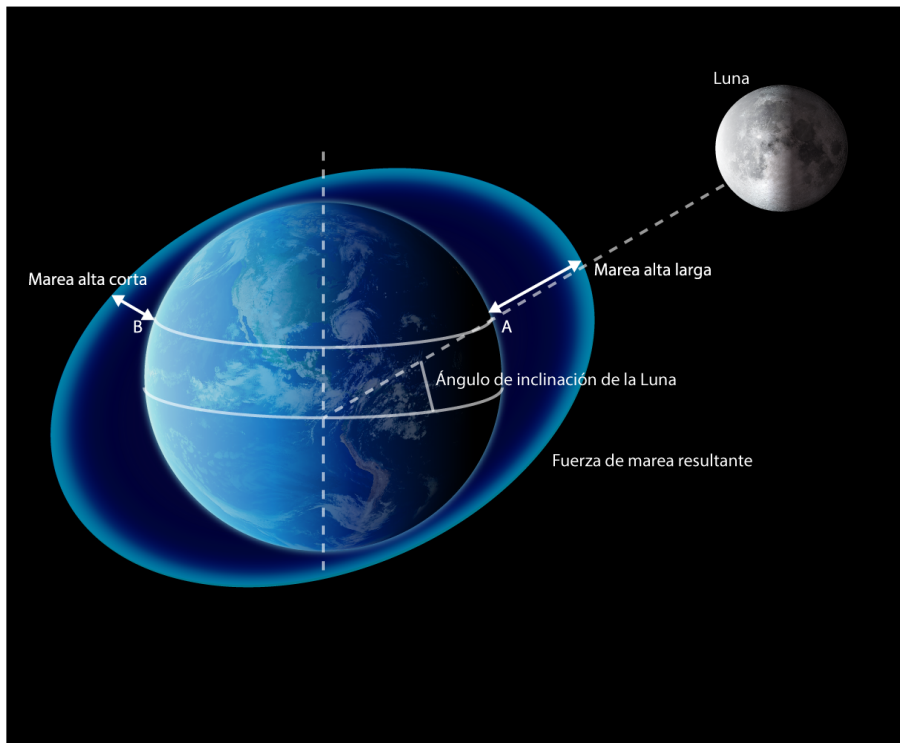


Figura 1.3: Debido a la posición de la Luna la marea alta tiene un ángulo provocando que en un punto de referencia de latitud media, tenga una marea alta, siendo frecuencia diurna.

Elaboración propia, adaptado de University (1999), fuente: NASA (2016); Simmon (2013).

La fuerza gravitacional entre la Tierra y el Sol también afecta a las mareas, teniendo un comportamiento similar al sistema Tierra-Luna. Aunque la masa del Sol es mucho mayor al de la Luna, la fuerza que produce la marea es menor, debido a que el Sol está muy lejos de la Tierra comparado con la Luna.

Existen dos tipos de marea, dependiendo de la posición relativa de la Tierra, el Sol y la Luna (figura 1.4):

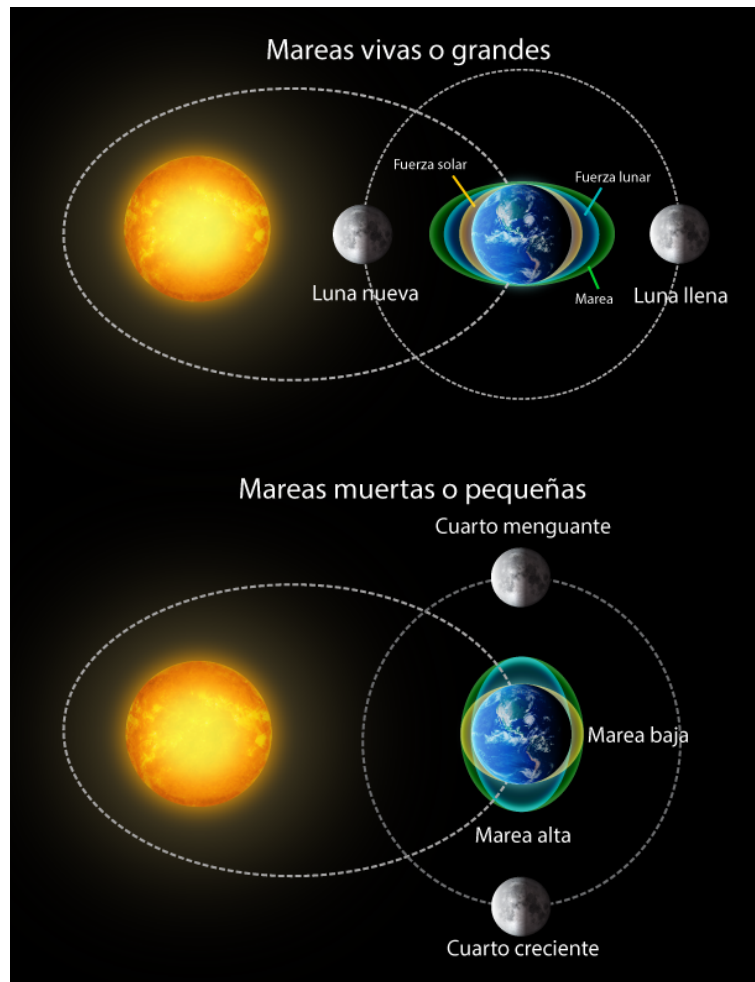


Figura 1.4: La marea viva cuando hay Luna llena o nueva; marea muerta cuando hay cuarto creciente o menguante.

Elaboración propia, adaptado de Pugh y Woodworth (2014), fuente: NASA (2016); NASA/SDO (2015); Simmon (2013)

Las mareas grandes o mareas vivas ocurren cuando el Sol y la Luna están alineados con la Tierra, ya sea en Luna llena o en Luna nueva y tiene amplitudes grandes.

Las mareas pequeñas o muertas ocurren cuando el Sol y la Luna están en cuadratura con respecto a la Tierra y la amplitud es pequeña.

La fuerza de la marea solar depende de la distancia entre el Sol y la Tierra durante el año, teniendo en cuenta que la órbita es elíptica. Por ejemplo, en el hemisferio norte la marea es mayor en invierno que en verano, igual durante los equinoccios. Estas posiciones generan períodos semianuales y anuales en la fuerza de marea, (Balmforth y Llewellyn-Smith, 2005; Pugh y Woodworth, 2014).

1.2.2. Componentes armónicas de la marea

Teniendo en cuenta los aspectos mencionados, las órbitas elípticas, la inclinación de las mismas, la rotación, la traslación de la Tierra y los ciclos que tarda la Luna en completar la traslación sobre la Tierra y el movimiento de la órbita, dan como resultado una combinación de componentes armónicos de la marea.

Cada componente, es una función coseno a la que se le asigna una amplitud, periodo y fase.

$$\eta(t) = \eta_0 + \sum_{i=1}^m A_i \cos(\omega_i t + \alpha_i) \quad (1.5)$$

Donde $\eta(t)$ es el nivel del mar, η_0 es el nivel medio del mar, A_i es la amplitud del i -ésimo armónico, ω_i es la frecuencia, α_i es la fase y m es el número de armónicos.

Estos componentes se dividen en tres categorías: diurnas, semidiurnas y de periodo largo mayor a un día (Tabla 1.1). La marea se ha estudiado y se han encontrado 390 componentes armónicos, sin embargo en la práctica se usan siete componentes, cuatro semidiurnas y tres diurnas, (Marinone y Lavín, 1997; McLellan, 1977; University, 1999).

Tabla 1.1: Principales componentes armónicos de la marea.

Nombre de la constante armónica	Símbolo	Periodo (Hr)
Semidiurnas		
Principal lunar	M_2	12.42
Principal solar	S_2	12.00
Lunar elíptico mayor	N_2	12.66
Luni-solar	K_2	11.97
Diurnas		
Luni-solar	K_1	23.93
Principal lunar	O_1	25.82
Principal solar	P_1	24.07
Periodo largo		
Lunar quincenal	M_f	327.86
Lunar mensual	M_m	661.30
Solar semi-anual	S_{sa}	2191.43

Adaptado de McLellan (1977); University (1999)

En la BTS se han observado que las mareas tienen 16 componentes armónicas, siendo las más importantes, la diurna K_1 y semidiurna M_2 , figura 1.5, (SINAT, 2004).

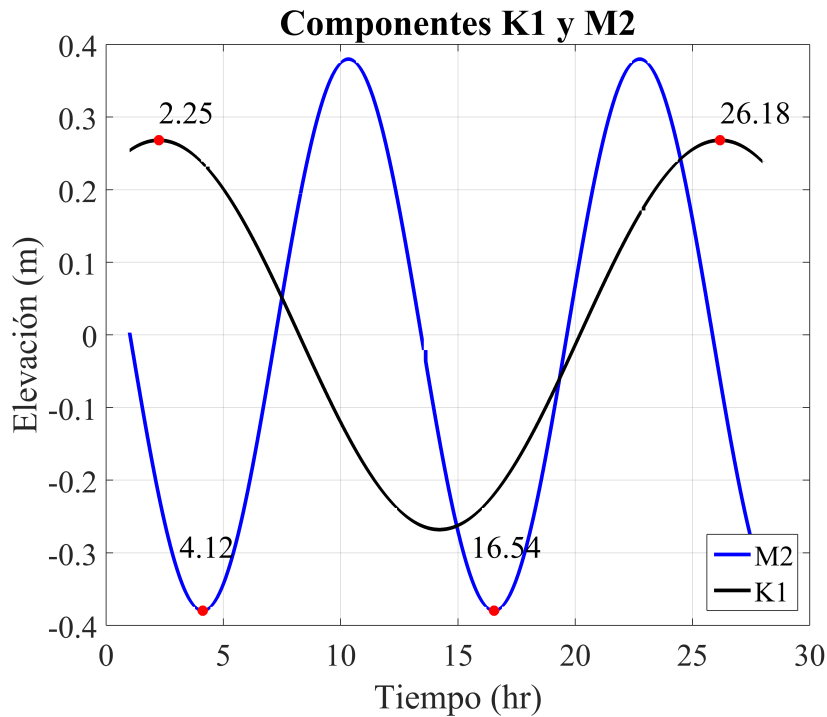


Figura 1.5: En la BTS predomina la marea semidiurna M_2 en azul con periodo de 12.42 hr y diurna K_1 en negro con un periodo de 23.93 hr.

1.2.3. Teoría dinámica de las mareas

La teoría de equilibrio no representa las mareas observadas, debido a que consiste en protuberancias simétricas, sin embargo el movimiento del agua obedece las leyes físicas representadas por las ecuaciones hidrodinámicas, y debido a que $h \ll \lambda$, donde h es la profundidad y λ es la longitud de onda, se describen como ondas largas gravitacionales barotrópicas (ecuación 1.6, 1.7 y 1.8), usando el modelo de aguas someras (figura 1.6). Se debe tomar en cuenta otros aspectos como: los efectos de la rotación de la tierra como la fuerza de Coriolis, la presencia de masas de tierra, la batimetría de los océanos, las fuerzas friccionales y la inercia.

El sistema de ecuaciones de una onda larga se considera en un medio incompresible, continuo, usando la aproximación de Boussinesq y el promedio de Reynolds, si la onda larga se encuentra cerca de la costa, se debe considerar la fricción en el fondo.

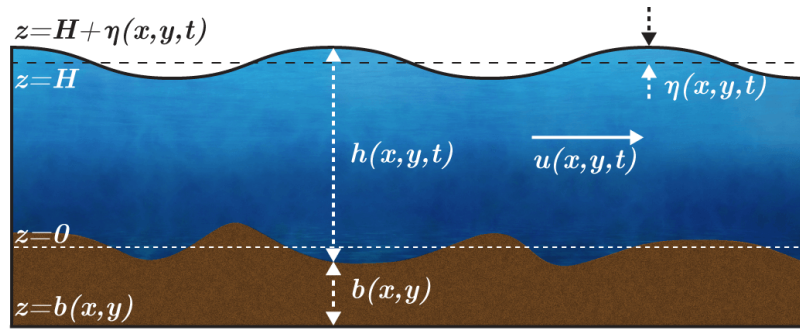


Figura 1.6: El modelo de aguas someras de un flujo homogéneo, indicando la dirección, el fondo, la profundidad y la elevación de superficie libre. Elaboración propia, adaptado de Cushman-Roisin y Beckers (2011).

Sistema de ecuaciones de momento:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \bar{v} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \nu_h \nabla^2 \bar{u} - \frac{1}{\rho h} \tau_{xz}(-h) \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + f \bar{u} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \nu_h \nabla^2 \bar{v} - \frac{1}{\rho h} \tau_{yz}(-h) \quad (1.7)$$

Para la fricción se puede usar una parametrización $\tau_{xz}(-h) = \rho C_D (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{1/2} \bar{u}$, donde C_D es el coeficiente de arrastre. La ecuación de continuidad es:

$$\frac{\partial}{\partial t} \eta + \frac{\partial}{\partial x} \bar{u} h + \frac{\partial}{\partial y} \bar{v} h = 0 \quad (1.8)$$

Donde \bar{u} es la componente de velocidad de este a oeste y \bar{v} en dirección norte a sur, ambos promediados en la vertical, t es el tiempo, f es la componente de Coriolis, g la constante de gravedad, η es la elevación de la superficie libre sobre el nivel medio del mar, ν_h coeficiente de viscosidad horizontal, ρ es la densidad, h es la profundidad debajo del nivel medio del mar τ_{xz} y τ_{yz} es la fricción en el fondo.

De las ecuaciones 1.6, 1.7 y 1.8, sin tomar en cuenta los efectos de la rotación de la tierra y los términos no lineales como la advección, difusión y fricción, $u = v = \eta = 0$ y $H = h - \eta$, se puede deducir la ecuación de la onda para fondo variable:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - g \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(H \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(H \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \right] = 0 \quad (1.9)$$

Para fondo plano o constante H , entonces la ecuación 1.9 se escribe como:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - gH \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (1.10)$$

Si se usa una solución de onda:

$$\eta(x, y, t) = \eta_0 e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)} \quad (1.11)$$

La relación de dispersión si $\omega \neq 0$ es:

$$\omega = \sqrt{gH(k_x^2 + k_y^2)} \quad (1.12)$$

La rapidez de fase $C = \frac{\omega}{k}$ de las ondas largas son no dispersivas debido a que no depende del número de onda:

$$C = \sqrt{gH} \quad (1.13)$$

Cerca de la costa se debe considerar la amplitud de la onda, ya que es comparable con la profundidad de la costa, tanto para la cresta (ecuación 1.14a) como para el valle (ecuación 1.14b) de la onda, quedando:

$$C = \sqrt{g(H + \eta)} \quad (1.14a)$$

$$C = \sqrt{g(H - \eta)} \quad (1.14b)$$

La fricción en el fondo se opone al flujo reduciendo la energía del movimiento. Si la onda se acerca a aguas menos profundas la rapidez de la onda decreciente, creando una deformación entre la cresta y el valle de la onda (figura 1.6). Si la onda es reflejada, puede entrar en resonancia con la onda entrante aumentando

la amplitud y puede ser estacionaria. Estos aspectos modifican los componentes armónicos de la marea siendo la frecuencia un múltiplo de los armónicos de la marea astronómica. De esta manera, la componente astronómica M_2 , en aguas poco profundas se comportaría como una componente M_4 siendo cuatro oscilaciones al día.



Figura 1.7: Deformación de la onda debido a la fricción del fondo oceánico propagándose hacia aguas poco profundas.
Elaboración propia, adaptado de Pugh y Woodworth (2014)

Cuando la onda tiene la influencia de la fuerza de Coriolis pueden ocurrir las ondas de Poincaré y cuando se encuentra cerca de la costa puede producirse la onda de Kelvin, donde en el hemisferio norte se propagan a la derecha y en el hemisferio sur a la izquierda de la costa, (Cushman-Roisin y Beckers, 2011; Dean y Dalrymple, 1991; Dijkstra, 2008).

Conociendo la dinámica de la marea, se puede realizar un análisis de los armónicos, donde se obtiene la fase y la amplitud, representados en mapas cotidales.

La geometría de las cuencas oceánicas y la fuerza de Coriolis forman un sistema anfidrómico. En este sistema se puede definir líneas cotidales o de cofase (marea alta a la misma fase y amplitud), unidos por un punto anfidrómico donde el nivel del mar no cambia o su amplitud es cero. La cresta de la onda de la marea se propaga y crece radialmente con la distancia de dicho punto. Un mapa cotidal (figura 1.7), contiene un conjunto de los dos tipos de líneas para cada componente armónico de la marea, dando a conocer la estructura y la propagación de la marea.

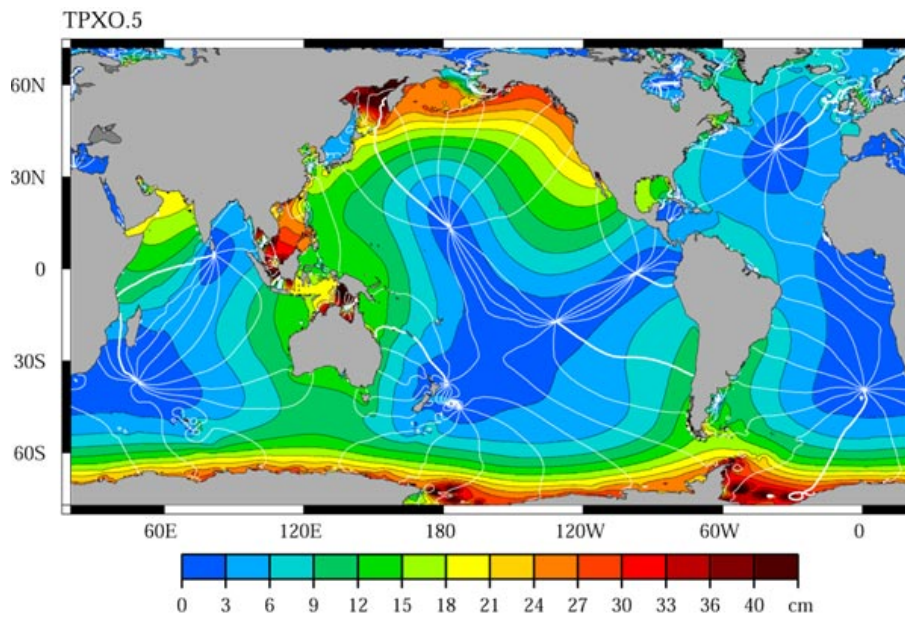


Figura 1.8: Mapa cotidal que muestra el componente armónico principal lunar diurno O_1 , usando datos de TOPEX/Poseidon. Las líneas blancas representan la fase de la marea.
Fuente: Ray (Sin fecha)

Las corrientes de marea son producidas cuando el nivel del mar sube o baja, si sube la marea la corriente está en flujo y cuando baja la marea la corriente se encuentra en reflujó. Por lo tanto tienen el mismo período de las mareas, pueden ser semidiurnas o diurnas, (Godin, de la Paz, Rodríguez, y Ortiz, 1980; Marinone y Lavín, 1997).

Cuando las corrientes de marea fluyen cerca de la costa o agua poco profunda y estratificadamente estable, son frenadas debido a la fricción con el fondo del mar, creando un perfil de corriente vertical. Al interactuar con el fondo puede generar oscilaciones verticales con periodos de marea, generando mareas internas y turbulencia (Pugh y Woodworth, 2014).

1.3. Mareas internas

La marea interna o baroclínica son ondas de gravedad internas. Estas son generadas en el océano estratificado estable por la interacción de corrientes y la topografía del fondo oceánico. La onda interna depende de la inclinación del fondo $\tan\theta = dh/dx$ y de la densidad de la estratificación (Apel, 1988; Filonov et al., 2014).

El océano se encuentra estratificado verticalmente en capas de diferente densidad. Las ondas internas son generadas cuando las corrientes se encuentran con pendientes submarinas o pasan perpendicularmente a lo largo de un umbral (levantamiento) o cañón submarino. Las corrientes alteran su dirección empujando y poniendo a oscilar la interfaz entre dos o más capas de diferente densidad (figura 1.9).

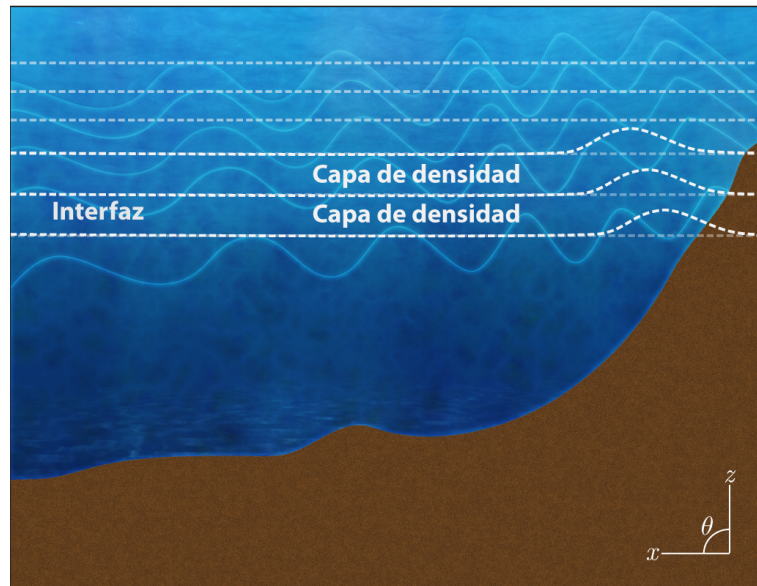


Figura 1.9: La marea interna depende de la estratificación y de una perturbación de la interfaz de las capas de densidad, debida a una corriente interna. Elaboración propia, adaptado de Cushman-Roisin y Beckers (2011)

Existe una zona donde el cambio de densidad con la profundidad es máximo y se conoce como la pycnoclina. La gran diferencia de densidad en la pycnoclina permite que la onda interna alcance una mayor energía.

La marea interna varía durante el año, debido a que la densidad cambia por la diferencia de temperatura en dicho periodo. También son más fuertes durante la marea viva y pueden tardar días en propagarse. La fase de la marea puede tener una diferencia afectada por corrientes irregulares, eddies y variaciones de densidad.

1.3.1. Teoría de la marea interna lineal

Para estudiar y comprender la marea interna se consideran algunas suposiciones para linealizar las ecuaciones: el dominio es infinito en todas las direcciones,

no hay mecanismos disipativos, y por último el movimiento de los fluidos y las amplitudes de onda son pequeñas.

La densidad de un fluido se descompone de la siguiente manera:

$$\rho = \rho_0 + \bar{\rho}(z) + \rho'(x, y, z, t) \quad (1.15)$$

Donde ρ_0 es la densidad constante, $\bar{\rho}(z)$ es el promedio de la densidad en la vertical, $\rho'(x, y, z, t)$ es la fluctuación de la densidad.

La desigualdad $|\bar{\rho}| \ll \rho_0$ hace justificar la aproximación de Boussinesq, mientras que la siguiente desigualdad es necesaria para linealizar el problema de las ondas $|\rho'| \ll |\bar{\rho}|$.

Con las suposiciones anteriores las ecuaciones que describen el movimiento son:

Movimiento

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{1}{\rho_0} g\rho' \quad (1.18)$$

Continuidad

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.19)$$

Densidad:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + w \frac{d\bar{\rho}}{dz} = 0 \quad (1.20)$$

Relacionando la componente w con la frecuencia de flotabilidad o Brunt - Väisälä N en un medio incompresible derivando en el tiempo a partir del mo-

mento vertical, ecuación 1.18 se obtiene:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t} + N^2 w = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial z \partial t} \quad (1.21)$$

Donde la frecuencia Brunt - Väisälä, está dado por:

$$N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{d\bar{\rho}}{dz} \quad (1.22)$$

Para obtener la relación de la divergencia horizontal y la presión perturbada, primero se obtiene la divergencia de la componente u y v (ecuaciones 1.16 y 1.17), que resulta en:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial t} + f \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial^2 \rho'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho'}{\partial y^2} \right) \quad (1.23)$$

Luego se relaciona la vorticidad horizontal de las ecuaciones 1.16 y 1.17 y vertical con la componente w (ecuación 1.18), obteniendo:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = f \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1.24)$$

Finalmente derivando en el tiempo la ecuación 1.23 y al eliminar el último término de la ecuación 1.24, se obtiene:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \rho'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho'}{\partial y^2} \right) \quad (1.25)$$

Para obtener la ecuación de la onda interna, se relaciona la componente w (ecuación 1.18) con de las ecuaciones 1.20 y 1.25 y eliminando la presión perturbada p' , que resulta en:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = - \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{\rho_0} g w \frac{d\bar{\rho}}{dz} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \quad (1.26)$$

Finalmente se sustituye la ecuación 1.22 en 1.26, donde se obtiene:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\nabla^2 w) + \left(N^2 \nabla_h^2 + f^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) w = 0 \quad (1.27)$$

Las ondas de gravedad internas al tener en cuenta la rotación de la tierra y un fluido estratificado, a partir de la ecuación 1.27 y mediante la suposición de una solución oscilatoria:

$$w = w_0 e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)} \quad (1.28)$$

Se obtiene la relación de dispersión:

$$\omega^2 = \frac{N^2(k_x^2 + k_y^2) + f^2 k_z^2}{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \quad (1.29)$$

Al transformar la relación se comprueba que la frecuencia no depende del número de onda, sólo del ángulo respecto al plano horizontal, la frecuencia inercial y de flotabilidad.

$$\omega = N \cos \theta + f \sin \theta \quad (1.30)$$

Si a la solución de onda ecuación 1.28 suponemos condiciones de frontera en el fondo y en la superficie, además de eliminar la velocidad vertical, realizar un producto del transporte en el plano horizontal de la onda y una eigenfunción vertical, se obtiene la siguiente solución oscilatoria:

$$w(x, y, z, t) = W(z) e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)} \quad (1.31)$$

Mediante la sustitución de la ecuación 1.31 en la ecuación 1.27 obtenemos:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + (k_x^2 + k_y^2) \left(\frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2 - f^2} \right) W = 0 \quad (1.32)$$

Ésta es la estructura vertical de las ondas internas, donde explica los límites por la frecuencia de Brunt-Väisälä N y la componente de Coriolis f . Para que las ondas internas puedan propagarse, la frecuencia ω , no excederá el máximo de la

frecuencia N y no debe ser menor que la frecuencia f .

$$f^2 \leq \omega^2 \leq N_{max}^2(z) \quad (1.33)$$

Si la frecuencia de la onda es menor que la frecuencia de la fuerza de Coriolis, entra en resonancia. De otro modo, si la frecuencia de onda es mayor a la de Brunt-Väisälä, dicha onda se romperá para generar mezcla. La latitud crítica para la componente diurna es 30° N y para la semidiurna 74.5° N. (Apel, 1988; Cushman-Roisin y Beckers, 2011).

1.3.2. Mezcla en fluidos estratificados

En un medio estratificado es necesario energía para elevar fluidos muy densos y hundir flujos menos densos. Una fuente de energía para generar turbulencia en un medio establemente estratificado, es a través de un gradiente vertical de un flujo horizontal du/dz . Esto provoca condiciones de inestabilidad, permitiendo a las pequeñas perturbaciones crecer. Este proceso es conocido como la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz (figura 1.10).

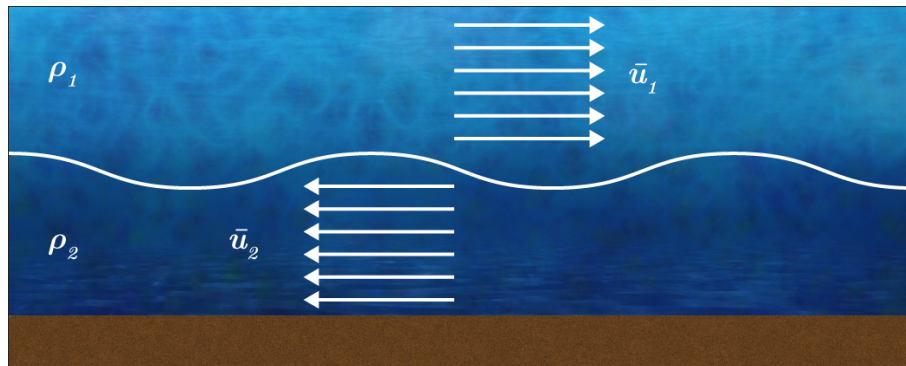


Figura 1.10: La inestabilidad de Kelvin-Helmholtz producido por un gradiente en la vertical de un flujo horizontal, la capa ρ_1 de densidad mas ligera con dirección del flujo \bar{u}_1 y la capa ρ_2 de una densidad mas pesada, con dirección del flujo \bar{u}_2 .
Elaboración propia, adaptado de Cushman-Roisin y Beckers (2011)

Para determinar una condición necesaria de inestabilidad en un flujo estable, no viscoso, no difusivo, en 2 dimensiones, el número de Richardson R_i (ecuación 1.35) debe ser menor a $1/4$, de lo contrario será un flujo estable donde las perturbaciones se disiparán o propagarán como ondas internas.

$$R_i = \frac{N^2}{\left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2} \quad (1.34)$$

Donde: N^2 es la frecuencia de Brunt-Väisälä. El número de Richardson es una relación entre la energía potencial y cinética. Si la energía cinética es muy grande el número de Richardson es menor a 1/4 y gran parte de la energía turbulenta es disipada y solo una fracción alimenta la energía potencial turbulenta (Cushman-Roisin y Beckers, 2011; Thorpe, 2007).

1.4. Parametrización de modelos de cerradura de turbulencia de mezcla vertical

Las fluctuaciones turbulentas o pequeñas perturbaciones, afectan al flujo medio a través de los esfuerzos de Reynolds en las ecuaciones de momento (ver anexo A.1). Tomando en cuenta dichas fluctuaciones turbulentas y de acuerdo con la teoría del problema de cerradura derivado del promedio de Reynolds, (ver anexo A.2), el uso de parametrizaciones es una solución para determinar correlaciones de mayor orden.

El esfuerzo de Reynolds $\langle u'w' \rangle$ de mezcla vertical es parametrizado por medio de la viscosidad turbulenta, para reducir el número de términos desconocidos.

$$-\langle u'w' \rangle = \nu_E \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z} \quad (1.35)$$

El valor de la viscosidad turbulenta vertical es obtenido semi empíricamente, por medio del uso de modelos de mezcla vertical. Algunos de los modelos toman en cuenta la energía cinética turbulenta k , donde $\nu_E = k^{1/2}l$, l es la longitud de escala y k es:

$$k = \frac{1}{2} (\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle) \quad (1.36)$$

De la ecuación A.7 (ver anexo A.2), con la siguiente consideración si $j = i$ y $k = j$ y añadiendo el término de la flotabilidad, se obtiene la ecuación de la energía cinética turbulenta 1.37, (Cushman-Roisin y Beckers, 2011; Olbers,

Willebrand, y Eden, 2012; Wilcox, 1994).

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\frac{\partial k}{\partial t}}_{\text{Término local}} + \underbrace{\langle u_j \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j}}_{\text{Término advectivo}} = & - \underbrace{\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}}_{\text{Producción por corte}} + \underbrace{\frac{-g}{\rho_0} \langle \rho' w' \rangle}_{\text{producción por flotabilidad}} \\
 - \underbrace{\nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle^2}_{\text{Disipación de energía}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\underbrace{\langle u'_j p' \rangle}_{\text{Difusión de presión}} + \underbrace{\frac{1}{2} \langle u'_i u'_i u'_j \rangle}_{\text{Transporte turbulento}} - \underbrace{\nu \frac{\partial k}{\partial x_j}}_{\text{Difusión molecular}} \right)}_{\text{Flujo total de la energía cinética turbulenta}} & \quad (1.37)
 \end{aligned}$$

Para cerrar la ecuación 1.37 se parametrizan los siguientes términos:

$$\langle u'_j p' \rangle + \frac{1}{2} \langle u'_i u'_i u'_j \rangle = - \frac{\nu_E}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (1.38)$$

Donde σ_k es un coeficiente de cerradura.

El término de la disipación de energía cinética, se usa la longitud de escala l .

$$\epsilon = \nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle^2 = (c_\mu^0)^{3/4} k^{3/2} l^{-1} \quad (1.39)$$

Donde c_μ^0 es un coeficiente del modelo.

La flotabilidad se puede definir como:

$$\langle \rho' w' \rangle = k_E \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (1.40)$$

La producción de energía por el corte de velocidad, se puede parametrizar con la frecuencia de Prandtl:

$$\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = \nu_E M^2 = \nu_E \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (1.41)$$

La viscosidad y difusividad turbulenta puede ser expresada en términos de la

energía y la longitud de escala como:

$$\nu_E = c_\mu k^{1/2} l \quad (1.42a)$$

$$k_E = c'_\mu k^{1/2} l \quad (1.42b)$$

Donde c_μ y c'_μ son funciones de estabilidad del flujo.

Con estas parametrizaciones se puede resolver el problema de cerradura con diferentes propuestas de modelos (Cushman-Roisin y Beckers, 2011; Wilcox, 1994).

1.4.1. Modelos de cerradura

Se han sugerido varios modelos de cerradura de dos ecuaciones, algunos de ellos usan la energía cinética turbulenta k y la longitud de escala turbulenta l como son, $k - \epsilon$, $k - \omega$ y la de Mellor y Yamada (MY25). También se ha propuesto la generalización de esos modelos usando el modelo de longitud de escala genérico (GLS).

Modelo de turbulencia GLS

El modelo GLS (Umaluf y Burchard, 2003) está basado en dos ecuaciones, la de transporte de energía cinética turbulenta k , ecuación 1.43 y de longitud de escala genérico ψ , ecuación 1.39.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle u_i \rangle \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_E}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \nu_E \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + k_E \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} - \epsilon \quad (1.43)$$

Donde ν_E y k_E es la viscosidad y difusividad turbulenta, σ_k es una constante de difusión empírica o número de Schmidt turbulenta.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \langle u_i \rangle \frac{\partial \psi}{\partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_E}{\sigma_\psi} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \\ &+ \nu_E c_{\psi 1} \frac{\psi}{k} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + k_E c_{\psi 3} \frac{\psi}{k} \left(\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) - c_{\psi 2} \frac{\psi}{k} \epsilon \end{aligned} \quad (1.44)$$

Donde $c_{\psi 1}$, $c_{\psi 2}$ y $c_{\psi 3}$ son constantes empíricas, el valor de la última constante depende si es establemente estratificado $c_{\psi 3}^-$ o inestable $c_{\psi 3}^+$; σ_ψ es una constante de difusión empírica o número de Schmidt turbulenta y la disipación ϵ es:

$$\epsilon = (c_\mu^0)^{3+pn^{-1}} k^{\frac{3}{2}+mn^{-1}} \psi^{-n^{-1}} \quad (1.45)$$

Donde:

$$\psi = (c_\mu^0)^p k^m + l^n \quad (1.46)$$

$$l = (c_\mu^0)^3 k^{3/2} + \epsilon^{-1} \quad (1.47)$$

Los parámetros σ_k , σ_ψ , $c_{\psi 1}$, $c_{\psi 2}$, $c_{\psi 3}^+$, $c_{\psi 3}^-$, c_μ^0 , p , m y n , determinan el modelo de cerradura a usar, ver tabla 1.2, (Hill, Piggott, Ham, Popova, y Srokosz, 2012; Umaluf y Burchard, 2003; Warner et al., 2005).

Tabla 1.2: Parámetros de los modelos $k - \epsilon$, $k - \omega$ y gen .

	$k - \epsilon$	$k - \omega$	Gen
p	3.0	-1.0	2.0
m	1.5	0.5	1.0
n	-1.0	-1.0	-0.67
σ_k	1.0	2.0	0.8
σ_ψ	1.3	2.0	1.07
$c_{\psi 1}$	1.44	0.555	1.0
$c_{\psi 2}$	1.92	0.833	1.22
$c_{\psi 3}^+$	1.0	1.0	1.0
$c_{\psi 3}^-$	-0.4	-0.6	0.1
k_{min}	$7.6e^{-6}$	$7.6e^{-6}$	$1.0e^{-8}$
ψ_{min}	$1.0e^{-12}$	$1.0e^{-12}$	$1.0e^{-8}$
c_μ^0	0.5477	0.5477	0.5544

El modelo $k - \epsilon$, (Rodi, 1987; Wilcox, 1994), define la ecuación de transporte de longitud de escala ϵ como:

$$\epsilon \propto \frac{k^{3/2}}{l} \quad (1.48)$$

El modelo $k - \omega$, (Wilcox, 1988, 1994), está definido por la tasa de disipación específica:

$$\omega \propto \frac{\epsilon}{k} \quad (1.49)$$

Modelo de turbulencia Mellor-Yamada 2.5

El modelo MY 2.5 se basa en dos ecuaciones, la de energía cinética turbulenta k y la energía cinética turbulenta por la longitud de escala kl .

Ecuación de transporte de la energía cinética turbulenta:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle u_i \rangle \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_q \frac{\partial k}{\partial z} \right) + K_M \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + K_H \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} - \epsilon \quad (1.50)$$

Donde:

$$\epsilon = \frac{q^3}{B_1 l} \quad (1.51)$$

$$K_q = qlS_q \quad (1.52a)$$

$$K_M = l \langle u_i \rangle S_M \quad (1.52b)$$

$$K_H = l \langle u_i \rangle S_H \quad (1.52c)$$

Los parámetros S_M y S_H son funciones de estabilidad, $S_q = 0.41S_M$, B_1 es una constante empírica y $q^2 = \langle u_i^2 \rangle$. En la ecuación 1.52 l debe ser limitado dependiendo de la estratificación:

$$l = \min(l, 0.53qN^{-1}) \quad \text{para } N^2 > 0 \quad (1.53a)$$

$$l = l \quad \text{para } N^2 \leq 0 \quad (1.53b)$$

Ecuación de transporte de la energía cinética turbulenta por la longitud de escala:

$$\begin{aligned} \frac{\partial kl}{\partial t} + \langle u_i \rangle \frac{\partial kl}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_q \frac{\partial kl}{\partial z} \right) + lE_1 \left\{ K_M \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + K_H \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right\} \\ - \frac{q^3}{B_1} \left\{ 1 + E_2 \left[\frac{l}{\mathcal{K}} \left(\frac{1}{\eta - z} + \frac{1}{H + z} \right) \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (1.54)$$

El último término de la ecuación 1.54 es la ley de la pared, donde E_1 y E_2 son constantes empíricas, $\mathcal{K} = 0.41$ es la constante de Von Karman.

Las constantes empíricas, $B_1 = 16.6$, $E_1 = 1.8$, $E_2 = 1.33$ y funciones de estabilidad, S_M , S_H y S_q , cierran la ecuación, (Allen, Newberger, y Federiuk, 1995;

Durski, Glenn, y Haidvogel, 2004; Galperin, Kantha, Hassid, y Rosati, 1988; Mellor y Yamada, 1982; Wijesekara, Allen, y Newberger, 2003).

1.5. Objetivo

Comparar la sensibilidad del modelo oceánico ROMS, a diferentes parametrizaciones de mezcla en la vertical de dos ecuaciones. Siendo el GLS usando diferentes parámetros: $gen, k - \epsilon$ y $k - \omega$, y Mellor-Yamada 2.5.

Capítulo 2

Metodología

Se diseñaron experimentos (tabla 2.1), para la región de la BTS, con cuatro parametrizaciones diferentes de mezcla vertical. Todos los experimentos, se realizaron bajo condiciones de verano.

Tabla 2.1: Experimentos realizados con el modelo ROMS.

Experimento	Parametrización de mezcla en la vertical
<i>MY 2.5</i>	Mellor & Yamada 2.5
<i>gen</i>	Parametrización genérico
<i>k - ε</i>	Parametrización genérico <i>k - ε</i>
<i>k - ω</i>	Parametrización genérico <i>k - ω</i>

Los experimentos fueron diseñados para simular la marea astronómica y observar la mezcla en la vertical, por lo tanto, no fue tomado en cuenta las condiciones de frontera de viento y flujos de calor. Para ello las mallas de la región de estudio fueron, una gruesa (A), con 6.6 km de resolución, y al interior de esta una con refinamiento (B), de resolución de 2.2 km (figura 2.1), ver tabla 2.2 para las características de las mallas. La batimetría aplicada para las mallas fue mediante la base de datos del GEBCO 2014 (Weatherall et al., 2015) y una línea de costa de la base de datos de GSHHS de alta resolución (Wessel y Smith, 1996). Para evitar errores de gradientes de presión en la batimetría, fue necesario suavizar las mallas mediante el filtro Shapiro (Shapiro, 1970, 1975), asegurando un factor de rugosidad del 20 (Haidvogel y Beckmann, 1999).

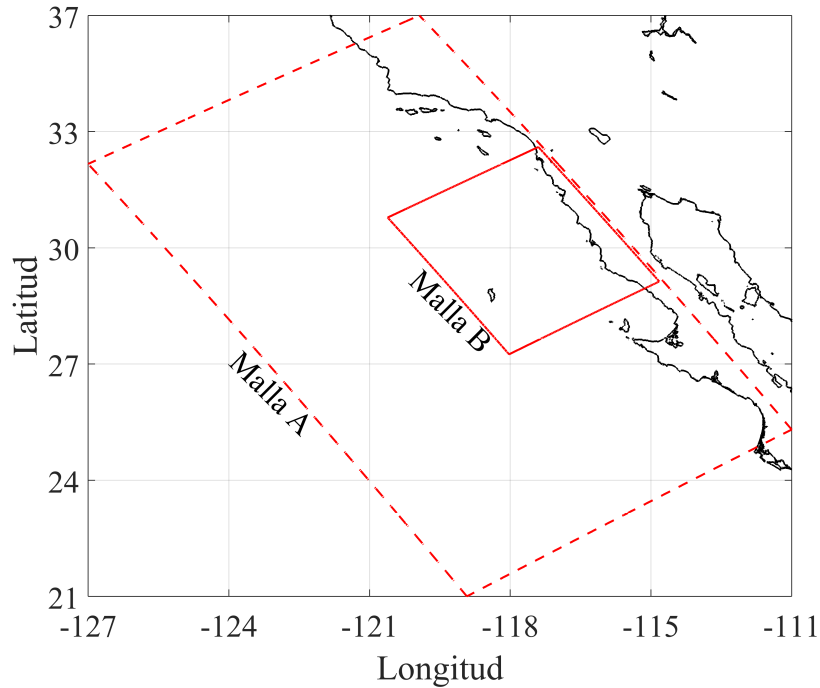


Figura 2.1: Anidamiento de la malla A y B (líneas rojas), ambas con la frontera cerrada a lo largo de la costa.

Tabla 2.2: Características de las mallas A y B.

	Malla A	Malla B
Dimensiones	150 x 200	206 x 194
Dimensiones km	912 x 1561	401 x 493
Resolución	6.6 km	2.2 km
Profundidad mínima	50 m	50 m
Factor de rugosidad	< 0.2	< 0.2

Debido a las coordenadas-s generalizadas del modelo ROMS (Shchepetkin y McWilliams, 2009), fue necesario establecer los parámetros: N (niveles en la vertical), h_c (profundidad máxima), T_{cline} (parámetro de estiramiento), parámetros de control θ_s (superficie) y θ_b (fondo), ver tabla 2.3.

Tabla 2.3: Parámetros de las coordenadas-s generalizadas.

Variable	Valor
N	30
h_c	50
T_{cline}	h_c
θ_s	5
θ_b	0.5

Para simular la marea fue necesario proporcionar condiciones iniciales y de frontera. Para el forzamiento (condiciones de frontera), la base de datos usada para el océano Pacífico Oriental fue del modelo Eastern North Pacific 2003 (EN-PAC), con diez constituyentes: cuatro diurnos $K1$, $O1$, $P1$ y $Q1$; cuatro semidiurnos $M2$, $S2$, $N2$ y $K2$ y dos constituyentes no lineales $M4$ y $M6$ (Spargo et al., 2004). Las condiciones de frontera abierta (norte, sur y oeste) aplicados fueron: para la superficie libre Chapman implícito (Cha), para velocidades barotrópicas Flather (Fla), las velocidades baroclínicas, la energía cinética turbulenta, temperatura y salinidad, Radiation (Rad) (Wang et al., 2009). Además de aplicar una esponja de 40 puntos (Israeli y Orszag, 1981), finalmente en la frontera cerrada closed (Clo) y el anidamiento nested (Nes).

El océano inicia del reposo con un perfil de temperatura y salinidad de la región. Los cuales se generó a partir de la base de datos de Simple Ocean Data Assimilation (SODA) (Carton y Giese, 2005). Los perfiles de temperatura y salinidad son homogéneos en la horizontal y fueron promediados temporalmente para tres meses: mayo, junio y julio (figuras 2.2 y 2.3).

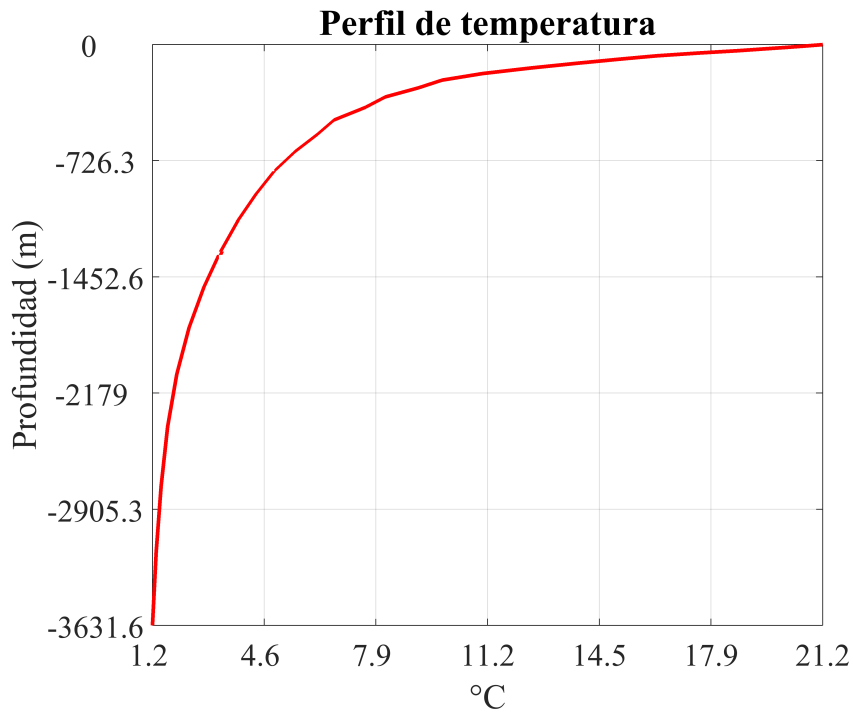


Figura 2.2: Perfil de temperatura obtenido de la base de datos del SODA.

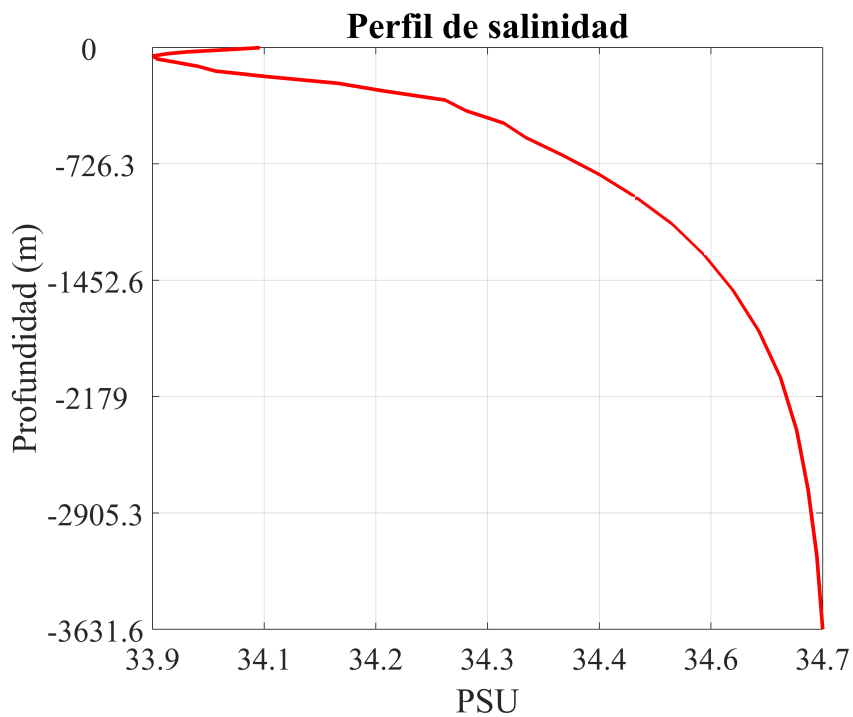


Figura 2.3: Perfil de salinidad obtenido de la base de datos del SODA.

Para el caso del modelo de longitud de escala genérico (gen , $k - \epsilon$ y $k - \omega$),

los parámetros de mezcla en la vertical: $p, m, n, \sigma_k, \sigma_\psi, c_{\psi 1}, c_{\psi 2}, c_{\psi 3}^-, c_{\psi 3}^+, k_{min}, \psi_{min}, c_\pi^0$; se definieron de acuerdo a la tabla 1.2 del capítulo 1, los parámetros del modelo *MY 2.5* están definidos internamente por el modelo ROMS.

Se analizó la simulación realizando un promedio mensual de todos los pasos de tiempo, para observar mareas remanentes. La comparación de la sensibilidad de los experimentos se realizó mediante transectos en diferentes zonas: dos cortes horizontales a lo largo de la frontera norte de la malla B y cerca de la BTS, y un corte vertical atravesando la frontera norte y sur de la malla B. También diferencias en la horizontal a 50 m de profundidad, para temperatura y la componente u baroclínica. El comportamiento en la vertical se calculó con la frecuencia de Brunt-Väisälä y los perfiles de temperatura, salinidad y densidad, donde se comparó cada experimento. La salida de la simulación del experimento *MY 2.5*, fue comparado con datos del mareógrafo de Ensenada cada hora durante un mes, en puntos localizados dentro de la BTS. También se observaron las componentes principales mediante espectros para la marea barotrópica y baroclínica. Además series de tiempo de temperatura, donde se observaron ondas internas durante 10 días.

En la figura 2.4 se describe el proceso para realizar la simulación a través de las diferentes entradas y configuración del ROMS. Dentro de la configuración se especifica el experimento a analizar, mediante las salidas de temperatura, salinidad y velocidad.

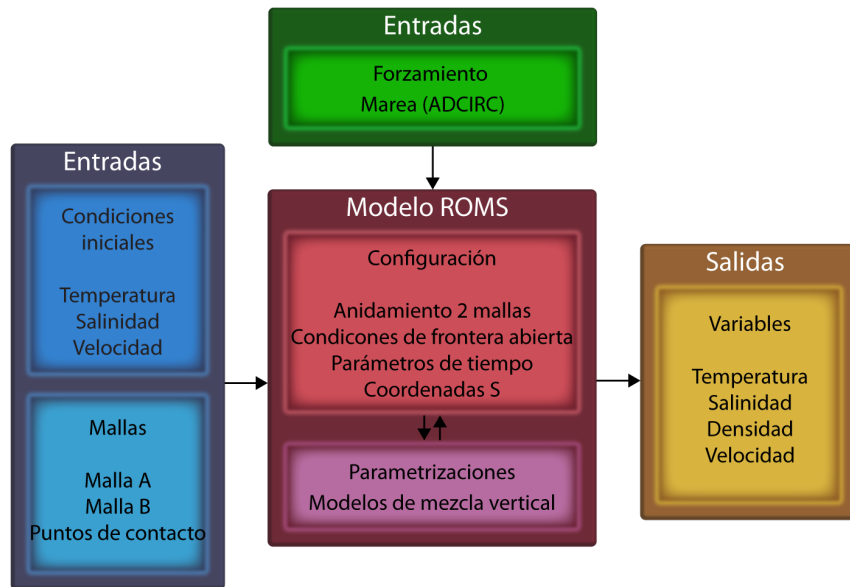


Figura 2.4: En azul las entradas al modelo, en verde condiciones de frontera, en rojo claro la configuración de los parámetros generales del modelo, en violeta las parametrizaciones, de acuerdo a los diferentes experimentos de mezcla en la vertical y en amarillo las salidas de las simulaciones.

Capítulo 3

Resultados

Para comparar los experimentos se realizó diferentes transectos para temperatura y la componente u baroclínica. Además se obtuvo la frecuencia de Brunt-Väisälä y perfil de temperatura, salinidad y densidad, indicando el inicio de la termoclina por diferencias de temperatura con un $\Delta T = 0.2 \text{ C}$ (de Boyer, Madec, Fischer, Lazar, y Iudicone, 2004). También se compararon las diferencias y el MAE (error medio absoluto), en la horizontal a 50 m de profundidad, para temperatura y la componente u baroclínica. En la BTS se analizó el experimento *MY 2.5*, mediante la comparación de la frecuencia N , espectros, series temporales de temperatura y de la elevación superficial del mar.

Se eligió el segundo mes para el análisis de los experimentos y para la validación los últimos 15 días del primer mes y los primeros 15 días del siguiente mes climatológico. Debido a la estabilidad de los modelos de la energía cinética, en esos intervalos de tiempo (figuras 3.1 y 3.2).

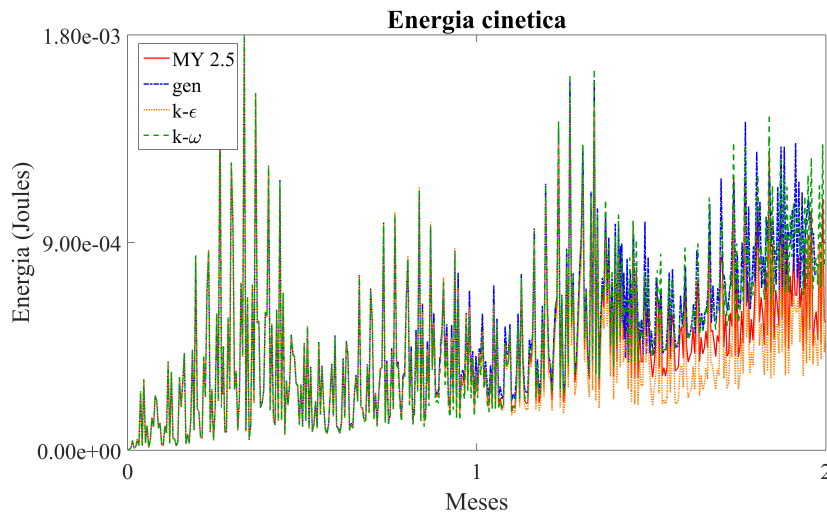


Figura 3.1: Energía cinética global de la malla A, con datos diarios para los primeros dos meses, en rojo el experimento *MY 2.5*, en azul *gen*, en naranja $k - \epsilon$, en verde $k - \omega$

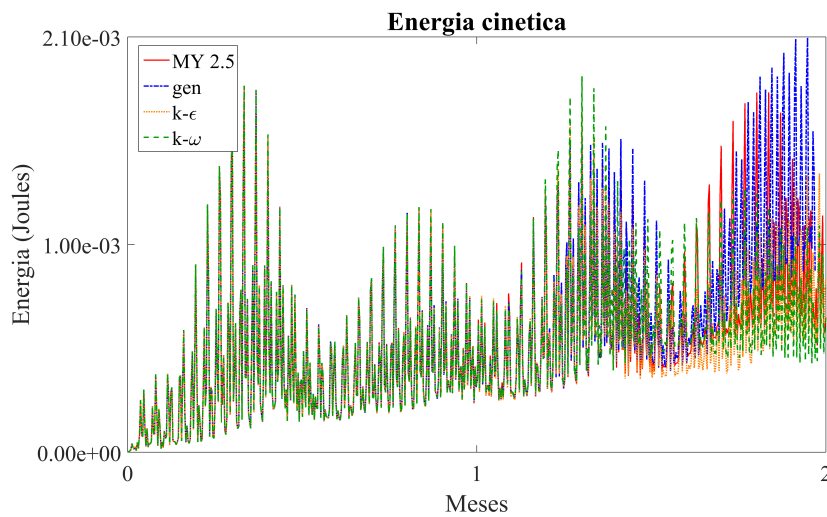


Figura 3.2: Energía cinética global de la malla B, con datos diarios para los primeros dos meses, en rojo el experimento *MY 2.5*, en azul *gen*, en naranja $k - \epsilon$, en verde $k - \omega$

En la figura 3.3, se muestra la posición de los tres transectos a considerar, para comparar la temperatura y componente u baroclínica, de cada experimento.

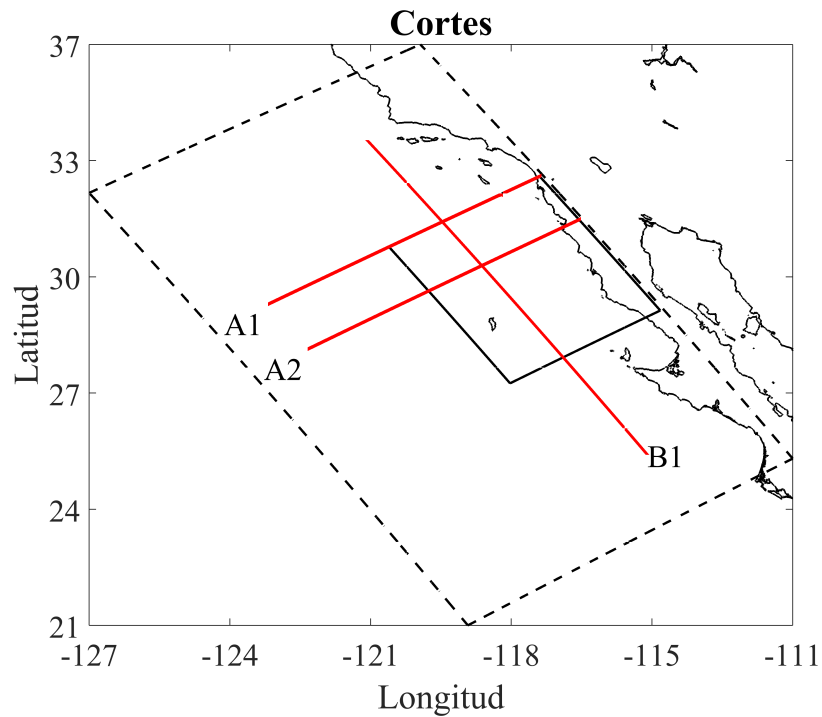


Figura 3.3: El transecto A1 se encuentra a lo largo de la frontera abierta norte de la malla B, el A2 atraviesa la frontera abierta oeste de la malla B y B1 atraviesa las fronteras norte y sur de la malla B.

En la figura 3.4 se muestra el transecto A1 de temperatura, a lo largo de la frontera norte de la malla B. En general los experimentos muestran estabilidad en el cambio de información entre la malla A y B, observando fluctuaciones mayores conforme se acerca a la costa. La temperatura máxima es de $20.96\text{ }^{\circ}\text{C}$ para los experimentos *gen* y *MY 2.5*; y $20.28\text{ }^{\circ}\text{C}$ para $k - \epsilon$ y $k - \omega$.

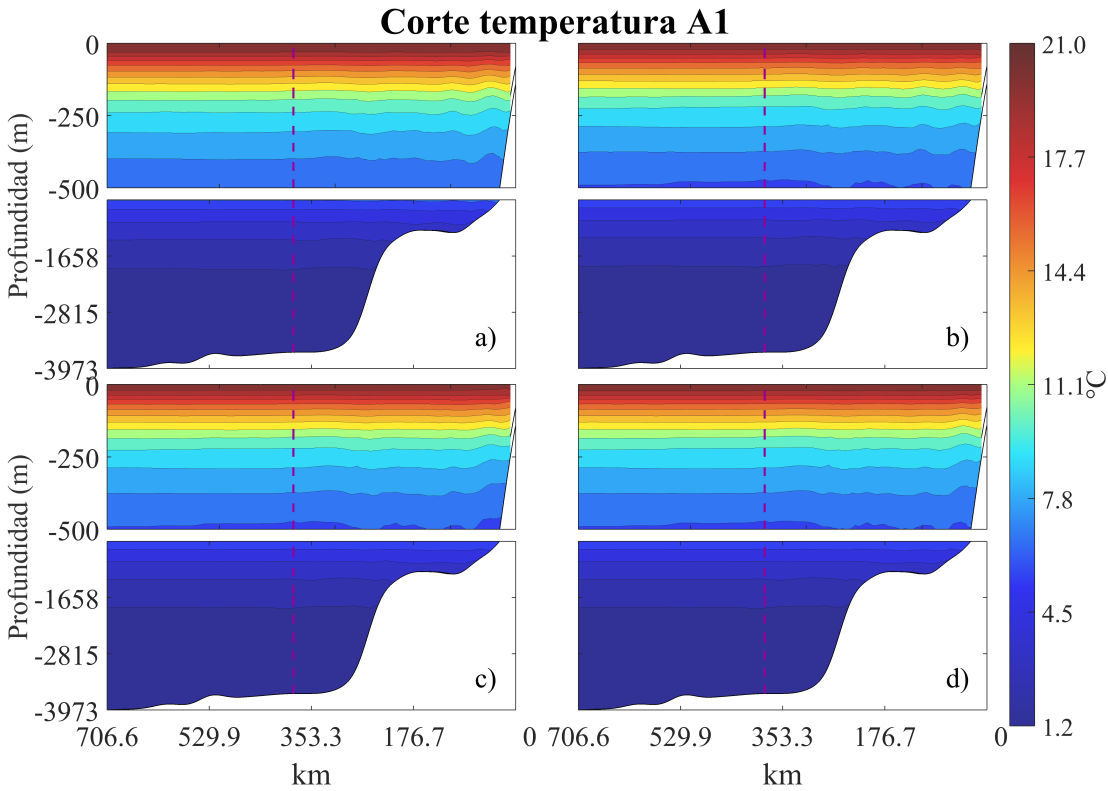


Figura 3.4: El transecto A1, muestra el comportamiento de la temperatura media mensual, a lo largo de la frontera abierta norte de la malla B. Cerca de la costa existen fluctuaciones de mayor amplitud. La línea punteada es el límite de la malla A y el inicio de la malla B. En a) el experimento $k - \epsilon$, b) *gen*, c) $k - \omega$, d) *MY 2.5*.

En la figura 3.5 se muestra el transecto A2 de temperatura, cruzando la frontera oeste de la malla B. Se observa estabilidad entre las mallas a lo largo de la columna de agua y mayor fluctuación conforme se acerca a la costa. Los experimentos *gen* y *MY 2.5* tienen una temperatura máxima de $20.96\text{ }^{\circ}\text{C}$, para $k - \epsilon$ y $k - \omega$ es de $20.27\text{ }^{\circ}\text{C}$.

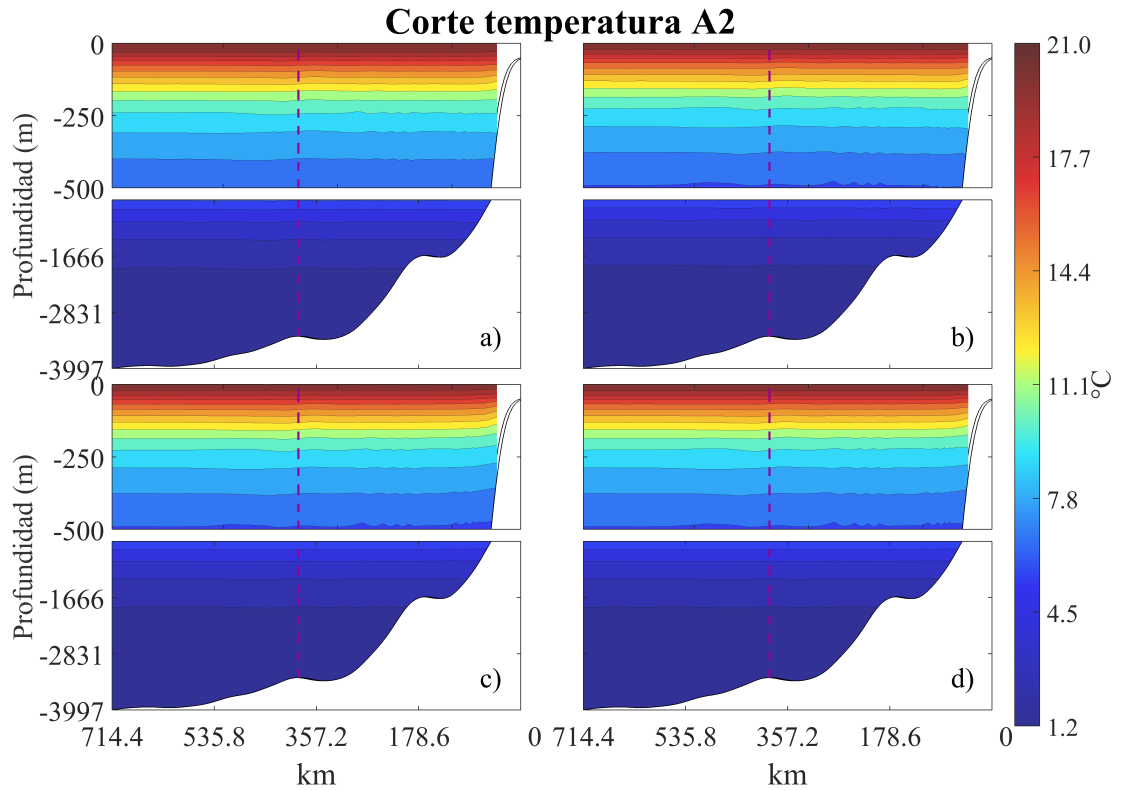


Figura 3.5: El transecto A2, muestra el comportamiento de la temperatura media mensual, entre la frontera oeste de la malla B. Las fluctuaciones son mínimas en la región. La línea punteada es el límite de la malla A y el inicio de la malla B. En a) el experimento $k - \epsilon$, b) *gen*, c) $k - \omega$, d) *MY 2.5*.

En la figura 3.6 se muestra el transecto B1 de temperatura, cruzando la frontera sur y norte de la malla B. En el transecto se observa perturbación en las fronteras, entre las mallas. La temperatura máxima para los experimentos *gen* y *MY 2.5* es de $20.96\text{ }^{\circ}\text{C}$, para $k - \epsilon$ y $k - \omega$ es de $20.29\text{ }^{\circ}\text{C}$.

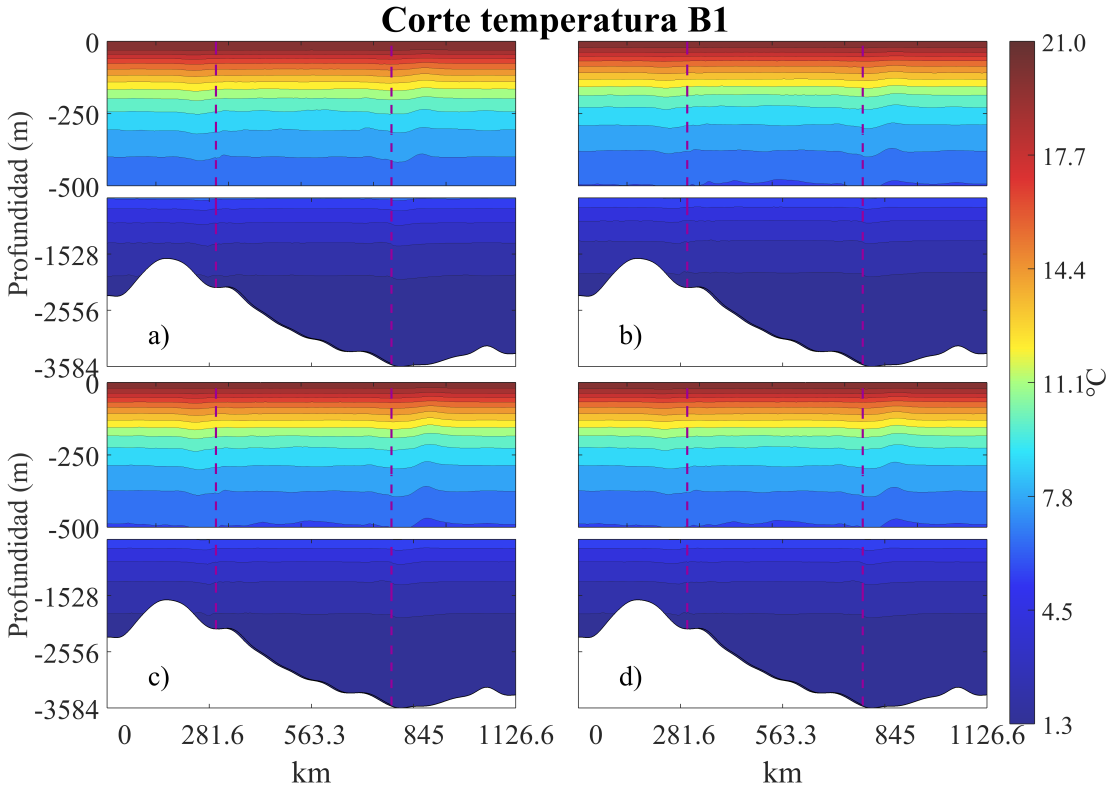


Figura 3.6: El transecto B1, muestra el comportamiento a entre la frontera norte y sur de la malla B, de la media mensual. A lo largo del transecto se muestran fluctuaciones de temperatura y en la frontera de la malla B. La línea es el límite de las mallas siendo la parte central la malla B. En a) el experimento $k - \epsilon$, b) *gen*, c) $k - \omega$, d) *MY 2.5*.

Mediante la correlación de Pearson de la malla B, de cada transecto, se observó la variación de la estructura de cada experimento con respecto a los transectos de temperatura media, notando una correlación casi de 1 entre los experimentos $k - \epsilon - k - \omega$ y entre *gen* y *MY 2.5*.

Tabla 3.1: Correlación de los transectos de temperatura entre los experimentos, para la malla B.

Transecto	$k - \epsilon$	$k - \epsilon$	$k - \epsilon$	<i>gen</i>	<i>gen</i>	$k - \omega$
	<i>gen</i>	$k - \omega$	<i>MY 2.5</i>	$k - \omega$	<i>MY 2.5</i>	<i>MY 2.5</i>
A1	0.9997	1.0000	0.9996	0.9996	0.9999	0.9996
A2	0.9997	0.9999	0.9996	0.9997	1.0000	0.9997
B1	0.9998	1.0000	0.9997	0.9998	1.0000	0.9997

En cuanto a los transectos de la componente u baroclínica, en A1 (figura 3.7),

los experimentos presentan convergencia cerca de la costa. En a) se observan magnitudes máximas en ambas direcciones de 17.68 cm s^{-1} y de -15.98 cm s^{-1} , en b) las magnitudes máximas son 16.72 cm s^{-1} y -15.93 cm s^{-1} , en c) la magnitudes máximas son de 16.29 cm s^{-1} y -15.48 cm s^{-1} y en d) la magnitud máxima es de 18.73 cm s^{-1} y -15.93 cm s^{-1} .

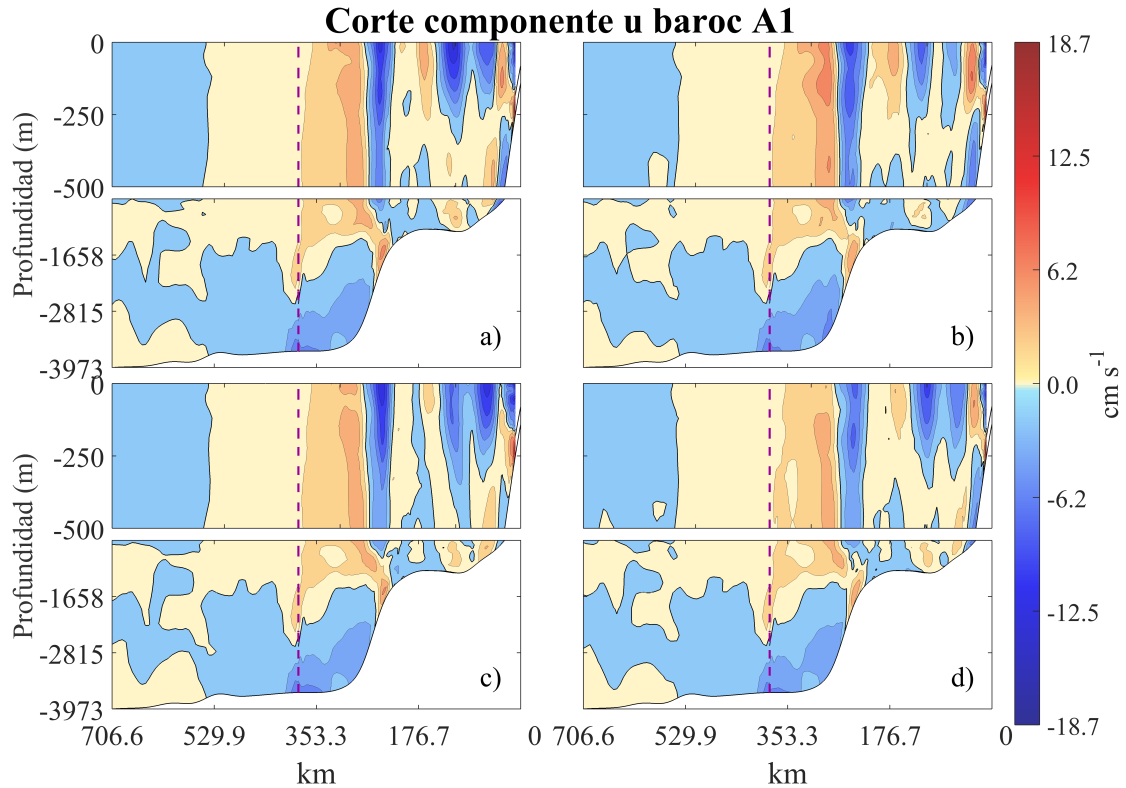


Figura 3.7: El transecto A1, muestra el comportamiento de la componente u baroclínica media mensual, a lo largo de la frontera abierta norte de la malla B. En los 250 m de profundidad se observó convergencia y divergencia de diferentes magnitudes para cada experimento, conforme se acerca a la costa. La línea punteada es el límite de la malla A y el inicio de la malla B. En a) el experimento $k - \epsilon$, b) el experimento gen , c) el experimento $k - \omega$, d) el experimento $MY 2.5$.

El transecto A2 de la componente u baroclínica (figura 3.8), se observa en todos los experimentos magnitudes elevadas fuera de la costa. En el intercambio de información entre las mallas, los experimentos $k - \omega$ y $MY 2.5$ presentan una estructura similar. En a) la magnitud máxima es de 4.13 cm s^{-1} y -8.38 cm s^{-1} , en b) se observa magnitudes máximas de 4.22 cm s^{-1} y -8.4 cm s^{-1} , en c) la magnitud máxima es de 4.32 cm s^{-1} y -8.34 cm s^{-1} y en d) la magnitud máxima es de 4.14 cm s^{-1} y -8.28 cm s^{-1} .

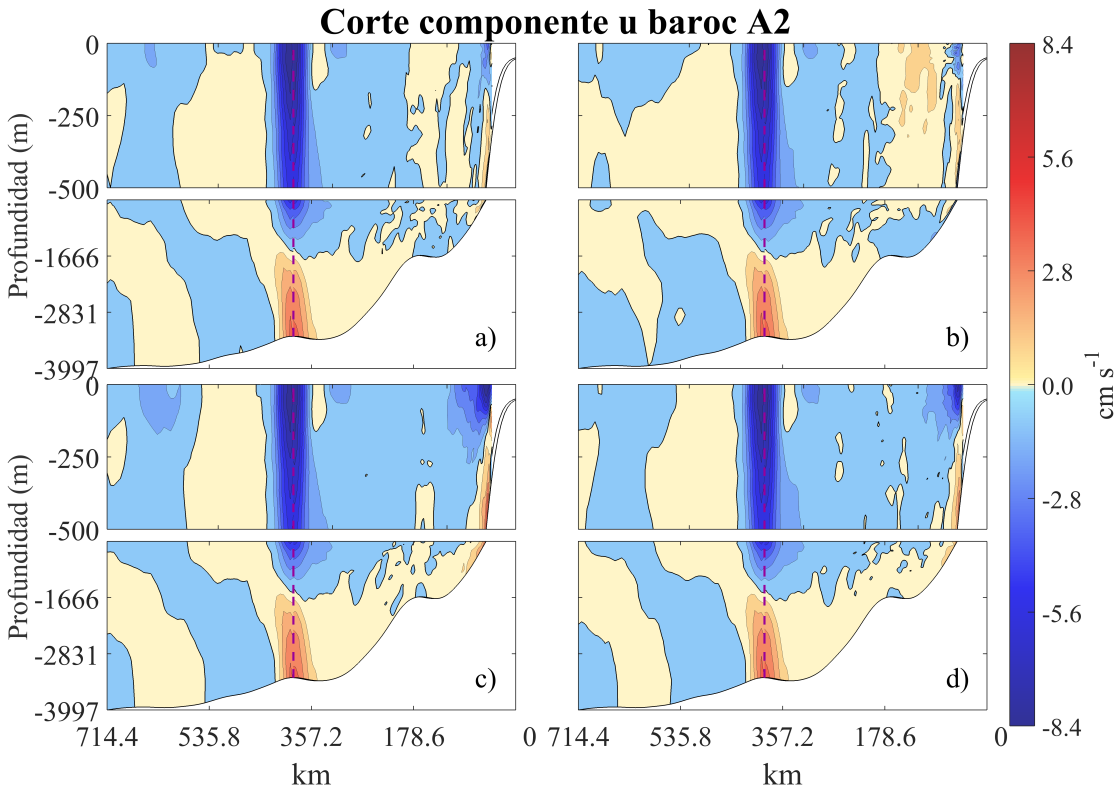


Figura 3.8: El transecto A2, muestra el comportamiento de la componente u baroclínica media mensual, entre la frontera oeste de la malla B. En la frontera de las mallas y cerca de la costa, se observó convergencia hasta los 1600 m de profundidad y divergencia en el fondo. La línea punteada es el límite de la malla A y el inicio de la malla B. En a) el experimento $k - \epsilon$, b) el experimento gen , c) el experimento $k - \omega$, d) el experimento $MY 2.5$.

Para el transecto B2 de la componente u baroclínica (figura 3.9), se nota valores máximos entre el intercambio de información de las mallas. En las fronteras de la malla B el flujo la dirección es hacia la costa y en las fronteras de la malla A fuera de la costa. En a) la magnitud máxima es de 11.2 cm s^{-1} y -16.4 cm s^{-1} , en b) las magnitudes máximas son de 13 cm s^{-1} y -12.51 cm s^{-1} , en c) son de 10.23 cm s^{-1} y -20.17 cm s^{-1} , en d) las magnitudes máximas son de 11 cm s^{-1} y -20.11 cm s^{-1} .

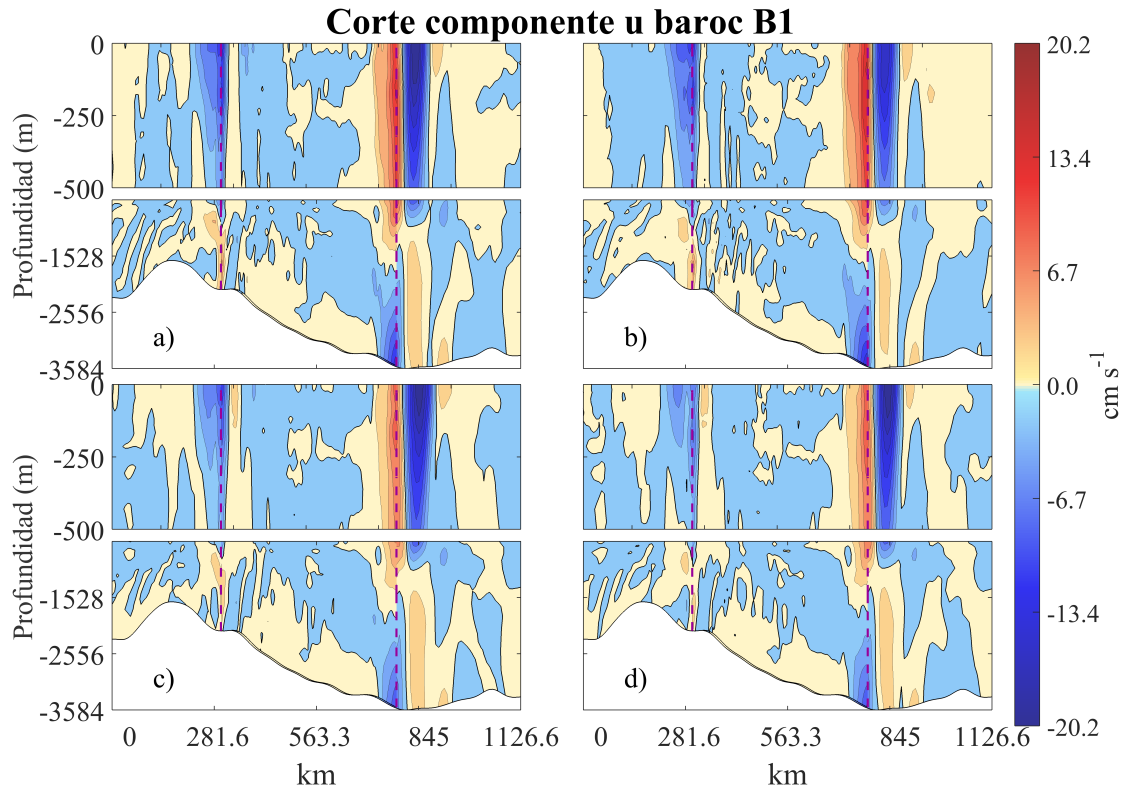


Figura 3.9: El transecto B1, muestra el comportamiento a entre la frontera norte y sur de la malla B, de la componente u baroclínica media mensual. Entre las fronteras se observaron magnitudes máximas, dentro de la malla B en dirección hacia la costa y en la malla A fuera de la costa. La línea es el límite de las mallas siendo la parte central la malla B. En a) el experimento $k - \epsilon$, b) *gen*, c) $k - \omega$, d) *MY 2.5*.

Para cada transecto de la figura 3.7 a la 3.9, se obtuvieron las correlaciones vectoriales de la componente u y v baroclínica (Kundu y Durran, 1975), de la malla B, de cada experimento. Se indicaron las variaciones y el desfase de la velocidad (tabla 3.2). Se puede observar que el experimento *gen*, no está fuertemente correlacionado, exceptuando con $k - \epsilon$, pero con mucho desfase de la velocidad. Los experimentos más correlacionados y con menor desfase es *MY 2.5* y $k - \omega$.

Tabla 3.2: Correlación y desfase de los transectos A1, A2 y B1, de la componente u y v baroclínica entre los experimentos, para la malla B.

Transecto	Variable	$k - \epsilon$	$k - \epsilon$	$k - \epsilon$	gen	gen	$k - \omega$
		gen	$k - \omega$	$MY\ 2.5$	$k - \omega$	$MY\ 2.5$	$MY\ 2.5$
A1	uv baroc	0.9286	0.8722	0.9592	0.8039	0.9121	0.8814
	θ	-2.8946	2.2724	0.0884	4.7039	4.2719	-2.0192
A2	uv baroc	0.9459	0.7918	0.8846	0.6489	0.7639	0.9705
	θ	7.3511	4.2480	7.9209	4.1851	-2.0063	7.3511
B1	uv baroc	0.9578	0.9597	0.9607	0.9046	0.9252	0.9683
	θ	-10.7005	4.7172	5.5541	16.3415	16.7515	1.2505

Se observó las diferencia entre los experimentos, para comparar el comportamiento en la horizontal. En la figura 3.10 y 3.11, se muestran las diferencias de la zona de estudio del promedio mensual, a 50 m de profundidad. Se observó que las diferencias entre $k - \epsilon$ y gen , $k - \epsilon$ con $MY\ 2.5$ y $k - \omega$ con $MY\ 2.5$ tienen pocas variaciones fuera de la costa, siendo los experimentos gen , $k - \epsilon$ y $MY\ 2.5$ respectivamente, los más cálidos cerca de la costa. Entre los demás modelos existen diferencias en todo el dominio.

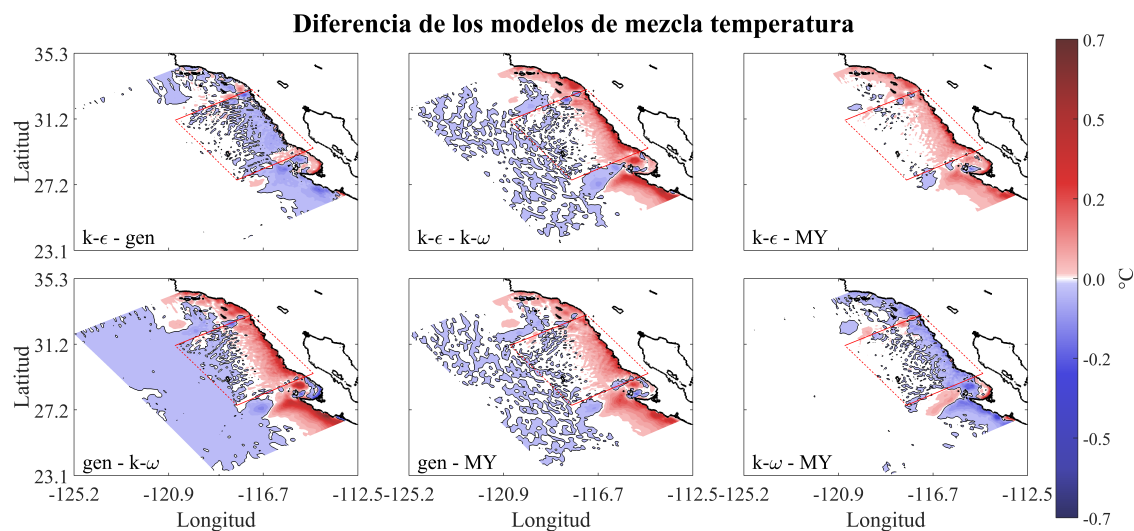


Figura 3.10: Sensibilidad obtenida por la diferencia de temperatura entre cada experimento, a 50 m de profundidad. Se observó las diferencias entre cada experimento, siendo $k - \epsilon - gen$, $k - \epsilon - MY\ 2.5$ y $k - \omega - MY\ 2.5$ con menores diferencias fuera de la costa.

Temperatura

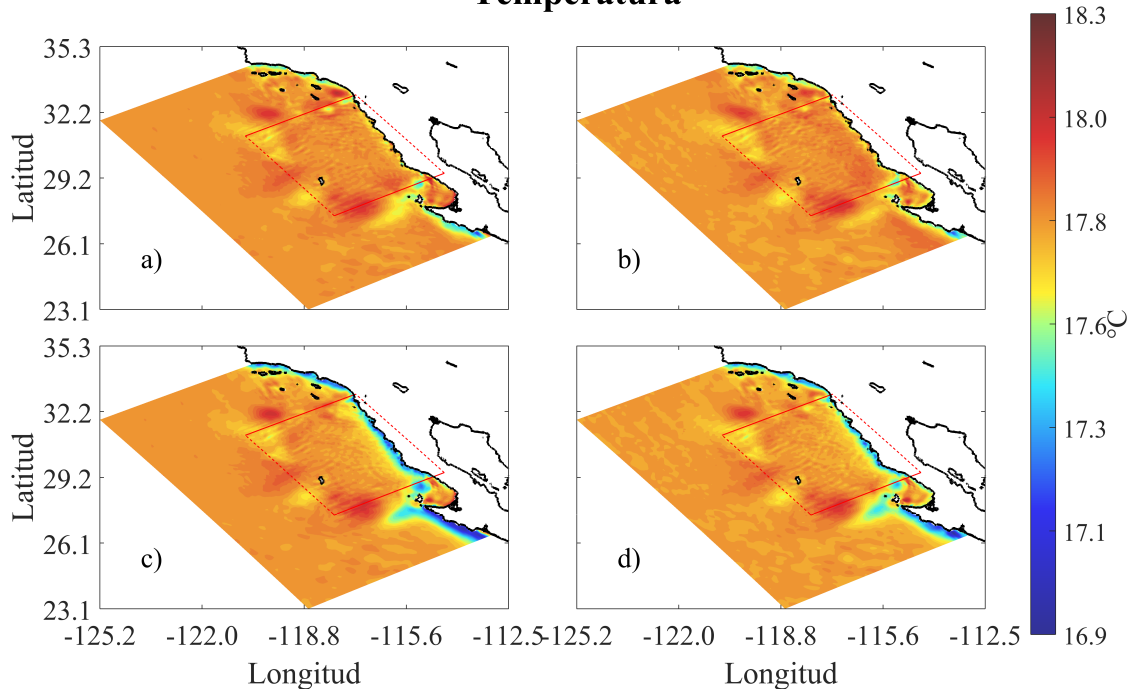


Figura 3.11: Temperatura a 50 m de profundidad, del promedio mensual, a) experimento $k - \epsilon$, b) gen , c) $k - \omega$, d) $MY2.5$. Se observó en c y d cerca de la costa menores temperaturas a diferencia de a y b.

Los experimentos $k - \epsilon$ y gen , son los más cálidos cerca de la costa, siendo el último de mayor temperatura; $k - \omega$ es más cálido en el oeste de la región y el más frío en la costa; $MY 2.5$ tiene diferentes variaciones, con respecto a cada experimento.

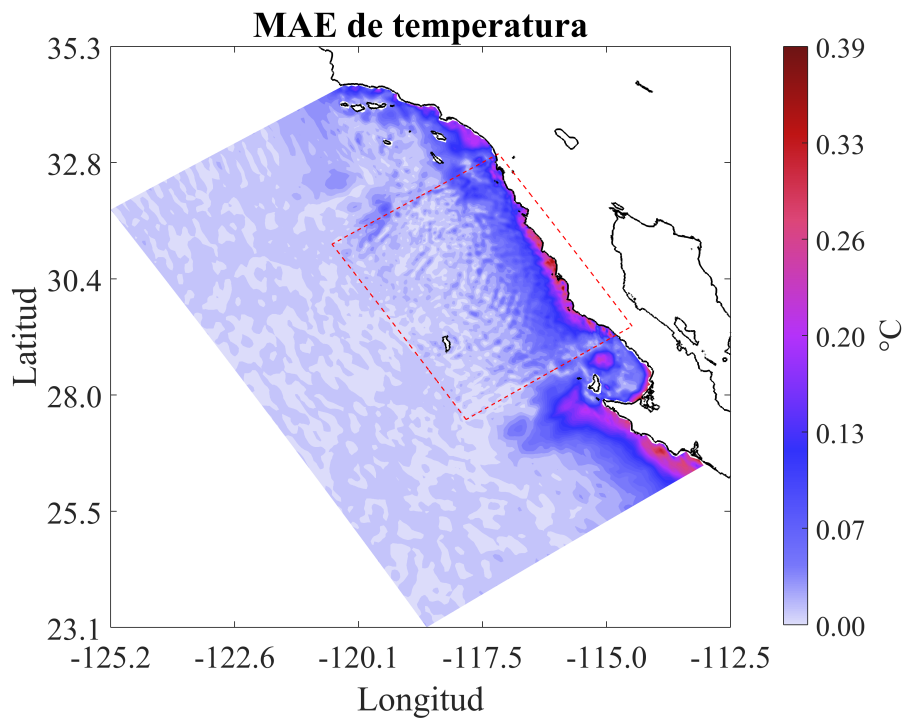


Figura 3.12: Zonas de sensibilidad obtenida mediante el MAE de temperatura a 50 m de profundidad del promedio mensual. Se observó las mayores diferencia se encuentran a lo largo de la costa.

El error medio absoluto (MAE) de temperatura (figura 3.12), con el experimento *MY 2.5*, como referencia. Las zonas donde son más sensibles los experimentos, a cambios de temperatura en la vertical es cerca de la costa.

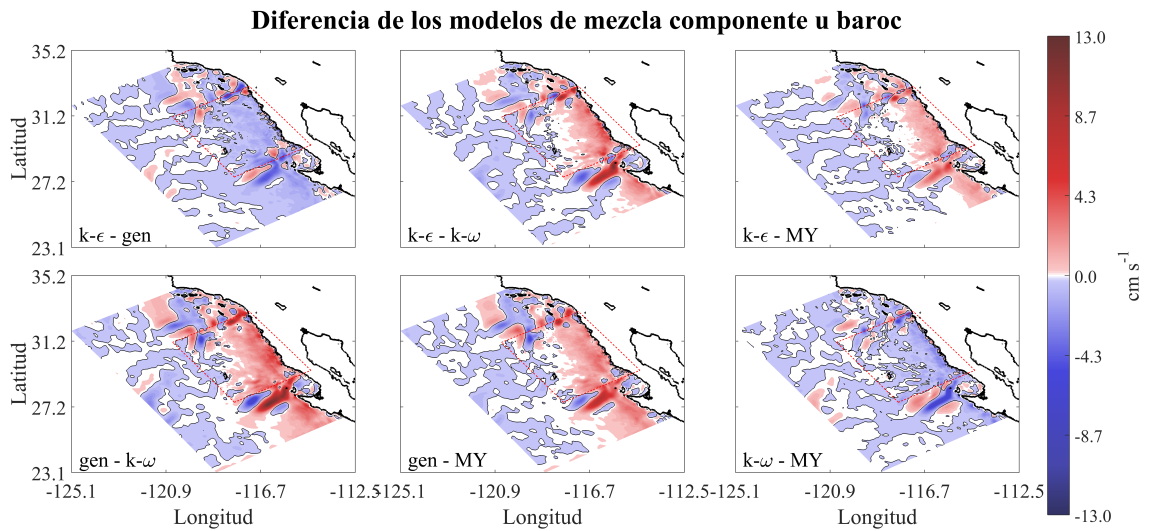


Figura 3.13: Sensibilidad obtenida por la diferencia de la componente u baroclínica entre cada experimento, a 50 m de profundidad. En $k - \epsilon - gen$ y $k - \omega - MY$ 2.5 predomina el flujo de gen y MY 2.5 respectivamente. En el resto de las diferencias existen variaciones a lo largo del dominio.

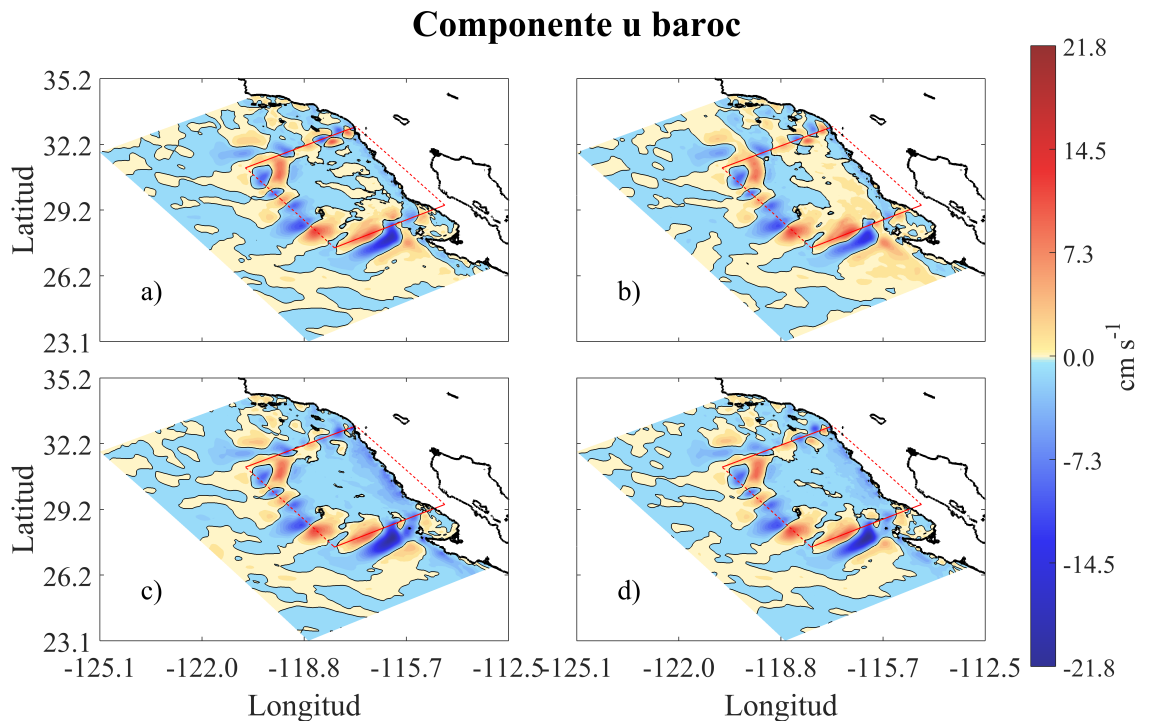


Figura 3.14: Componente u baroclínica a 50 m de profundidad, del promedio mensual, a) experimento $k - \epsilon$, b) gen , c) $k - \omega$, d) MY 2.5. Se observó en a, c y d flujos predominantes en dirección fuera de la costa, mientras que en b, la dirección del flujo es hacia la costa.

Observando las diferencias entre los experimentos (figura 3.13), en $k - \epsilon - gen$ y $k - \omega - MY 2.5$, predomina la magnitud del experimento gen y $MY 2.5$ respectivamente. Para el resto de las diferencias las variaciones se observan entre la costa y en el dominio de la malla A. En la figura 3.14, en las costas, a), c) y d) la dirección predominante es fuera de la costa, en b) la dirección predominante es hacia la costa.

El error medio absoluto (MAE) de la componente u baroclínica (3.15), con el experimento $MY2.5$ como referencia. Se observaron las zonas de mayor sensibilidad en el sur y norte de la malla B, y zonas costeras.

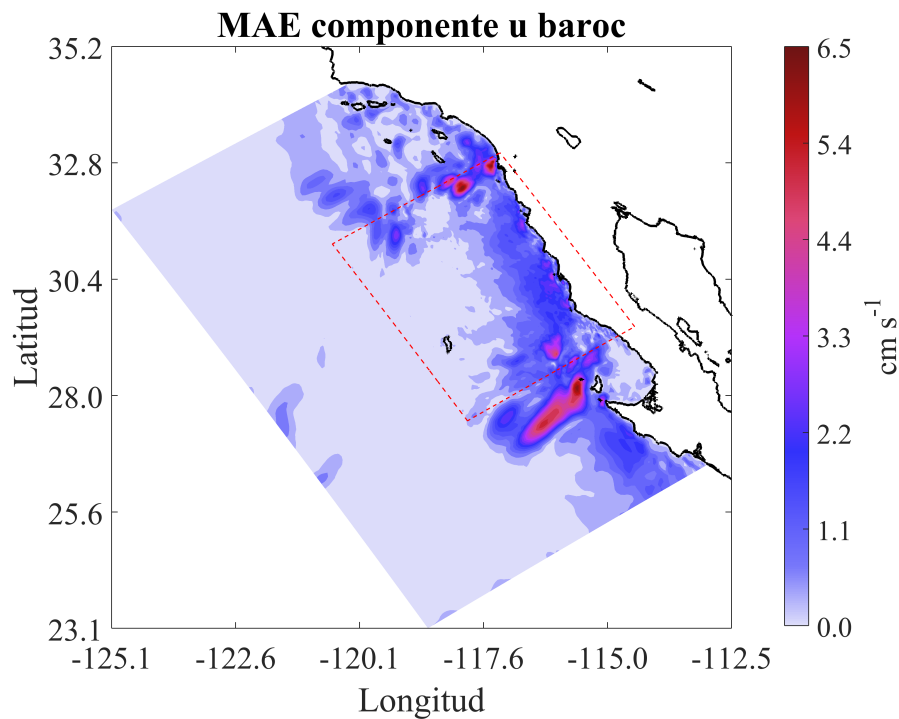


Figura 3.15: Zonas de sensibilidad de la componente u baroclínica, obtenida mediante el MAE a 50 m de profundidad del promedio mensual. Las zonas de mayor diferencia se encuentran en el sur y norte de la malla B y zonas costeras.

En la región BTS (figura 3.16), los experimentos $k - \epsilon$, $k - \omega$ y $MY 2.5$, la dirección del flujo es al oeste de la costa, mientras que gen , con dirección hacia el este de la costa. Los experimentos $k - \omega$ y $MY 2.5$, son de mayor magnitud.

Vector de velocidad BTS

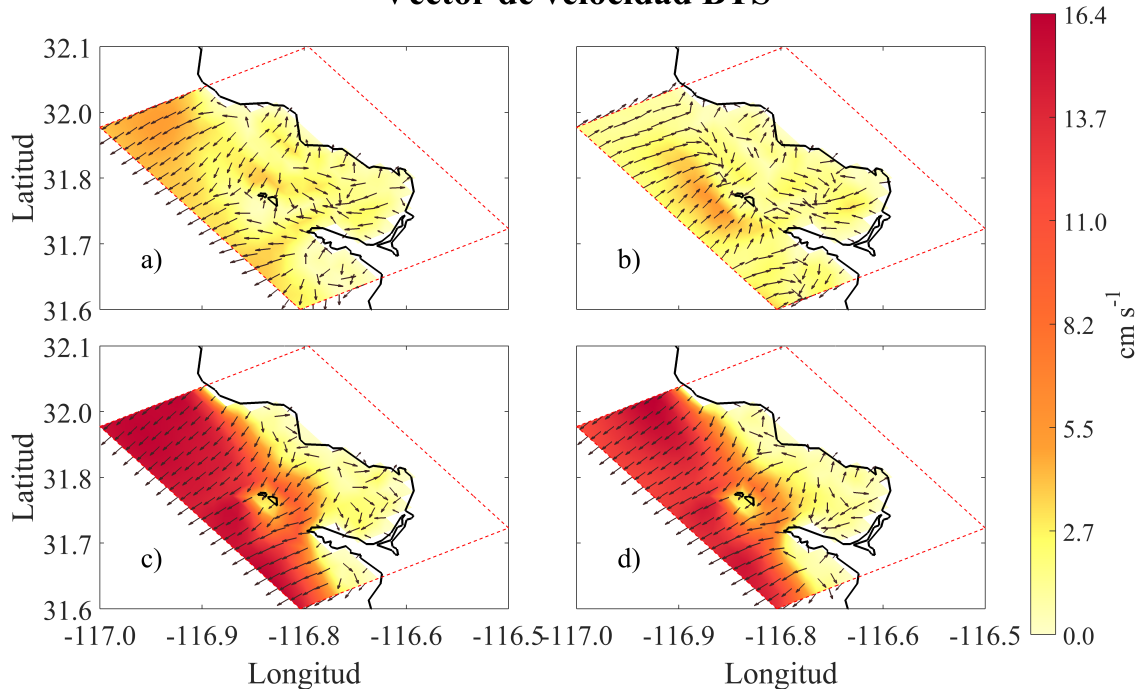


Figura 3.16: Vector y magnitud media de velocidad en la BTS a 50 m de profundidad. Los experimentos $k - \epsilon$, $k - \omega$ y $MY 2.5$, tienen una dirección del flujo al oeste de la costa, mientras que gen , la dirección es hacia el este de la costa.

Mediante la estratificación se observó, las variaciones en la vertical y delimitar la zona de propagación de las ondas internas. También se calculó la zona de mezcla y la profundidad de la termoclina, indicando el inicio de la estratificación. Para ello se graficó la frecuencia de Brunt-Väisälä, el perfil de temperatura, salinidad y densidad del promedio temporal, para 2 puntos de la malla B (figura 3.17).

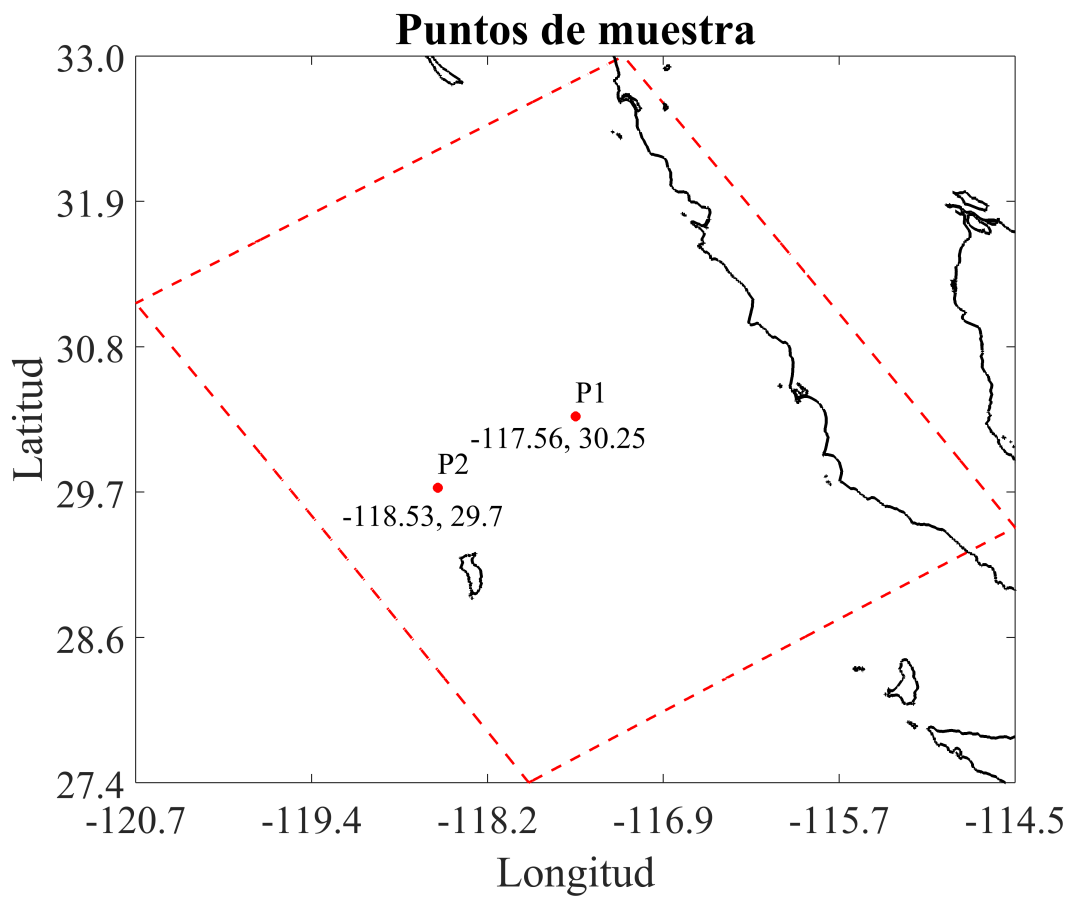


Figura 3.17: Puntos de comparación para la frecuencia N , el perfil de temperatura, salinidad y densidad, de los diferentes experimentos. Donde P1 tiene coordenadas -117.56 O, 30.25 N y P2 -118.53 O, 29.7 N.

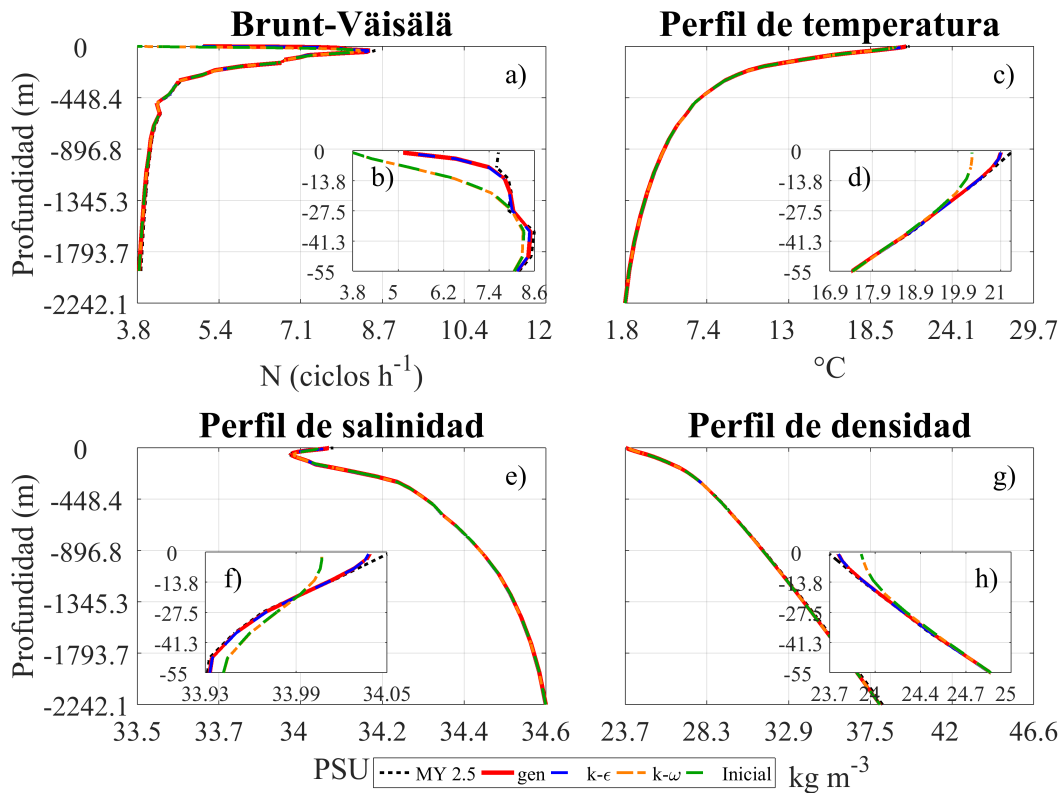


Figura 3.18: Comparación de los diferentes experimentos para las coordenadas -117.56 O, 30.25 N. En rojo el experimento *MY 2.5*, en azul el experimento *gen*, en naranja el experimento $k - \omega$, en verde el experimento $k - \epsilon$ y en negro punteado perfiles iniciales del SODA. En a) la frecuencia de Brunt-Väisälä y b) hasta 55 m de profundidad, donde *gen* y *MY 2.5* tiene mayor estratificación. En c) perfil de temperatura y d) hasta 55 m de profundidad, *gen* y *MY 2.5* son más cálidos que $k - \epsilon$ y $k - \omega$. En e) perfil de salinidad y f) hasta 55 m de profundidad, *gen* y *MY 2.5* se observó en los 55 m mayor cambio de salinidad. En g) perfil de densidad y h) hasta 55 m de profundidad, siendo *gen* y *MY 2.5* con mayor intervalo de densidad en los primeros 55 m.

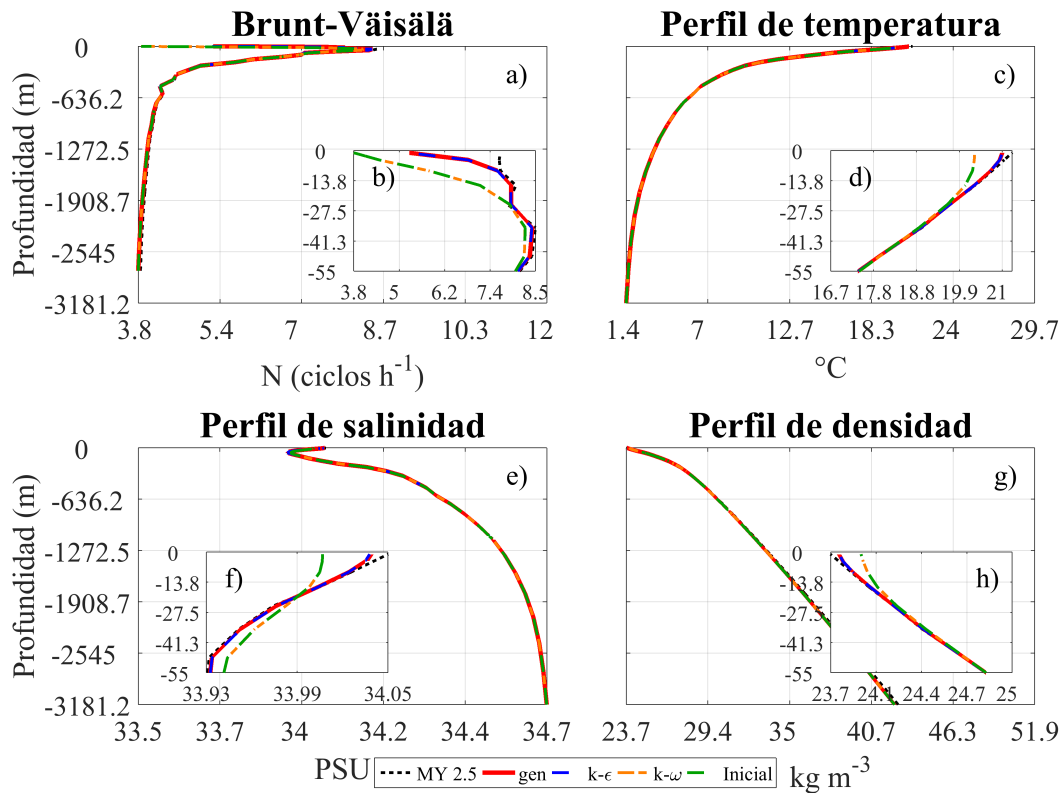


Figura 3.19: Comparación de los diferentes experimentos para las coordenadas -118.53 O, 29.7 N. En rojo el experimento *MY 2.5*, en azul el experimento *gen*, en naranja el experimento $k - \omega$, en verde el experimento $k - \epsilon$ y en negro punteado perfiles iniciales del SODA. En a) la frecuencia de Brunt-Väisälä y b) hasta 55 m de profundidad, donde *gen* y *MY 2.5* tiene mayor estratificación. En c) perfil de temperatura y d) hasta 55 m de profundidad, *gen* y *MY 2.5* son más cálidos que $k - \epsilon$ y $k - \omega$. En e) perfil de salinidad y f) hasta 55 m de profundidad, *gen* y *MY 2.5* se observó en los 55 m mayor cambio de salinidad. En g) perfil de densidad y h) hasta 55 m de profundidad, siendo *gen* y *MY 2.5* con mayor intervalo de densidad en los primeros 55 m.

En la figura 3.18 (P1, -117.56 O, 30.25 N) y figura 3.19(P2, -118.53 O, 29.7 N), se observó en a), menor estratificación para $k - \epsilon$ y $k - \omega$, mientras que *gen* y *MY 2.5* son más estratificados y similares a la condición inicial. En los primeros 55 m de profundidad, el experimento *MY 2.5* (P1), la frecuencia de Brunt-Väisälä, resultó ser máxima que el resto de los demás experimentos, $k - \epsilon$ fue el de menor frecuencia, afectando los límites donde se propagan las ondas internas, (ver tabla 3.3). El perfil de temperatura en c y d), se observó en *gen* y *MY 2.5*, una temperatura máxima de $20.95\ ^{\circ}C$ y el inicio de la termoclina a los 12.8 m de profundidad, en los experimentos $k - \epsilon$ y $k - \omega$ la temperatura máxima fue de $20.3\ ^{\circ}C$ y el inicio de la termoclina a los 19.32 m de profundidad; para el perfil inicial una máxima temperatura de $21.2\ ^{\circ}C$ y el inicio de la termoclina a los 7.67 m de profundidad. En e) el perfil de salinidad en la superficie los experimentos *gen* y *MY 2.5*, con

mayor salinidad en la superficie 34.04 PSU), que los demás experimentos, con 34.01 PSU . En g y h), se apreció una densidad mínima en la superficie para *gen* y *MY 2.5*, de 23.78 kg m^{-3} , para $k - \epsilon$ y $k - \omega$, de 23.94 kg m^{-3} , mientras que la máxima densidad en el fondo fue de 38.0 kg m^{-3} para todos los experimentos.

Los diferentes experimentos, dan como resultado distintas condiciones de mezcla en la vertical, pudiendo observar los límites de propagación de las ondas internas (figura 3.20), debido a una mayor estratificación de la región.

Tomando en cuenta la ecuación 1.33, la frecuencia de la marea diurna $K1 = 0.041 \text{ ciclos h}^{-1}$ es de menor magnitud que la frecuencia de Coriolis $f = 0.044 \text{ ciclos h}^{-1}$, donde las frecuencias entran en resonancia. La marea semidiurna $M2 = 0.08 \text{ ciclos h}^{-1}$ es mayor a f y menor al valor máximo de $N(Z)$. El límite de mayor magnitud para la propagación de las ondas internas, fue *MY 2.5* = $6.78 \text{ ciclos h}^{-1}$ y el límite de menor magnitud, $k - \epsilon = 6.3 \text{ ciclos h}^{-1}$.

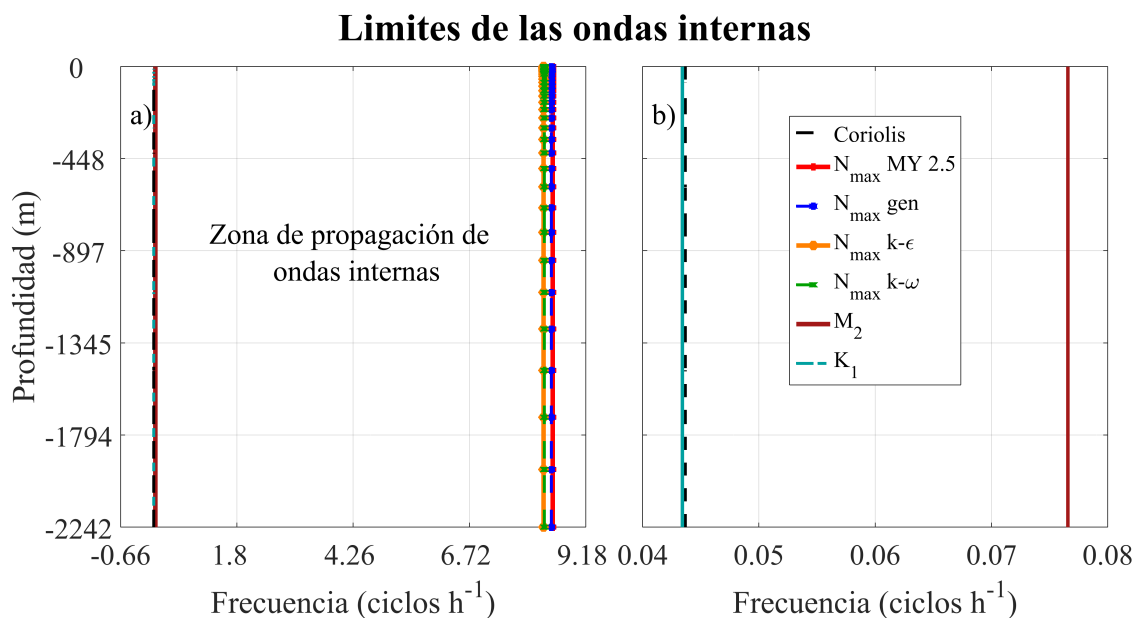


Figura 3.20: Valores máximos de N para cada experimento mostrando los límites de propagación de las ondas internas, para el punto -117.56 O, 30.25 N. En a) el límite máximo de N para cada experimento, siendo en rojo el experimento *MY2.5*, en azul el experimento *gen* los límites máximos y en naranja el experimento $k - \omega$, en verde el experimento $k - \epsilon$ los mínimos. En b) los límites de la fuerza de Coriolis, M_2 y K_1 .

Tabla 3.3: Frecuencia máxima de Brunt-Väisälä y límite inicial de la termoclina en punto P1 y P2

Modelos	Puntos	$maxN(z)$ ($ciclos\ h^{-1}$)	Límite inicial de la termoclina (m)
<i>MY2.5</i>	P1	8.48	-12.83
<i>gen</i>	P1	8.45	-12.83
$k - \epsilon$	P1	8.28	-19.32
$k - \omega$	P1	8.30	-19.32
Inicial	P1	8.58	-7.66
<i>MY2.5</i>	P2	8.47	-9.22
<i>gen</i>	P2	8.45	-9.22
$k - \epsilon$	P2	8.28	-24.49
$k - \omega$	P2	8.28	-24.49
Inicial	P2	8.55	-9.22

El experimento *MY2.5* presenta una frecuencia N de mayor estratificación y estabilidad en la energía cinética, tomando como referencia el mismo para analizar la BTS.

En la BTS se observó la frecuencia $N(z)$, el perfil de temperatura, salinidad y densidad en dos puntos (P1 y P2), cerca del cañón submarino y la plataforma continental. Los espectros y series de tiempos del experimento *MY 2.5*, se compararon con el mareógrafo de Ensenada (P3), (figura 3.21), (Filonov et al., 2014).

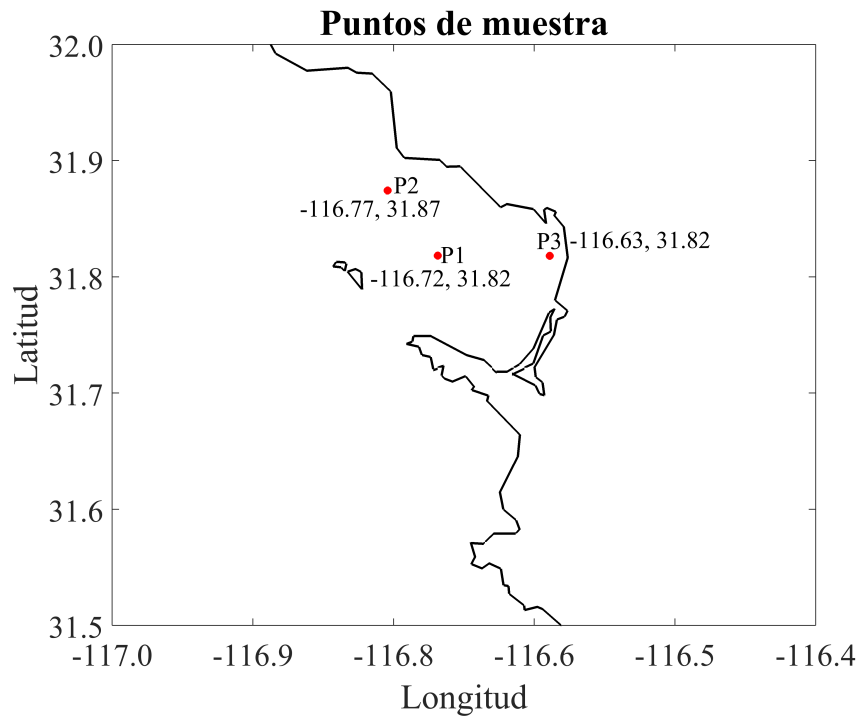


Figura 3.21: Puntos para observar frecuencias, perfiles, espectros y series de tiempo, P1) centro de la BTS -116.72 O, 31.82 N, P2) entrada de la plataforma continental hacia la BTS, -116.77 O, 31.87 N, P3) mareógrafo de Ensenada -116.63 O, 31.82 N.

La frecuencia N , en el centro de la bahía (P1), fue de $8.51 \text{ ciclos } h^{-1}$, el inicio de la termoclina fue de 23.16 m de profundidad y una temperatura máxima de $21 \text{ }^\circ\text{C}$. En la plataforma continental (P2), la máxima frecuencia N fue de $8.59 \text{ ciclos } h^{-1}$, el inicio de la termoclina en 24.22 m de profundidad y una temperatura máxima de $21 \text{ }^\circ\text{C}$ (figura 3.22). En la plataforma continental (P2), se observó una capa de mezcla más grande y con mayor estratificación, ver tabla 3.4.

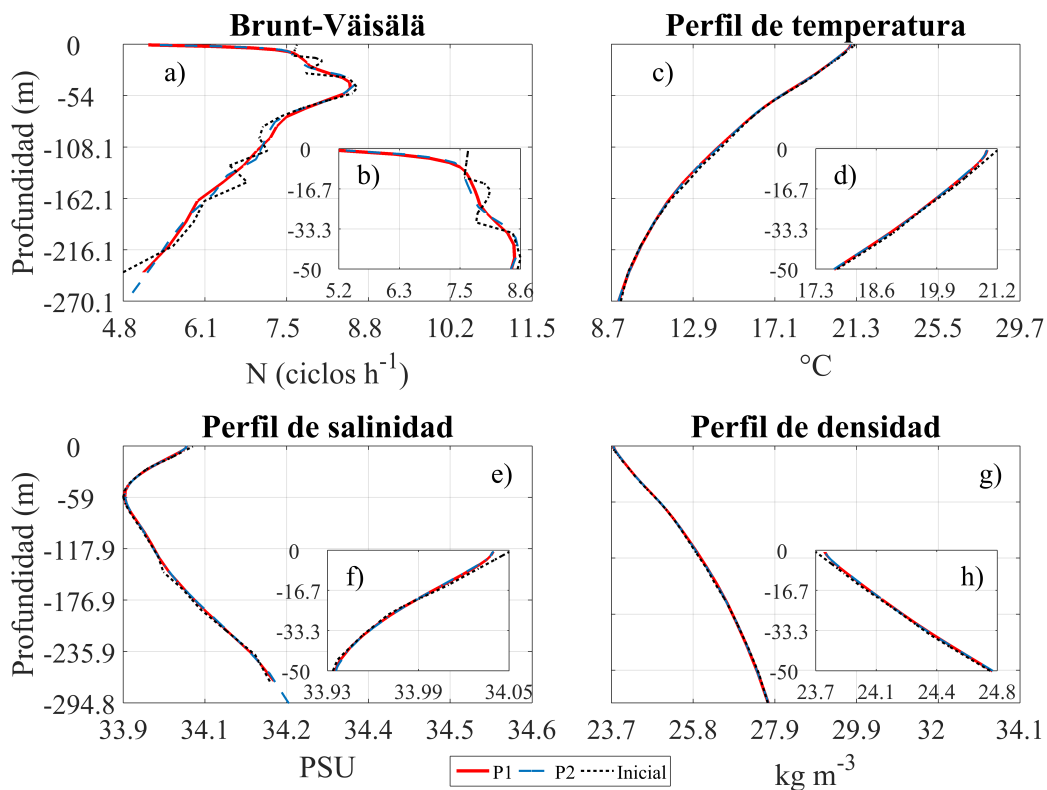


Figura 3.22: Comparación de dos puntos del experimento MY 2.5, a) frecuencia N, b) perfil de temperatura, c) perfil de salinidad, y en d) perfil de densidad, en rojo el punto P1, en azul el punto P2 y en negro la condición inicial. La plataforma continental (P2) tiene una mayor estratificación y una capa de mezcla de mayor profundidad.

Tabla 3.4: Frecuencia máxima de Brunt-Väisälä y límite inicial de la termoclina para MY 2.5 en la BTS

Puntos	$maxN(z)$ ($ciclos h^{-1}$)	Límite inicial de la termoclina (m)
P1	8.52	-23.16
P2	8.60	-24.22
Inicial	8.63	-19.96

Se comparó la frecuencia de la elevación superficial del mar y de temperatura para 30 días de las salidas del experimento en los puntos P1 y P2, mediante espectros. El mareógrafo de Ensenada P3, con componentes armónicos climatológicos y localizado en las coordenadas -116.63 O, 31.82 N.

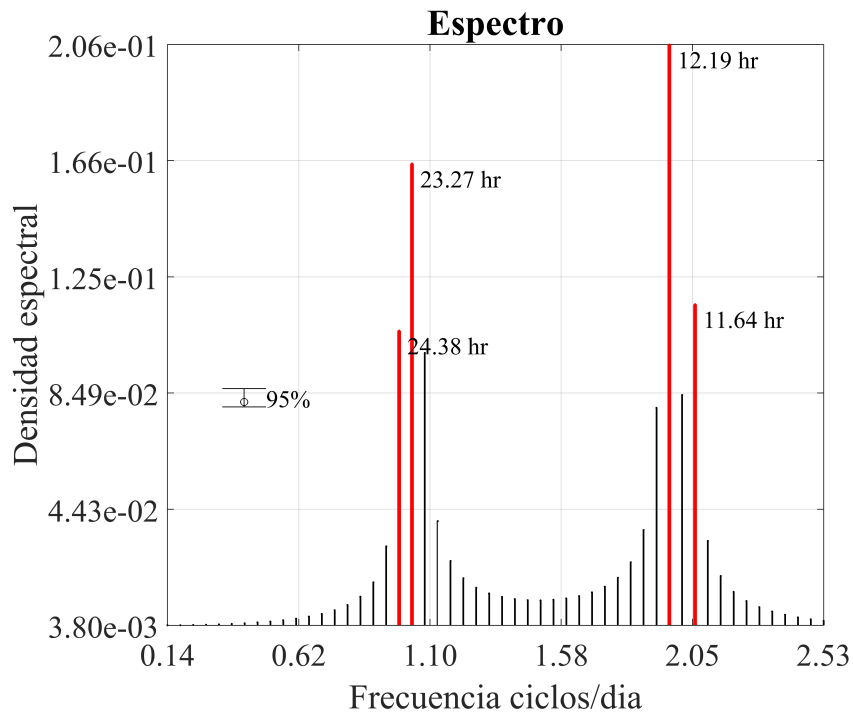


Figura 3.23: Serie de tiempo y espectro de la elevación superficial del mar del mareógrafo de Ensenada. La componente principal es la semidiurna, seguida de la diurna, con un intervalo de confianza del 95 %.

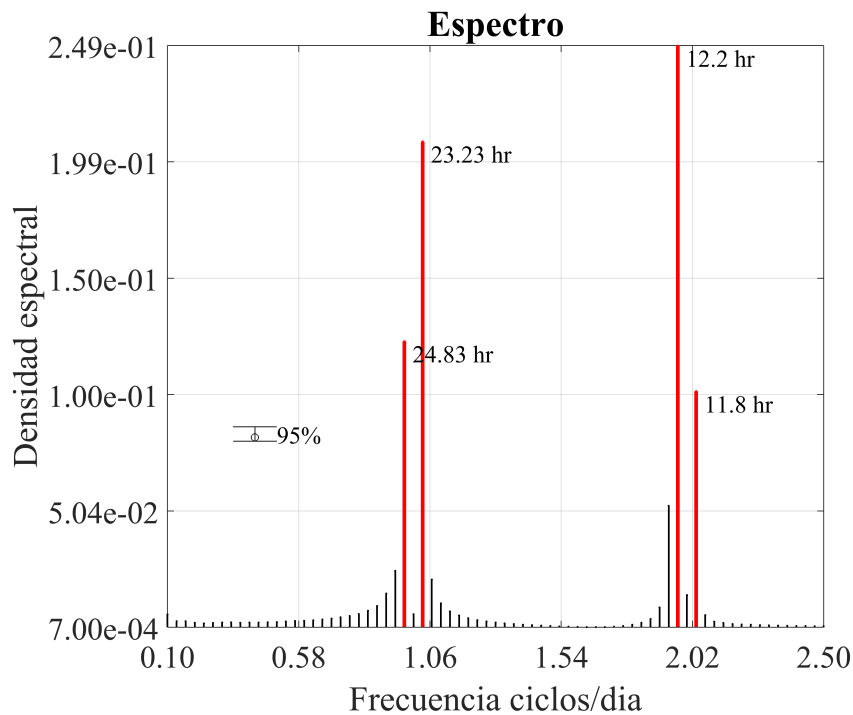


Figura 3.24: Espectro de la elevación superficial del mar para las coordenadas -116.72 O, 31.82 N. Se observó que la componente principal es la semidiurna, seguida de la diurna, con un intervalo de confianza del 95 %.

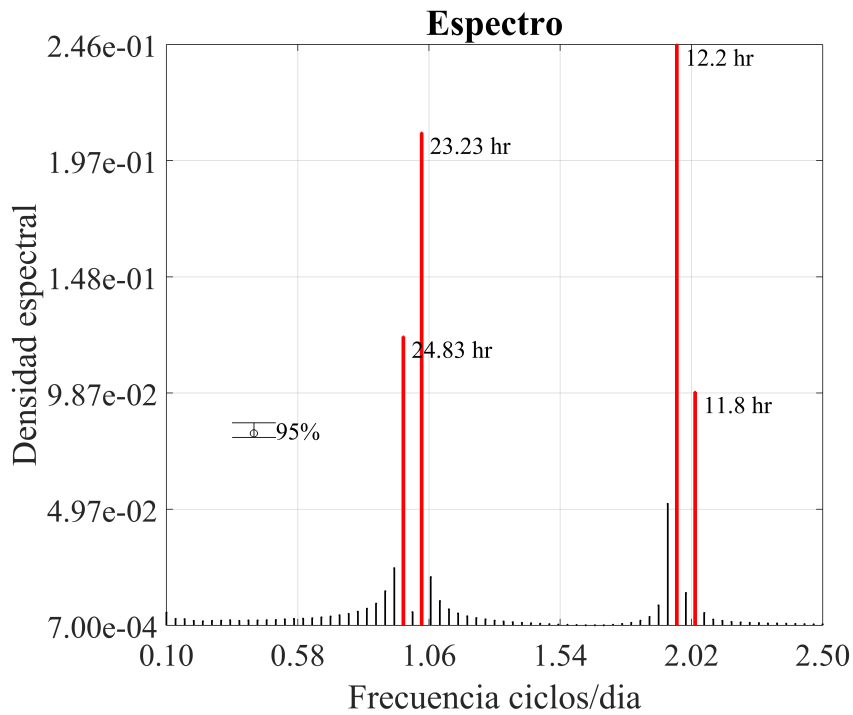


Figura 3.25: Espectro de la elevación superficial del mar para las coordenadas -116.77 O, 31.87 N. Se observó que la componente principal es la semidiurna, seguida de la diurna, con un intervalo de confianza del 95 %.

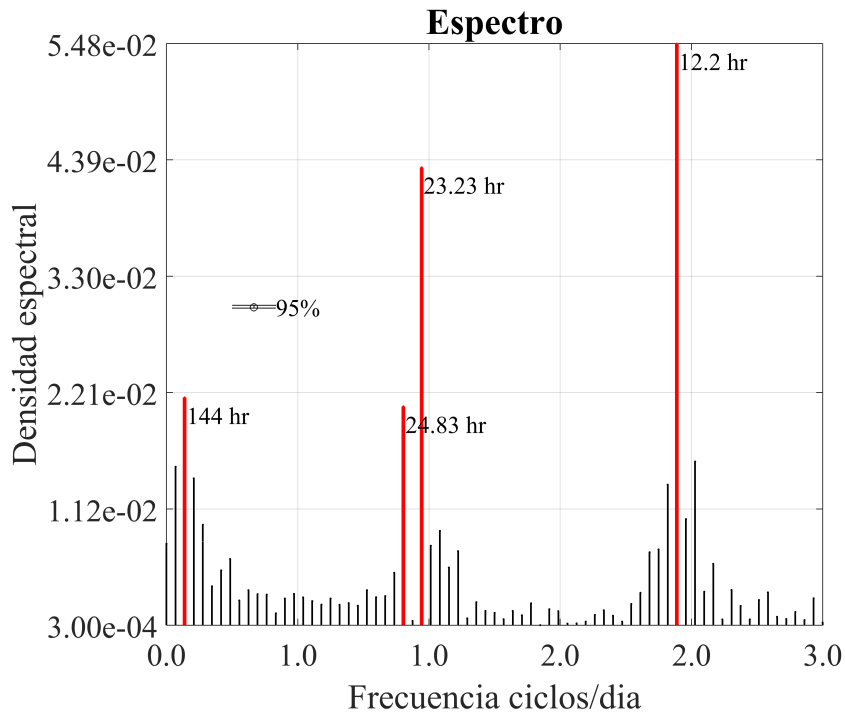


Figura 3.26: Espectro de la temperatura para las coordenadas -116.72 O, 31.82 N. Se observó una componente principal semidiurna, además de componentes diurnas y de seis días, con un intervalo de confianza del 95 %.

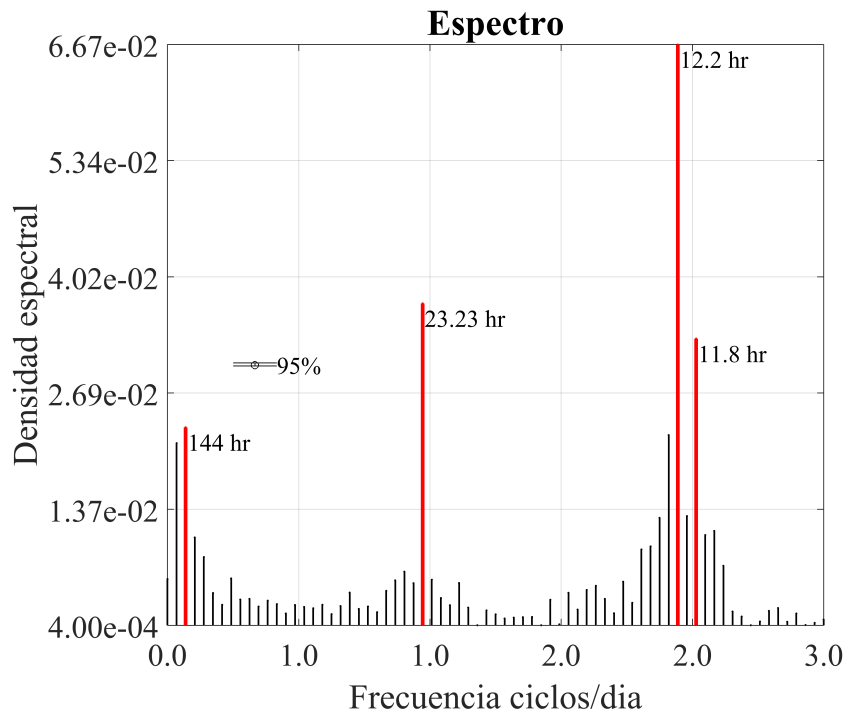


Figura 3.27: Serie de tiempo y espectro de la temperatura para las coordenadas -116.77 O, 31.87 N. Se observó una componente principal semidiurna, además de componentes diurnas y de seis días, con un intervalo de confianza del 95 %.

Se observaron en las figuras 3.23, 3.24 y 3.25, los espectros de la elevación superficial del mar, donde la componente semidiurna fue la dominante, seguido de la componente diurna, tanto en la estación de Ensenada y el experimento *MY 2.5*, en los puntos seleccionados de la BTS. En las figuras 3.26 y 3.27 se observaron los espectros de temperatura, donde la componente dominante para ambos puntos fue la semidiurna.

La serie temporal de la elevación superficial del mar de la salida del modelo y la estación de Ensenada, presentó una correlación de Pearson de 0.88. Esto debido a las diferencias de la elevación del fondo, donde la componente semidiurna tiende a sobreestimar la amplitud de la elevación del mar.

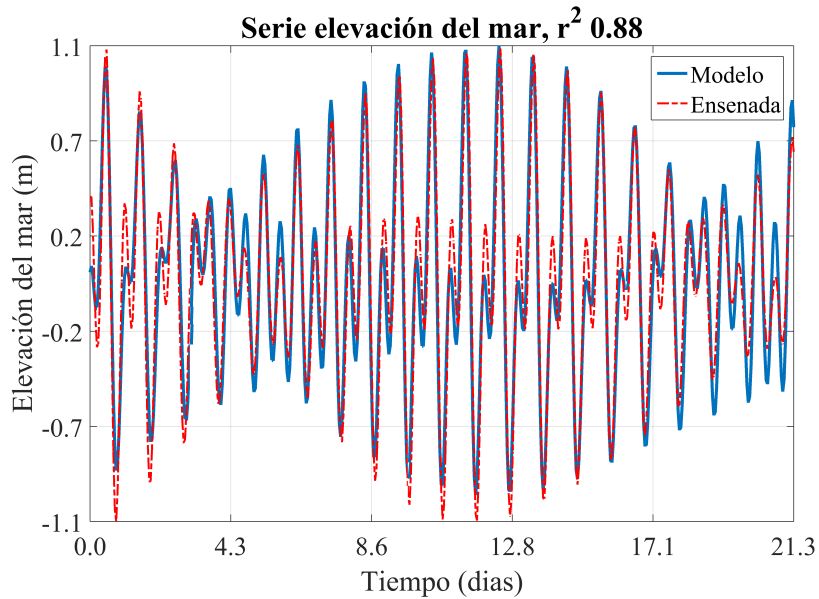


Figura 3.28: Serie de tiempo de la elevación superficial del mar, para las coordenadas -116.72 O, 31.82 N. La correlación entre el mareógrafo de Ensenada y la salida del experimento *MY* 2.5, es de 0.88.

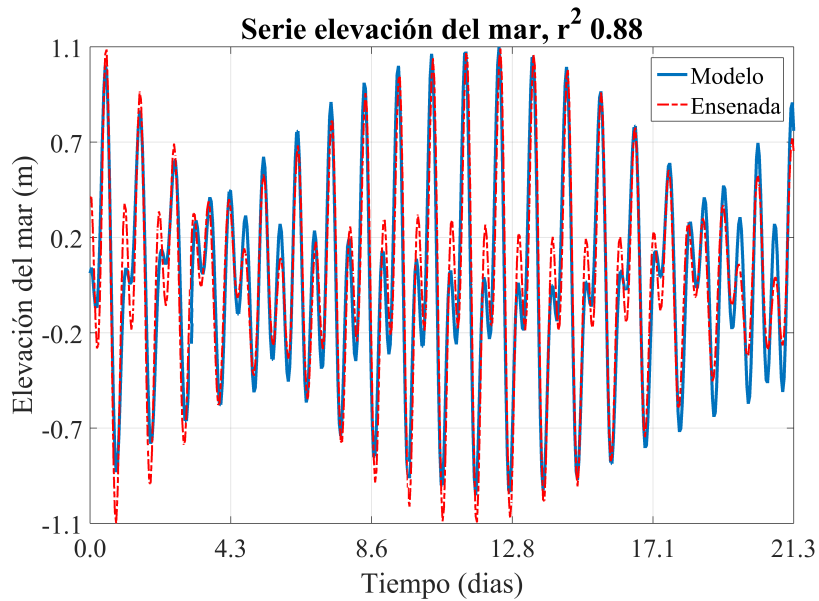


Figura 3.29: Serie de tiempo de la elevación superficial del mar, para las coordenadas -116.77 O, 31.87 N. La correlación entre el mareógrafo de Ensenada y la salida del experimento *MY* 2.5, es de 0.88.

La serie temporal de temperatura de 10 días (figura 3.30 y 3.31), mostró oscilaciones de la marea en toda la columna de agua, observando componentes semidiurnas, siendo más definidas a lo largo de la termoclina, sin embargo se

apreciaron frecuencias más bajas. Dentro de la BTS y en la plataforma continental, se observó en el fondo que las ondas internas empiezan a tener diferentes frecuencias.

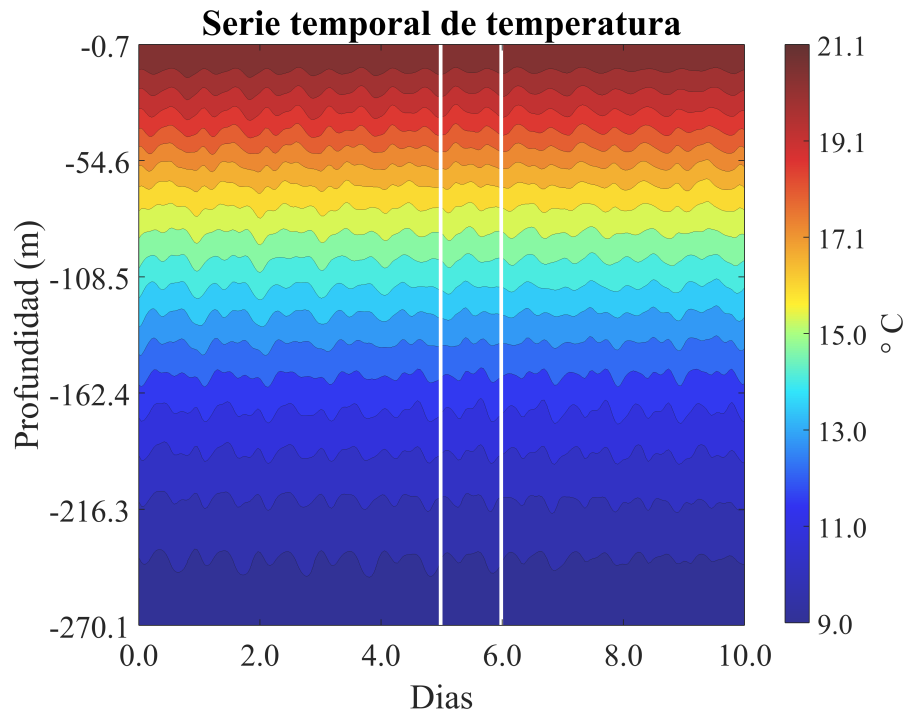


Figura 3.30: Serie de tiempo de la temperatura a diez días, para las coordenadas -116.72 O, 31.82 N. Donde se observaron las ondas internas semidiurnas a lo largo de la termoclina. Las líneas blancas denotan un día.

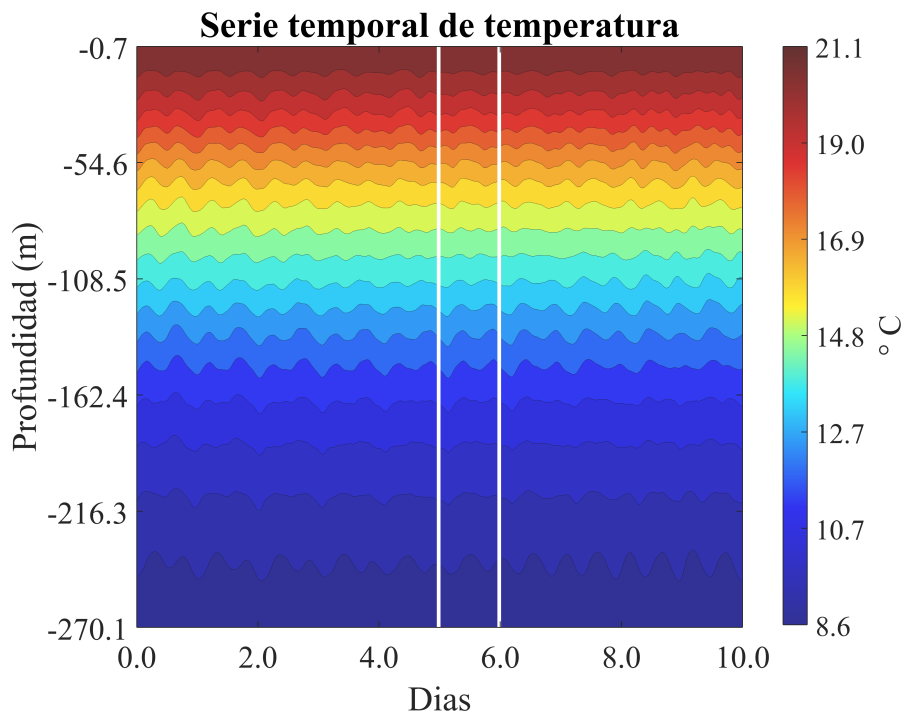


Figura 3.31: Serie de tiempo de la temperatura a diez días, para las coordenadas -116.77 O, 31.87 N. Donde se observaron las ondas internas semidiurnas a lo largo de la termoclina. Las líneas blancas denotan un día.

Capítulo 4

Discusiones y conclusiones

4.1. Discusiones

En la presente Tesis se compararon cuatro experimentos de parametrizaciones de la mezcla en la vertical de dos ecuaciones: $k - \epsilon$, gen , $k - \omega$ y $MY 2.5$. Las primeras tres obtenidas de la ecuación GLS (Umaluf y Burchard, 2003), donde solo varían los coeficientes de cerradura. Los cuatro experimentos están basados con la relación de longitud de escala Kolmogorov-Prandtl.

En la comparación de los experimentos para observar la sensibilidad del modelo ROMS, se correlacionó el promedio de los transectos de temperatura y componente u baroclínica. Los experimentos $k - \omega$ y $MY 2.5$, están fuertemente correlacionados y ambos con magnitudes similares de la componente u . Una de las razones por la cual existe diferencia en los experimentos, como lo indica la prueba de Warner et al. (2005), es la contribución del experimento generalizado ($k - \epsilon$, $k - \omega$ y gen), es la disipación, mientras que en el experimento $MY 2.5$ la contribución es en el corte, sin embargo $MY 2.5$ tiene también mayor contribución en la flotabilidad que el experimento generalizado. Al calcular la varianza de temperatura a 50 m, se observó una variación menor para el experimento $k - \epsilon$ y gen de $0.004\text{ }^{\circ}\text{C}$ indicando ser más homogéneos debido a la disipación, mientras que en $k - \omega$ y $MY 2.5$ de $0.014\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $0.01\text{ }^{\circ}\text{C}$, defiriendo la contribución de disipación para el experimento $k - \omega$.

Los experimentos con mayor estratificación fueron $MY 2.5$ y el gen , que presentan un comportamiento similar al perfil de temperatura y frecuencia de Brunt-

Väisälä. Esto es debido a que el parámetro $c_{\psi 3}^-$ al ser multiplicado por el término de flotabilidad, el flujo es negativo (hundimiento), mientras que para $k - \epsilon$ y $k - \omega$ el flujo es positivo (crecimiento).

La frecuencia de Brunt-Väisälä es similar a lo documentado por Filonov et al. (2014), sin embargo, los experimentos tiene menor estratificación en la BTS. La diferencia puede ser debida a que la densidad máxima, es menor a lo esperado. Los espectros muestran como componente principal la semidiurna, seguida la diurna para la marea barotrópica. Para el espectro de temperatura, dentro de la BTS se observó una componente principal semidiurna, seguida de una diurna esperado a lo documentado. Las diferencias que existen en la comparación de resultados, se debe a que el experimento no cuenta con forzamientos de viento y radiativos, además tiene una malla suavizada y un perfil inicial de la base de datos del SODA de la malla A, teniendo diferentes comportamientos.

4.2. Conclusiones

Se observó que los experimentos se inestabilizan conforme transcurre el tiempo. El experimento *MY 2.5*, muestra ser el más estable durante las simulaciones, siendo el primer y segundo mes los más estables.

Por medio de las diferencias se observó, para el caso del promedio de temperatura del segundo mes, mayor diferencia en las costas, indicando que es una zona sensible de mezcla para los experimentos, como se mostró en la figura 3.12. En el caso de la componente u baroclínica se observó mayor sensibilidad en la región sur de la malla B y regiones localizadas en la costa 3.15, también se observó que los experimentos $k - \epsilon$, $k - \omega$ y *MY 2.5*, la dirección del componente es al oeste, saliendo de la bahía, corroborando en la BTS y el experimento *gen* es el único con dirección este.

El experimento *MY 2.5* tiene un límite mayor para la propagación de ondas internas, uno de los más cálidos y propicia una zona estratificadamente estable, con una capa de mezcla pequeña, donde las perturbaciones pueden ser disipadas por ondas internas.

Para investigaciones futuras, se puede incluir forzamientos radiativos y de viento para estabilizar la simulación por periodos más largos. Las mallas aún pueden ser mejoradas, mediante la interpolación y ponderación de la batimetría

en la malla B. Teniendo en cuenta realizar una conexión de la batimetría entre las mallas.

Para estudiar las ondas internas, es necesario generar un tercer anidamiento con mayor resolución. Y con las salidas del modelo oceánico ROMS usando el experimento *MY 2.5*, observar la temperatura, las componentes u , v y w .

Apéndice A

Turbulencia homogénea

A.1. Promedio de Reynolds

La turbulencia es un estado del movimiento energético rotacional y son fluctuaciones o vórtices aleatorios llamados eddy, causadas por el movimiento del flujo, la difusión o agitación y la perturbación de un medio estratificado.

El primer experimento para observar la turbulencia lo hizo Osborne Reynolds donde observó la turbulencia relacionada con el diámetro de un tubo y la viscosidad del fluido sin rotación. Siendo el parámetro de Reynolds en términos de escalas de movimiento, (Thorpe, 2007):

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad (\text{A.1})$$

Donde U es un flujo medio, L es longitud y ν es viscosidad cinemática.

Las propiedades de la turbulencia son el diámetro de los eddies y en la velocidad orbital. Los vórtices tienen diferentes escalas, donde los más largos y rápidos tienen mayor energía cinética y la transfieren a los más cortos y lentos donde la energía es disipada por la viscosidad, este proceso se llama la cascada de energía turbulenta. Esto aplica para vórtices isotrópicos y homogéneos, de pequeña escala afectados por la viscosidad siendo en la capa de mezcla y a mayor profundidad son anisotrópicos. La teoría fue estudiada por Kolmogorov siendo la escala:

$$l_k = \nu^{3/4} \epsilon^{-1/4} \quad (\text{A.2})$$

Debido a que el océano se encuentra en estado turbulento, es necesario tomar en cuenta las fluctuaciones turbulentas isotrópicas, no solo el promedio del flujo. Se debe descomponer la velocidad en un promedio de ensambles $\langle u \rangle$ y en una fluctuación turbulenta u' .

$$u = \langle u \rangle + u' \quad (\text{A.3})$$

$$\langle u' \rangle = 0 \quad (\text{A.4a})$$

$$\langle uv \rangle = \langle u \rangle \langle v \rangle + \langle u'v' \rangle \quad (\text{A.4b})$$

Tomando en cuenta las consideraciones de la ecuación A.4, el promedio de Reynolds de la ecuación de momento en u es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \frac{\partial(\langle u \rangle \langle u \rangle)}{\partial x} + \frac{\partial(\langle u \rangle \langle v \rangle)}{\partial y} + \frac{\partial(\langle u \rangle \langle w \rangle)}{\partial z} - f \langle v \rangle = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} - \langle u'u' \rangle \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} - \langle u'v' \rangle \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z} - \langle u'w' \rangle \right) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Los últimos 3 términos son esfuerzos de fricción causados por el movimiento turbulento, llamado los esfuerzos de Reynolds, (Cushman-Roisin y Beckers, 2011; Pond y Pickard, 1995).

A.2. Problema de cerradura

Los esfuerzos de Reynolds se han representado como flujos difusivos mediante la viscosidad turbulenta ν , sin embargo éste parámetro representa el nivel de turbulencia del flujo, no del fluido, dependiendo de las condiciones en tiempo y lugar. Como se mencionó anteriormente para representar las fluctuaciones de pe-

queña escala se separa la parte media (escala larga) y la perturbación (pequeña escala) A.4.

Dado los nuevos términos $\langle u'u' \rangle$, $\langle u'v' \rangle$, $\langle u'w' \rangle$, no hay una ecuación para dar solución. Para ello el esfuerzo de Reynolds se obtiene de ecuaciones con el comportamiento de la fluctuación u' , realizando la diferencia de la ecuación original y el promedio de Reynolds, (ecuación A.5), después se multiplica por u' y se promedia.

Dado la siguiente ecuación en su forma tensorial:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 u_i \quad (\text{A.6})$$

Siguiendo el procedimiento anterior se obtiene en forma tensorial:

$$\begin{aligned} & \underbrace{\frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial t}}_{\text{Término local}} + \underbrace{\langle u'_k \rangle \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_k}}_{\text{Término advectivo}} = - \underbrace{\langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial \langle u'_i \rangle}{\partial x_k} - \langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial \langle u'_j \rangle}{\partial x_k}}_{\text{Producción esfuerzos de Reynolds}} \\ & - \underbrace{\frac{2\nu}{\rho_0} \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle}_{\text{Disipación}} - \underbrace{\frac{1}{\rho_0} \left\langle p' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle}_{\text{Producción por presión}} \\ & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\nu}{\rho_0} \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_k} + \langle u'_i u'_j u'_k \rangle + \frac{g}{\rho_0} (\langle \rho' u'_i \rangle \delta_{jk} + \langle \rho' u'_j \rangle \delta_{ik}) \right)}_{\text{Difusión del esfuerzo de Reynolds}} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

En la ecuación A.7, se obtiene la ecuación para el esfuerzo de Reynolds, sin embargo donde se muestra en línea roja existe una triple correlación, sin alguna ecuación para poder resolverlo, si se siguiera el mismo procedimiento para obtener una ecuación, existiría un término de una correlación de 4 términos (Cushman-Roisin y Beckers, 2011; Pond y Pickard, 1995; Wilcox, 1994).

Referencias

- Allen, J. S., Newberger, P. A., y Federiuk, J. (1995). Upwelling circulation on the oregon continetal shelf. part i: response to idealized forcing. *Journal of Physical Oceanography*, 25, 1843-1866.
- Apel, J. R. (1988). *Principles of ocean physics*. Academic Press.
- Balmforth, N. J., y Llewellyn-Smith, S. (2005). *Program of study: tides*. Woods Hole Oceanog. Inst.
- Blayo, E., y Debreu, L. (2006). Nesting ocean models. En E. P. Chassignet y J. Veron (Eds.), *Ocean weather forecasting: An integrated view of oceanography* (p. 127-146). Springer Netherlands.
- Burchard, H., Petersen, O., y Rippeth, T. P. (1998). Comparing the performance of the mellor-yamada and the $k - \epsilon$ two-equation turbulence models. *Journal of Geophysical Research*, 103, 10,543-10,554.
- Carton, J. A., y Giese, B. S. (2005). Soda: A reanalysis of ocean climate. *Journal of Geophysical Research-Oceans*.
- Cushman-Roisin, B., y Beckers, J. M. (2011). *Introduction to geophysical fluid dynamics, physical and numerical aspects*. Academic Press.
- Davies, A. M., y Hall, P. (2002). Numerical problems associated with coupling hydrodynamic models in shelf edge regions: the surge event of february 1994. *Applied Mathematical Modelling*, 26, 807-831.
- Dean, R. G., y Dalrymple, R. A. (1991). *Water wave mechanics for engineers and scientists*. World scientific publishing.
- de Boyer, C., Madec, G., Fischer, A. S., Lazar, A., y Iudicone, D. (2004). Mixed layer depth over the global ocean an examination of profile data and a profile-based climatology. *Journal of Geophysical Research*, 109.
- Debreu, L., y Blayo, E. (2008). Two-way embedding algorithms: a review. *Ocean Dynamics*, 58, 415-428.
- Dijkstra, H. A. (2008). *Dynamical oceanography*. Springer.
- Durski, S. M., Glenn, S. M., y Haidvogel, D. B. (2004). Vertical mixing schemes in

the coastal ocean: comparison of the level 2.5 Mellor-Yamada scheme with an enhanced version of the k profile parameterization. *Journal of Geophysical Research*, 109.

- Filonov, A., Lavín, M., Lada, L., y Tereshchenko, I. (2014). Spatial variability of internal waves in an open bay with a narrow steep shelf in the Pacific off NW Mexico. *Continental Shelf Research*, 78.
- Galperin, B., Kantha, L. H., Hassid, S., y Rosati, A. (1988). A quasi-equilibrium turbulent energy model for geophysical flows. *Journal Atmospheric Science*, 45, 55–62.
- Garrett, C. (2003). Internal tides and ocean mixing. *Science*, 301, 1858-1859.
- Godin, G., de la Paz, R., Rodríguez, N., y Ortiz, M. (1980). La marea y el nivel del mar a lo largo de la costa occidental de México. *Geofísica Internacional*, 19, 239-258.
- Haidvogel, D. B., y Beckmann, A. (1999). *Numerical ocean circulation modeling*. Imperial College Press.
- Harris, L. M., y Durran, D. R. (2009). An idealized comparison of one-way and two-way grid nesting. *Monthly Weather Review*, 138, 2174–2187.
- Hedstrom, K. (2016). Technical manual for a coupled sea-ice/ocean circulation model (version 4). *OCS Study BOEM, 2016-37*, 176 pp.
- Hill, J., Piggott, M., Ham, D. A., Popova, E., y Srokosz, M. (2012). On the performance of a generic length scale turbulence model within an adaptive finite element ocean model. *Ocean Modeling*, 56, 1-15.
- Israeli, M., y Orszag, S. A. (1981). Approximation of radiation boundary conditions. *Journal of Computational Physics*, 41, 115-135.
- Kundu, P. K., y Durran, D. R. (1975). Ekman veering observed near the ocean bottom. *Journal of Physical Oceanography*, 6, 238–242.
- Laurent, L. S., y Garrett, C. (2002). The role of internal tides in mixing the deep ocean. *Journal Physical Oceanography*, 32, 2882–2899.
- Marinone, S. G., y Lavín, M. F. (1997). Mareas y corrientes residuales en el golfo de California. *Contribuciones a la oceanografía física en México*, 3, 113-139.
- Mateos, E., Marinone, S. G., y Parés-Sierra, A. (2008). Towards the numerical simulation of the summer circulation in Todos Santos Bay, Ensenada, B.C. Mexico. *Ocean Modeling*, 27, 107-112.
- McLellan, H. J. (1977). *Elements of physical oceanography*. Pergamon Press.
- Mellor, G. L., y Yamada, T. (1982). Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 20, 851-875.

- NASA. (2016). *November supermoon a spectacular sight*. Recuperado el 6 de febrero de 2017, de <https://www.nasa.gov/feature/goddard/2016/novembers-spectacular-supermoon>.
- NASA/SDO. (2015). *Active regions on the sun*. Recuperado el 6 de febrero de 2017, de <https://www.nasa.gov/image-feature/active-regions-on-the-sun>.
- Olbers, D., Willebrand, J., y Eden, C. (2012). *Ocean dynamics*. Springer.
- Pond, S., y Pickard, G. L. (1995). *Introductory dynamical oceanography*. Butterworth-Heinemann.
- Pugh, D., y Woodworth, P. (2014). *Sea-level science: understanding tides, surges, tsunamis and mean sea level*. Cambridge University Press.
- Ray, R. D. (Sin fecha). *Altimetric studies of ocean tidal dynamics*. Recuperado el 31 de marzo de 2017, de <https://sealevel.jpl.nasa.gov/science/ostscienceteam/scientistlinks/scientificinvestigations/ray/>.
- Robertson, R. (2006). Modeling internal tides over fieberling guyot: resolution, parameterization, performance. *Ocean Dynamics*, 56, 430-444.
- Rodi, W. (1987). Examples of calculation methods for flow and mixing in stratified fluids. *Journal of Geophysical Research*, 92, 5305-5328.
- Shapiro, R. (1970). Smoothing, filtering, and boundary effects. *Reviews of Geophysical and Space Physics*, 8, 359-387.
- Shapiro, R. (1975). Linear filtering. *Mathematics of Computation*, 29, 1094-1097.
- Shchepetkin, A. F., y McWilliams, J. C. (2009). Correction and commentary for "ocean forecasting in terrain-following coordinates: Formulation and skill assessment of the regional ocean modeling system" by haidvogel et al., j. comp. phys. 227, pp. 3595–3624. *Journal of Computational Physics*, 228, 8985–9000.
- Simmon, R. (2013). *Earth day and night*. Recuperado el 8 de febrero de 2017, de <https://earthobservatory.nasa.gov/blogs/elegantfigures/2013/04/22/earth-day-and-night/>.
- SINAT. (2004). *Captación y desalación de agua de mar, su potabilización, conducción, y entrega de 250 l/s y la disposición del agua de rechazo, en el municipio de ensenada, baja california*.
- Sánchez, A., Carriquiry, J., Barrera, J., y López-Ortiz, B. E. (2009). Comparación de modelos de transporte de sedimento en la bahía todos santos, baja california, méxico. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 61, 13-24.
- Spargo, E. A., Westerink, J. J., Luettich, R. A., y Mark, D. J. (2004). *Enpac 2003: A tidal constituent database for eastern north pacific ocean* (Inf. Téc.). U.S. Army Corps of Engineers.

- Thorpe, S. A. (2007). *An introduction to ocean turbulence*. Cambridge University Press.
- Umaluf, L., y Burchard, H. (2003). A generic length-scale equation for geophysical turbulence models. *Journal of Marine Research*, 61, 235-265.
- University, T. O. (1999). *Waves, tides and shallow-water processes*. Butterworth-Heinemann.
- Wang, X., Chao, Y., Dong, C., Farrara, J., Li, Z., McWilliams, J. C., . . . Rosenfeld, L. K. (2009). Modeling tides in monterey bay, california. *Deep-Sea Research II*, 56, 219-231.
- Warner, J. C., Sherwood, C. R., Arango, H. G., y Signell, R. P. (2005). Performance of four turbulence closure models implemented using a generic length scale method. *Ocean Modeling*, 8, 81-113.
- Weatherall, P., Marks, K. M., Jakobsson, M., Schmitt, T., Tani, S., Arndt, J. E., . . . Wigley, R. (2015). A new digital bathymetric model of the world's oceans. *Earth and Space Science*, 2, 331-345.
- Wessel, P., y Smith, W. H. F. (1996). A global self-consistent, hierarchical, high-resolution shoreline database. *Journal of Geophysical Research*, 101, 8741-8743.
- Wijesekara, H. W., Allen, J. S., y Newberger, P. A. (2003). Modeling study of turbulent mixing over the continental shelf: Comparison of turbulent closure schemes. *Journal of Geophysical Research*, 108.
- Wilcox, D. C. (1988). Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA journal*, 26, 1299-1310.
- Wilcox, D. C. (1994). *Turbulence modeling for cfd*. DCW Industries, Incorporated.