

Artículo publicado en el Repositorio Institucional del IMTA

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| <i>Título</i>               | Gasto óptimo en riego por melgas.  |
| <i>Autor / Adscripción</i>  | <p>Heber Saucedo<br/>Instituto Mexicano de Tecnología del Agua</p> <p>Manuel Zavala<br/>Universidad Autónoma de Zacatecas, México</p> <p>Carlos Fuentes<br/>Universidad Autónoma de Querétaro, México</p> <p>Vladimir Castanedo<br/>Instituto Mexicano de Tecnología del Agua</p>  |
| <i>Publicación</i>          | Tecnología y Ciencias del Agua, 4(3): 135-148  |
| <i>Fecha de publicación</i> | 2013   |
| <i>Resumen</i>              | <p>Se verifica la relación, básicamente lineal, que existe entre la longitud de una melga y el gasto óptimo de riego, que es el gasto que se debe aplicar para obtener un valor máximo en el coeficiente de uniformidad, que produzca valores elevados de las eficiencias de aplicación y de requerimiento de riego. Dicha verificación se realiza mediante la aplicación de un modelo hidrodinámico completo, empleando métodos numéricos, que hace uso de las ecuaciones de Saint-Venant para la descripción del flujo del agua sobre el suelo, acopladas internamente con la ecuación de Richards, que permite modelar el flujo del agua en el suelo.</p> |
| <i>Identificador</i>        | <a href="http://hdl.handle.net/123456789/1301">http://hdl.handle.net/123456789/1301</a>  |

# GASTO ÓPTIMO EN RIEGO POR MELGAS

• Heber Saucedo\* •

*Instituto Mexicano de Tecnología del Agua*

\*Autor de correspondencia

• Manuel Zavala •

*Universidad Autónoma de Zacatecas, México*

• Carlos Fuentes •

*Universidad Autónoma de Querétaro, México*

• Vladimir Castanedo •

*Instituto Mexicano de Tecnología del Agua*

## Resumen

Se verifica la relación, básicamente lineal, que existe entre la longitud de una melga y el gasto óptimo de riego, que es el gasto que se debe aplicar para obtener un valor máximo en el coeficiente de uniformidad, que produzca valores elevados de las eficiencias de aplicación y de requerimiento de riego. Dicha verificación se realiza mediante la aplicación de un modelo hidrodinámico completo, empleando métodos numéricos, que hace uso de las ecuaciones de Saint-Venant para la descripción del flujo del agua sobre el suelo, acopladas internamente con la ecuación de Richards, que permite modelar el flujo del agua en el suelo. De acuerdo con los resultados obtenidos mediante la aplicación del modelo para diez tipos de suelo diferentes, se incluyen cuadros de diseño operativo del riego por melgas.

**Palabras clave:** riego por melgas, Saint-Venant, Richards, gasto óptimo.

## Introducción

El objetivo del diseño de riego por melgas es conseguir la aplicación de la lámina de riego requerida por el cultivo de la manera más uniforme posible, para alcanzar una eficiencia de aplicación alta.

El diseño del riego consiste en determinar el gasto óptimo y el tiempo durante el cual se aplica dicho gasto en la cabecera de la melga para lograr la mayor uniformidad de aplicación posible, para una longitud y ancho de melga específicos, y un tipo de suelo en particular.

Rendón *et al.* (1997) han verificado que el gasto óptimo de diseño guarda una proporción lineal con la longitud de la melga en la cual debe aplicarse. El resultado es obtenido haciendo uso de un modelo formado por las

ecuaciones de Lewis y Milne (1938), para describir el flujo del agua sobre la superficie del suelo, y de Green y Ampt (1911), para describir el flujo del agua en el suelo. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que las formas de las ecuaciones utilizadas por los autores citados son de las más simplificadas en el contexto de la modelación del riego por gravedad, motivo por el cual en este trabajo se verifica la relación de proporcionalidad entre el gasto óptimo y la longitud de la melga, haciendo uso de las ecuaciones de Saint-Venant y Richards.

En este trabajo se utiliza un modelo hidrodinámico completo desarrollado por los autores, el cual hace uso de las ecuaciones de Saint-Venant para la descripción del flujo del agua sobre el suelo, acopladas internamente con la ecuación de Richards, que permite modelar

el flujo del agua en el suelo, con el objetivo de verificar la relación de proporcionalidad que existe entre la longitud de una melga y el gasto óptimo de riego, que es el gasto que se debe aplicar para obtener un valor máximo en el coeficiente de uniformidad, que produzca valores elevados de las eficiencias de aplicación y de requerimiento de riego. De acuerdo con los resultados obtenidos mediante la aplicación del modelo para diez tipos de suelo diferentes, se presentan cuadros de diseño operativo del riego por melgas.

### Flujo del agua sobre la superficie del suelo

El flujo del agua con una superficie libre se modela con las ecuaciones de Saint-Venant que resultan de la aplicación de las leyes de conservación de masa y cantidad de movimiento. En una melga, la relación entre su ancho y el tirante de agua permite considerar las ecuaciones correspondientes al escurrimiento sobre una superficie de ancho infinito (Woolhiser, 1975). La ecuación de continuidad se escribe como:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

La ecuación de momentum se escribe en la forma recomendada por Saucedo *et al.* (2011):

$$\frac{1}{h} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{2q}{h^2} \frac{\partial q}{\partial x} + \left( g - \frac{q^2}{h^3} \right) \frac{\partial h}{\partial x} + g(J - J_o) + \beta \frac{q}{h^2} \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

donde  $q(x,t) = U(x,t)h(x,t)$  es el gasto por unidad de ancho de melga [ $L^2T^{-1}$ ];  $x$ , la coordenada espacial en la dirección principal del movimiento del agua en la melga [ $L$ ];  $t$ , el tiempo [ $T$ ];  $U$ , la velocidad media;  $h$ , el tirante de agua [ $L$ ];  $J_o$ , la pendiente topográfica de la

melga [ $LL^{-1}$ ];  $J$ , la pendiente de fricción [ $LL^{-1}$ ];  $V_i = \partial I / \partial t$ , el flujo de infiltración [ $LT^{-1}$ ], es decir, el volumen de agua infiltrado en la unidad de tiempo por unidad de ancho y por unidad de longitud de la melga;  $I$ , la lámina infiltrada [ $L$ ];  $g$ , la aceleración gravitacional [ $LT^{-2}$ ]; el parámetro adimensional  $\beta = 1 - \alpha$ , siendo  $\alpha = 1 - U_{ix}/U$ , donde  $U_{ix}$  es la proyección en la dirección del movimiento de la velocidad de salida de la masa de agua debido a la infiltración.

La relación entre las variables hidráulicas  $q$  y  $h$  con la pendiente de fricción, denominada ley de resistencia hidráulica, es adoptada de acuerdo con Fuentes *et al.* (2004), haciendo uso de una ley potencial de resistencia:

$$q = kv \left( \frac{h^3 g J}{v^2} \right)^d \quad (3)$$

donde  $v$  es el coeficiente de viscosidad cinemática del agua [ $L^2T^{-1}$ ] y  $k$  es un factor adimensional.

Para establecer las condiciones inicial y de frontera que deben sujetar a las ecuaciones de Saint-Venant para modelar el riego por melgas, se tiene en cuenta una melga cerrada, para evitar la pérdida de masa fuera del dominio de riego. Para la fase de avance se tiene:

$$q(x,0) = 0 \quad \text{y} \quad h(x,0) = 0 \quad (4)$$

$$q(0,t) = q_o, \quad q(x_f,t) = 0 \quad \text{y} \quad h(x_f,t) = 0 \quad (5)$$

donde  $x_f(t)$  es la posición del frente de onda para el tiempo  $t$  y  $q_o$  es el gasto de aporte en la cabecera de la melga. Para la fase de almacenamiento:

$$q(0,t) = q_o, \quad q(L,t) = 0 \quad (6)$$

donde  $L$  es la longitud de la melga y  $q_o$  el gasto de aporte en la cabecera de la melga. Para la fase de consumo:

$$q(0,t) = 0, \quad q(L,t) = 0 \quad (7)$$

Para cerrar el sistema es necesario conocer la forma en que evoluciona en el tiempo la lámina infiltrada en toda posición sobre la melga, es decir, la ley de infiltración, la cual es proporcionada con base en la solución de la ecuación de Richards (1931).

### Flujo del agua en el suelo

La descripción del proceso de infiltración del agua en el suelo puede efectuarse teniendo como base la ecuación de Richards (1931), que resulta de la combinación de la ecuación de continuidad con el campo de velocidades calculado conforme a la ley de Darcy y que en su forma tridimensional —sin tener en cuenta la extracción de agua por las plantas— se escribe como:

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \nabla \cdot [K(\psi) \nabla \psi] - \frac{dK}{d\psi} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (8)$$

donde  $\psi$  es el potencial de presión del agua en el suelo, expresado como la altura de una columna equivalente de agua [L] (positivo en la zona saturada y negativo en la zona no saturada del suelo);  $C(\psi) = d\theta/d\psi$  es denominada la capacidad específica de humedad del suelo;  $\theta = \theta(\psi)$  es el volumen de agua por unidad de volumen de suelo o contenido volumétrico de agua [L<sup>3</sup>L<sup>-3</sup>], y es una función de  $\psi$  conocida como curva característica de humedad o curva de retención del agua;  $K = K(\psi)$  es la conductividad hidráulica [LT<sup>-1</sup>], que en un suelo parcialmente saturado es una función del potencial de presión; el potencial gravitacional es asimilado a la coordenada espacial  $z$ , orientada positivamente hacia abajo [L];  $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$  es el operador gradiente;  $x, y$  son las otras dos coordenadas espaciales [L], y  $t$  es el tiempo [T].

El riego es un fenómeno que se efectúa en tres dimensiones, lo cual hace necesario que el flujo del agua en el suelo sea descrito utilizando la ecuación (8), sin embargo, es conveniente aceptar la hipótesis de que el fenómeno se efectúa en planos paralelos al desarrollo de

la melga; entonces es posible utilizar la forma bidimensional de la ecuación de Richards:

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\psi) \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} - 1 \right) \right] \quad (9)$$

Habida cuenta de los resultados de Saucedo *et al.* (2006) sobre el grado de aproximación de la hipótesis del tiempo de contacto en el riego por melgas, es posible simplificar más la aproximación, empleando la ecuación de Richards en su forma unidimensional:

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\psi) \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} - 1 \right) \right] \quad (10)$$

que debe resolverse sobre el dominio de solución, definido por una columna de suelo.

Como condición inicial para la solución de la ecuación de Richards unidimensional, se debe especificar la distribución de las presiones en el espacio:

$$\psi = \psi_0(z) \quad (11)$$

En la superficie del suelo se impone una condición de frontera tipo Dirichlet, con el potencial de presión igual al tirante de agua calculado mediante las ecuaciones de Saint-Venant:

$$\psi = h, \quad z = 0, \quad t > 0 \quad (12)$$

En la frontera inferior se tiene en cuenta una condición de gradiente unitario:

$$\frac{\partial(\psi - z)}{\partial z} = -1, \quad z = P, \quad t > 0 \quad (13)$$

Donde  $P$  es la profundidad de la columna de suelo, que debe ser mayor que la máxima posición que el frente de humedecimiento alcanza durante el tiempo en que transcurre el riego.

La solución de la ecuación de Richards hace indispensable representar las propiedades hidrodinámicas del suelo, expresando el potencial de presión ( $\psi$ ) como una función del contenido volumétrico de agua ( $\theta$ ) y la conductividad hidráulica  $K$  como una función de  $\theta$ . Como es señalado por Fuentes *et al.* (1992), la combinación de las características hidrodinámicas de Fujita (1952) y Parlange *et al.* (1982) es conveniente en estudios teóricos, como la construcción de soluciones analíticas exactas; en estudios experimentales puede ser más conveniente la combinación de la curva de retención propuesta por van Genuchten (1980), considerando la restricción de Burdine (1953), con la curva de conductividad hidráulica propuesta por Brooks y Corey (1964), debido a que satisfacen las propiedades integrales de la infiltración y a la facilidad para identificar sus parámetros.

La curva de retención propuesta por van Genuchten (1980) se escribe como:  $[\theta(\psi) - \theta_r] / [\theta_s - \theta_r] = [1 + (\psi / \psi_d)^n]^{-m}$ , donde  $\psi_d$  es un valor característico de la presión del agua en el suelo;  $m$  y  $n$  son dos parámetros de forma empíricos relacionados por la restricción de Burdine (1953):  $m = 1 - 2/n$ , con  $0 < m < 1$  y  $n > 2$ ;  $\theta_s$  es el contenido volumétrico de agua a saturación efectiva del suelo, y  $\theta_r$  es el contenido volumétrico de agua residual. La conductividad hidráulica propuesta por Brooks y Corey (1964) se representa como  $K(\theta) = K_s [(\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)]^\eta$ , donde  $\eta$  es un parámetro de forma empírico y positivo.

La lámina infiltrada se calcula para cada posición  $x_r$  donde se resuelven numéricamente las ecuaciones de Saint-Venant:

$$I(x_i, t) = \int_0^F [\theta(x_i, z, t) - \theta(x_i, z, 0)] dz \quad (14)$$

donde  $F$  es la posición del frente de humedecimiento y  $\theta(x_i, z, 0)$  es el contenido volumétrico de agua inicial.

## Solución numérica

### Solución numérica de las ecuaciones de Saint-Venant

Para el cálculo del gasto óptimo, se hace uso de un esquema numérico para las cuatro fases del riego por melgas desarrollado por Saucedo *et al.* (2011). La disposición de las celdas de cálculo para las fases de avance, almacenamiento, consumo y recesión, se muestra en la figura 1. La forma discreta de la ecuación de continuidad para la fase de avance se escribe como:

$$\begin{aligned} & [\omega q_\ell + (1 - \omega)q_j] \delta t - (x_\ell - x_j) [\omega(h_\ell + I_\ell) \\ & + (1 - \omega)(h_j + I_j)] \\ & - [\omega q_r + (1 - \omega)q_m] \delta t + (x_r - x_m) [\omega(h_r + I_r) \\ & + (1 - \omega)(h_m + I_m)] \\ & - [\phi h_\ell + (1 - \phi)h_r + \phi I_\ell + (1 - \phi)I_r] (x_r - x_\ell) \\ & + [\phi h_j + (1 - \phi)h_m + \phi I_j + (1 - \phi)I_m] (x_m - x_j) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

para las fases de almacenamiento, consumo y recesión se escribe como:

$$\begin{aligned} & [\omega q_\ell + (1 - \omega)q_j] \delta t - [\omega q_r + (1 - \omega)q_m] \delta t \\ & - [\phi h_\ell + (1 - \phi)h_r + \phi I_\ell + (1 - \phi)I_r] (x_r - x_\ell) \\ & + [\phi h_j + (1 - \phi)h_m + \phi I_j + (1 - \phi)I_m] (x_m - x_j) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

La ecuación de momentum guarda la misma forma discreta para las cuatro fases del riego:

$$\begin{aligned} & 2\bar{q}h(q_r - q_\ell) \delta t + (g\bar{h}^3 - \bar{q}^2)(h_r - h_\ell) \delta t \\ & + \bar{h}^2(x_r - x_\ell) [\omega q_r + (1 - \omega)q_\ell - \omega q_m - (1 - \omega)q_j] \\ & + g \delta t \bar{h}^3(x_r - x_\ell) [\omega J_r + (1 - \omega)J_\ell - J_o] \\ & + \beta \delta t \bar{q}h(x_r - x_\ell) [\omega I_r + (1 - \omega)I_\ell - \omega I_m \\ & - (1 - \omega)I_j] = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

En las ecuaciones (15) a (17),  $\delta t$  es el paso de tiempo,  $\omega$  y  $\phi$  son factores de peso en espacio

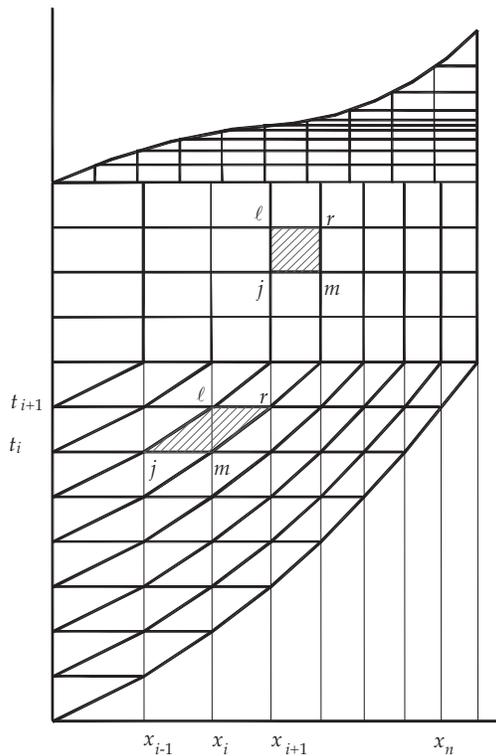


Figura 1. Disposición de las celdas de cálculo para las fases de avance, almacenamiento, consumo y recesión.

y tiempo, y las demás variables se definen de acuerdo con la figura 1.

El cálculo de los coeficientes se realiza con base en los valores pertenecientes al nivel de tiempo anterior  $\bar{q} = (1 - \phi)q_m + \phi q_r$ ,  $\bar{h} = 1 - \phi)h_m + \phi h_j$  (Saucedo *et al.*, 2011). Se introducen las variables pequeñas (Strelkoff y Katopodes, 1977):  $\delta h_r$ ,  $\delta q_r$ ,  $\delta h_\ell$  y  $\delta q_\ell$ , tales que, para las celdas interiores, se tiene:  $h_\ell = h_j + \delta h_\ell$ ,  $h_r = h_m + \delta h_r$ ,  $q_\ell = q_j + \delta q_\ell$  y  $q_r = q_m + \delta q_r$ . Se sustituyen en las formas discretas de las ecuaciones de continuidad y momentum, y se obtiene un sistema de ecuaciones algebraicas, cuya solución permite avanzar en el tiempo los valores de las variables hidráulicas.

#### Solución numérica de la ecuación de Richards

La ecuación de Richards unidimensional (10) es discretizada en el espacio, utilizando ele-

mentos finitos y, en el tiempo, mediante un esquema implícito en diferencias finitas. El procedimiento se encuentra bien documentado en la literatura y puede consultarse, por ejemplo, en Saucedo *et al.* (2002).

#### El gasto óptimo

Para el diseño del riego por melgas se pueden utilizar dos métodos (Rendón *et al.*, 1997): pruebas de riego y modelos físico-matemáticos. Las pruebas de riego consisten en hacer experimentos de campo, en donde las variables experimentales son el gasto de riego, la longitud de la melga y el tipo de suelo. Con base en los resultados de los experimentos, para cada tipo de suelo se obtienen combinaciones de gasto de riego unitario y longitud de la melga, que hacen posible aplicar con un alto grado de uniformidad una lámina de riego específica. Las pruebas de riego tienen la desventaja de requerir un tiempo considerable para su ejecución, son costosas y debe realizarse una cantidad elevada de pruebas para determinar el gasto de riego para el que se obtiene la mayor uniformidad en el riego; por estas razones, son recomendadas sólo para calibrar los métodos de diseño.

En la actualidad existen diversos modelos físico-matemáticos basados en ecuaciones diferenciales o algebraicas, que permiten la descripción de las cuatro fases del riego por melgas. Entre los modelos disponibles se puede mencionar el RIGRAV (Rendón *et al.*, 1997), que utiliza una combinación del modelo hidrológico para describir el flujo superficial, y la ecuación de Green y Ampt (1911), para modelar el flujo del agua en el suelo; otro modelo disponible es el BRDFLW (Strelkoff, 1985), que utiliza la forma completa de las ecuaciones de Saint-Venant, para representar el flujo superficial, y una ley de infiltración tipo Kostiakov, para representar el flujo del agua en el suelo, es decir, una forma que no tiene base físico-matemática para la descripción del fenómeno. El modelo desarrollado por los autores del presente trabajo tiene utilidad con

finés de diseño del riego por melgas, con la ventaja de incorporar dos ecuaciones con base físico-matemática para describir el proceso: las ecuaciones de Saint-Venant, para describir el flujo sobre la superficie del suelo, y la ecuación de Richards, para modelar el flujo del agua en el suelo.

### *Eficiencias en el riego por melgas*

En riego es indispensable distinguir al menos tres eficiencias relacionadas con el proceso, la eficiencia de aplicación, la eficiencia de requerimiento de riego y la eficiencia de uniformidad del riego. La eficiencia de aplicación ( $Ea$ ) se define como  $Ea = Vr/Vp$ , donde  $Vr$  es el volumen requerido para satisfacer las necesidades de agua en la zona de raíces del cultivo [ $L^3$ ] y  $Vp$  es el volumen de proyecto [ $L^3$ ].  $Vr$  se obtiene con la expresión:  $Vr = LnAr$ , donde  $Ln$  es la lámina de riego neta [ $L$ ], definida conforme a los requerimientos de riego del cultivo, y  $Ar$  es la superficie de riego considerada [ $L^2$ ]. El volumen de proyecto se calcula como  $Vp = QpTr = LbAr$ , donde  $Qp$  es el gasto de proyecto [ $L^3T^{-1}$ ],  $Tr$  es el tiempo de riego [ $T$ ] y  $Lb$  es la lámina de riego bruta. Si en la expresión (18) el numerador y el denominador se dividen entre  $Ar$ , se obtiene  $Ea = Ln/Lb$ .

La eficiencia de requerimiento de riego ( $Er$ ) se define como  $Er = Vd/Vr$ , donde  $Vd$  es el volumen disponible [ $L^3$ ]. Esta eficiencia indica la manera en que se están satisfaciendo las necesidades de agua del cultivo.

La situación ideal respecto a la uniformidad se presenta cuando todas las plantas reciben la misma cantidad de agua, situación que equivale a aplicar una lámina de riego uniforme en toda la longitud de la melga. Para evaluar la uniformidad en la distribución de la lámina infiltrada puede utilizarse el coeficiente de uniformidad de Christiansen (CUC):

$$CUC = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |I_i - \hat{I}|}{n\hat{I}} \quad (18)$$

donde  $I_i$  es la lámina infiltrada en el punto  $i$  [ $L$ ];  $\hat{I}$  es la lámina infiltrada media [ $L$ ], y  $n$  es el número de puntos considerados para efectuar el cálculo.

### *Cálculo del gasto óptimo*

Empleando un modelo numérico desarrollado para el acoplamiento de las ecuaciones de Saint-Venant y Richards, es posible determinar el gasto para el cual se obtiene la mayor eficiencia de uniformidad, manteniendo valores lo más elevados posibles de las eficiencias de aplicación y de requerimiento de riego; es decir, para determinar el gasto óptimo de riego, teniendo en cuenta diferentes láminas de riego, longitudes de melga y tipos de suelo. En una primera etapa se realiza la estimación del gasto óptimo para el suelo franco de Montecillo reportado en la literatura (Fuentes 1992); en este caso se tienen parámetros para la ley de resistencia de Fuentes *et al.* (2004),  $d = 1$  (régimen de flujo laminar),  $\kappa = 1/54$ ; parámetro en la ecuación de cantidad de movimiento,  $\beta = 2$ ; parámetros para la característica de van Genuchten (1980),  $\theta_s = 0.4865$ ,  $\theta_r = 0.0$ ,  $m = 0.126$ ,  $n = 2.288$ ,  $\psi_d = -32.75$ ; parámetros para la conductividad de Brooks y Corey (1964),  $K_s = 1.84$  cm/h,  $\eta = 11.0$ ; valor inicial del contenido volumétrico de agua  $\theta_0 = 0.2749$ ; pendiente topográfica  $J_0 = 0.002$  cm/cm.

Se ha utilizado un paso de tiempo constante  $\Delta t = 1.0$  s para el acoplamiento de las ecuaciones de Saint-Venant y Richards. En el caso de esta última, se utilizaron pasos de espacio mínimo y máximo:  $\Delta z_{\min} = 0.02$  cm y  $\Delta z_{\max} = 1.0$  cm. La discretización de la ecuación de Richards se ha efectuado haciendo uso de valores de pasos de tiempo y espacio, que generan una malla más fina que la utilizada por Saucedo *et al.* (2002), con lo cual se espera mantener una cota de error relativo máximo menor que el 0.25%, reportado por dichos autores. La discretización utilizada para la solución de la forma completa de las ecuaciones de Saint-Venant guarda semejanza con las reportadas en la literatura: Katopodes y Strelkoff (1977),  $\Delta t_{\min}$

= 5 s; Akanbi y Katopodes (1988),  $\Delta t_{\text{máx}} = 1$  s; Playán et al. (1994),  $\Delta t_{\text{mín}} = 2.12$  s.

En la figura 2 se muestran perfiles de flujo típicos para la fase de avance obtenidos mediante el modelo desarrollado por los autores de este trabajo; en la figura 3 pueden apreciarse curvas de avance y recesión típicas; en la figura 4 se muestra un detalle de la evolución de tirantes al final de la melga durante la fase de almacenamiento.

### Relación entre la longitud de la melga y el gasto óptimo

La eficiencia de uniformidad, medida a través del coeficiente de uniformidad de Christiansen (CUC), puede obtenerse para diferentes combinaciones de longitud y gasto de aporte en la cabecera de la melga. En la figura 5 se muestra un ejemplo de los valores que se obtienen para cuatro longitudes de melga; en el caso del suelo franco de Montecillo, puede apreciarse que la

eficiencia de uniformidad varía de manera sensible con el gasto de riego.

Para cada longitud de melga es posible determinar el valor del gasto de aporte que produce un máximo en el coeficiente de uniformidad, manteniendo valores lo más elevados posibles de las eficiencias de aplicación y de requerimiento de riego; el gasto así determinado se denomina gasto óptimo. Cuando se hace variar el gasto de aporte, las eficiencias de aplicación y de requerimiento de riego no varían de forma significativa, no así la eficiencia de uniformidad, la cual cambia sensiblemente con el gasto de riego; es decir, las eficiencias de aplicación y de requerimiento de riego puede considerarse que no son variables de decisión en la definición del gasto óptimo y, por lo tanto, la eficiencia de uniformidad es la que permite definir el gasto óptimo de riego.

La cantidad de agua que es proporcionada en la cabecera de la melga puede calcularse como el producto del gasto de aporte ( $q_0$ ) por el

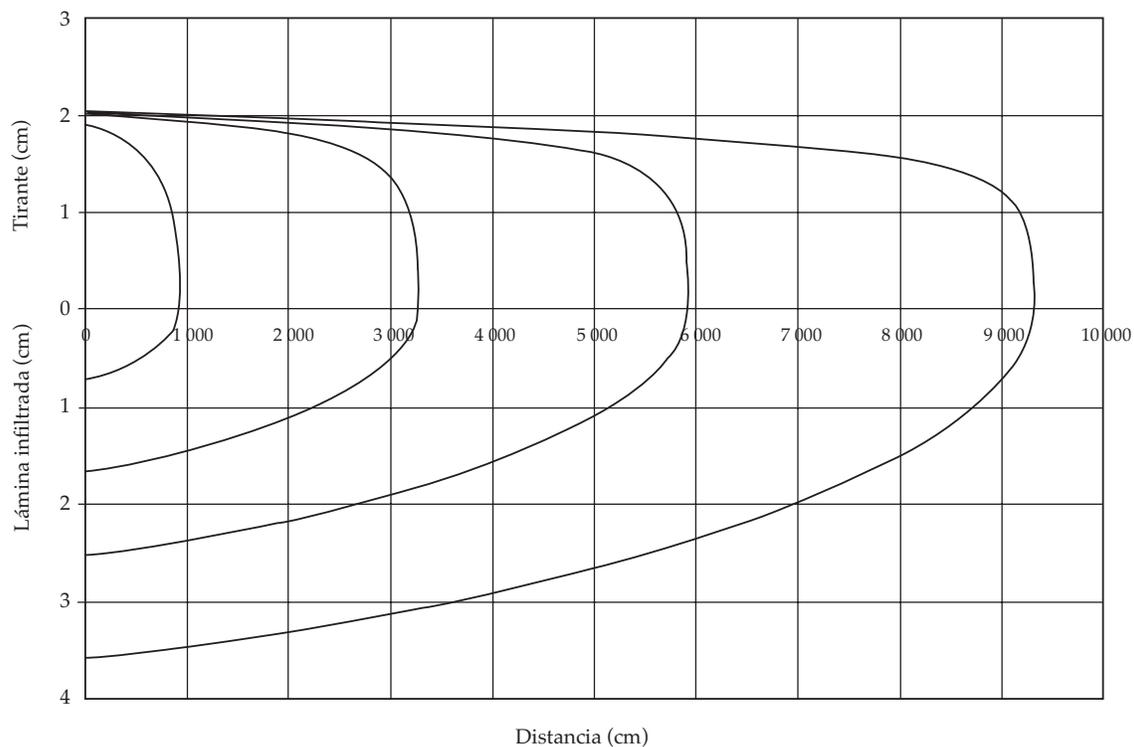


Figura 2. Perfiles de flujo obtenidos durante la fase de avance, correspondientes a tiempos de 1, 5, 10 y 20 minutos.

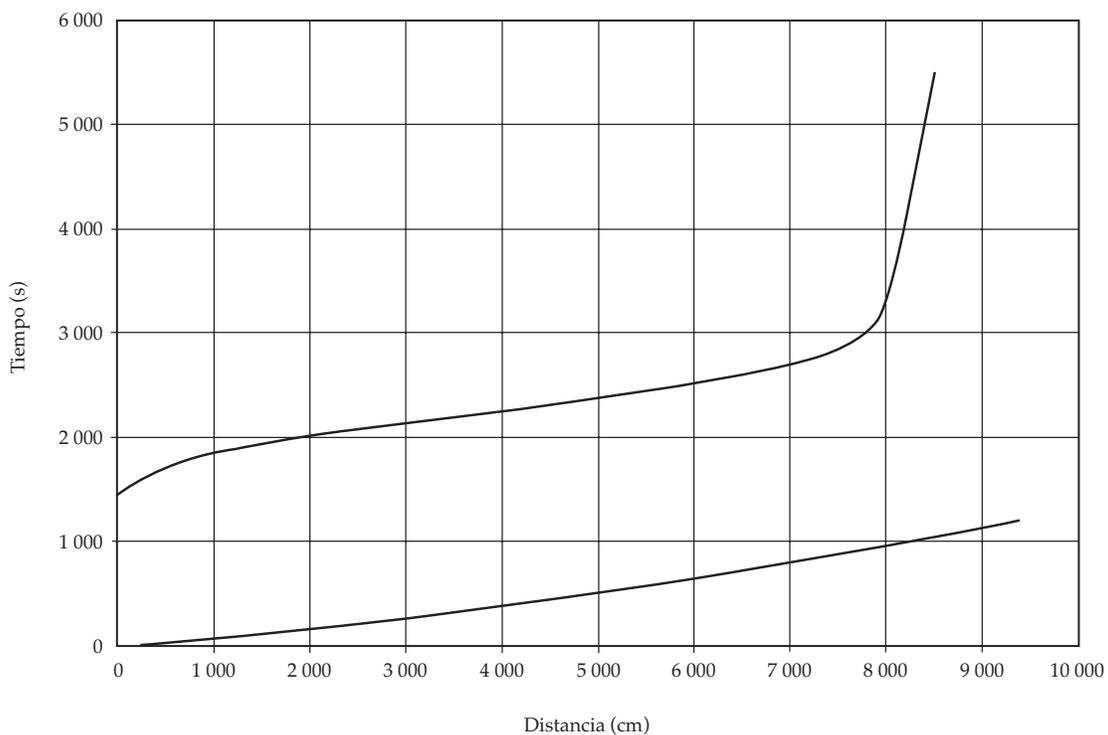


Figura 3. Curvas de avance y recesión.

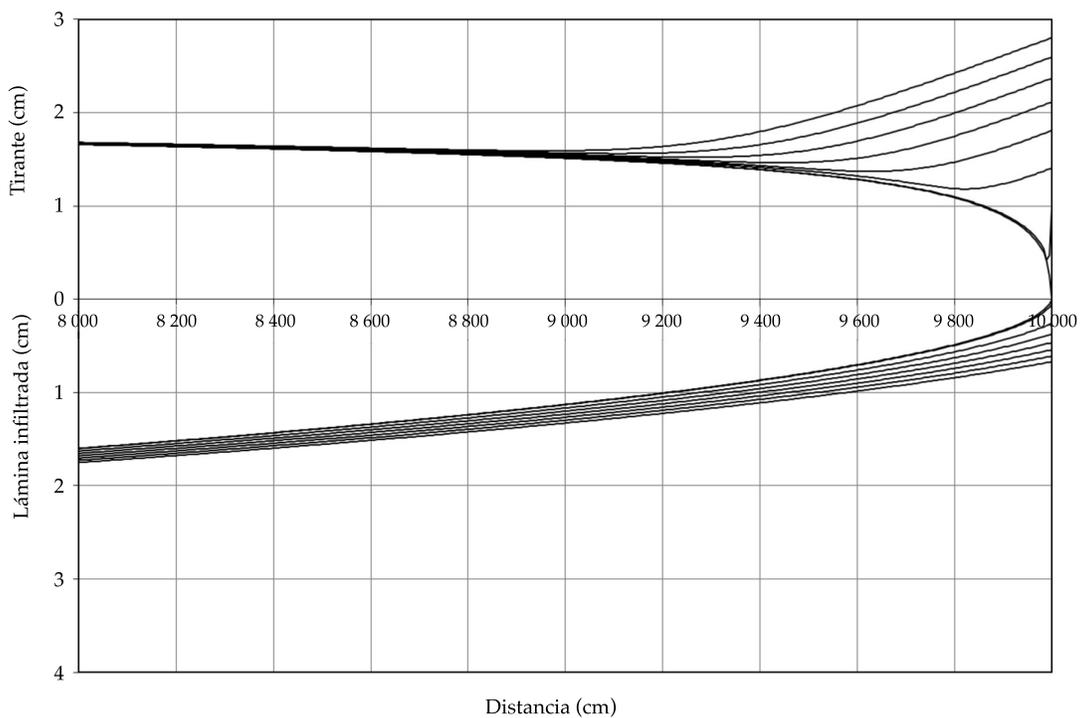


Figura 4. Detalle de la evolución de tirantes al final de la melga durante la fase de almacenamiento.

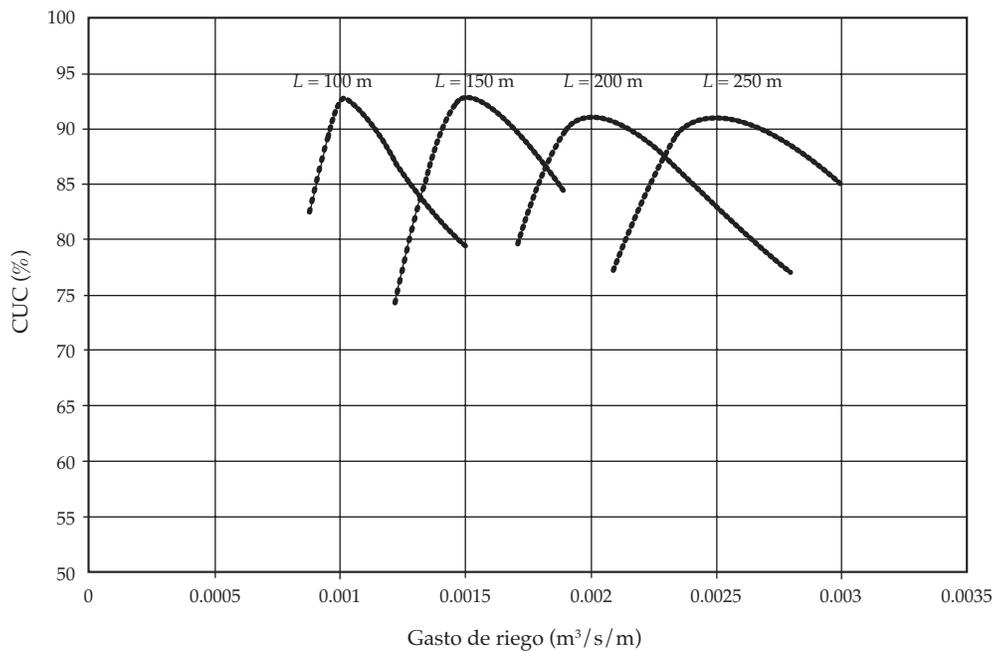


Figura 5. Variación de la eficiencia de uniformidad para diferentes longitudes de melga y gastos de aporte en el suelo franco de Montecillo. Lámina de riego de 10 cm.

tiempo de riego ( $\tau_r$ ), mientras que la cantidad de agua que ha sido aplicada en la melga es proporcionada por el producto de la longitud de la melga ( $L$ ) y la lámina de riego ( $\ell_r$ ); el balance de la masa proporciona:

$$q_o \tau_r = L \ell_r \quad (19)$$

entonces:

$$q_o = \frac{\ell_r}{\tau_r} L \quad (20)$$

si se especifican el tipo de suelo, la pendiente topográfica de la melga y el factor de fricción de la ley de resistencia hidráulica, es posible encontrar una relación lineal entre el gasto de aporte y la longitud de la melga, es decir:

$$q_o = cL \quad (21)$$

la comparación de las ecuaciones (20) y (21) implica que:

$$c = \frac{\ell_r}{\tau_r} \quad (22)$$

como  $c$  es un valor constante, se deduce que para la aplicación de una lámina de riego específica existe un tiempo de riego único para obtener un valor máximo del coeficiente de uniformidad.

Al correlacionar diversos valores de gastos de aporte óptimos y longitudes de melga, es posible establecer que existe una proporción básicamente lineal entre ambas variables para un suelo homogéneo. En la figura 6 se muestra la relación que guardan el gasto óptimo y la longitud de la melga para el suelo franco de Montecillo; las láminas aplicadas son de 8, 10 y 12 cm; debe apreciarse que existe monotonía, en el sentido de que la pendiente de la relación entre la longitud de la melga y el gasto óptimo disminuye conforme se incrementa la lámina de riego.

#### Cuadro de diseño del riego por melgas

Es posible obtener relaciones entre el gasto óptimo y la longitud de melga para diversos tipos de suelo, diferenciados según su ca-

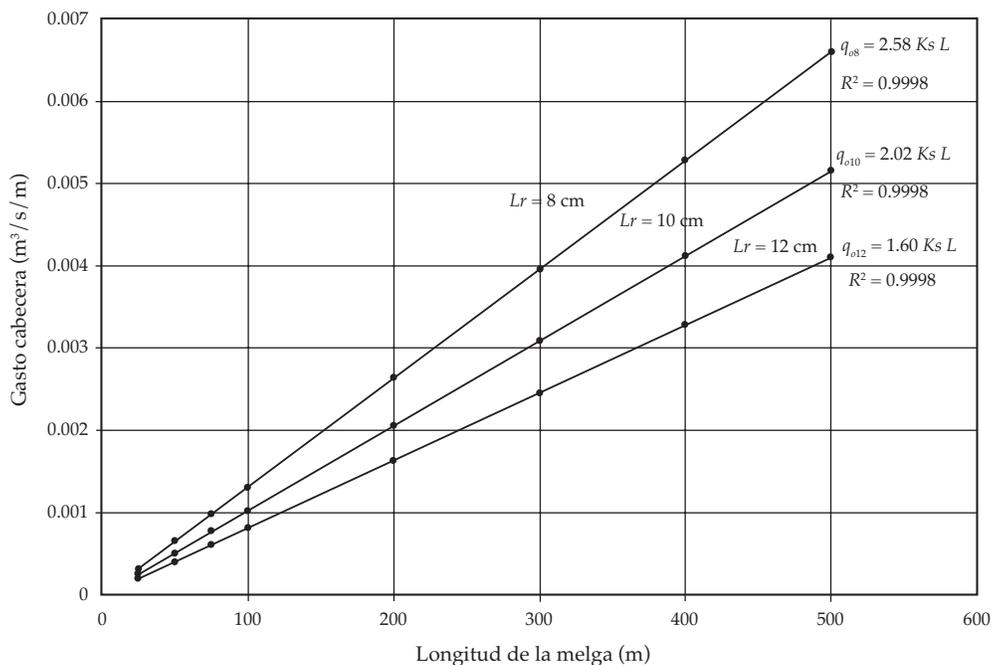


Figura 6. Relación entre la longitud de melga y el gasto de aporte óptimo para el suelo franco de Montecillo para tres láminas de aplicación: 8, 10 y 12 cm;  $K_s$  en cm/s.

racterización hidrodinámica, procediendo como a continuación se indica. El contenido volumétrico de agua residual ha sido asumido igual a cero de acuerdo con Fuentes *et al.* (1992). El contenido volumétrico de agua a saturación ha sido asimilado a la porosidad total del suelo ( $\phi$ ), determinada con base en los valores proporcionados por Rawls y Brakensiek (1981), en relación con la textura del suelo. Para determinar el valor de los parámetros  $m$  y  $\eta$ , se reconstruyó una curva granulométrica para cada suelo, con base en los porcentajes de arena, limo y arcilla presentes en el triángulo de texturas, y se siguió el procedimiento sugerido por Fuentes (1992). La conductividad hidráulica a saturación, así como la escala de presiones  $\psi_d$ , estimada en relación con el parámetro de succión en el frente de humedecimiento ( $h_f$ ) de la ecuación de Green y Ampt, fueron estimados para cada suelo mediante los gráficos de Rawls y Brakensiek (1981).

El contenido volumétrico de agua necesario para asignar la condición inicial para la ecuación de Richards se determinó teniendo en

cuenta la humedad aprovechable de cada tipo de suelo, suponiendo que se ha consumido el 50% de dicha humedad antes de la aplicación del riego. La humedad aprovechable se determinó restando los contenidos volumétricos de agua correspondiente a la capacidad de campo (CC) y al punto de marchitamiento permanente (PMP); los valores de CC Y PMP para cada tipo de suelo se calcularon conforme a los reportados por Rawls y Brakensiek (1981), asociados con el triángulo de texturas.

En el cuadro 1 se muestran los valores de los parámetros involucrados en las características hidrodinámicas para diez tipos de suelo. El conocimiento de los valores de los parámetros involucrados en las características hidrodinámicas para cada tipo de suelo y del valor del contenido volumétrico de agua inicial hace posible calcular las relaciones entre la longitud de la melga y el gasto de riego óptimo para cada suelo, dada una lámina de riego; el valor de la constante que relaciona ambas variables se expresa en términos de gasto de aporte por unidad de área, es decir, por unidad

de ancho y por unidad de longitud de melga; el resultado se muestra en el cuadro 2.

Rendón *et al.* (1997) presentan un cuadro de diseño similar al cuadro 2; sin embargo, el cuadro reportado en la literatura tiene algunas inconsistencias de monotonía entre la relación que guardan las variables gasto óptimo, tiempo de riego y lámina aplicada; si bien son un porcentaje pequeño, los resultados que rompen la monotonía pueden reflejar que el modelo utilizado para la elaboración del cuadro de diseño del manual presenta dificultades para reproducir el fenómeno para tiempos de riego grandes. El acoplamiento de las ecuaciones

de Saint-Venant y Richards permite obtener resultados que guardan la monotonía en las variables del diseño, según puede apreciarse en el cuadro 2. En el mismo sentido, se observan diferencias en cuanto a los gastos de aporte y los tiempos de riego obtenidos en este trabajo y los reportados en el manual citado; dichas diferencias son más significativas cuanto más arcilloso es el suelo, situación que se tenía prevista debido a que la ecuación de Green y Ampt utilizada en el modelo empleado para desarrollar el cuadro de diseño del manual representa con mayor suficiencia el flujo de agua en suelos arenosos.

Cuadro 1. Características hidrodinámicas de suelos para el diseño del riego por melgas.

| Textura del suelo      | $\theta_s$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> ) | $\theta_r$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> ) | Ks (cm <sup>3</sup> /h) | $\eta$ | $m$    | $\psi_d$ (cm) |
|------------------------|--|--|-------------------------|--------|--------|---------------|
| Arcilla                | 0.525  | 0  | 0.010                   | 61.17  | 0.0229 | 132.50        |
| Arcilla limosa         | 0.500  | 0  | 0.015                   | 31.55  | 0.0440 | 94.70         |
| Franco-arcillo-limoso  | 0.500  | 0  | 0.070                   | 15.33  | 0.0905 | 57.80         |
| Franco-arcilloso       | 0.475  | 0  | 0.150                   | 19.30  | 0.0714 | 34.15         |
| Arcilla arenosa        | 0.425  | 0  | 0.200                   | 41.47  | 0.0327 | 23.70         |
| Limo                   | 0.500  | 0  | 0.500                   | 5.60   | 0.2477 | 30.70         |
| Franco                 | 0.475  | 0  | 0.700                   | 13.93  | 0.0989 | 19.20         |
| Franco limoso          | 0.525  | 0  | 0.600                   | 12.01  | 0.1165 | 29.35         |
| Franco-arcillo-arenoso | 0.425  | 0  | 1.500                   | 18.44  | 0.0736 | 33.35         |
| Franco arenoso         | 0.450  | 0  | 5.000                   | 13.62  | 0.1004 | 9.52          |

Cuadro 2. Cuadro de diseño del riego por melgas: gasto en l/s/m<sup>2</sup> para la aplicación óptima de la lámina de riego. Factor de fricción  $\kappa = 1/54$ , pendiente topográfica  $J_0 = 0.002$ .

| Textura del suelo      | Lr = 8 cm                   |        | Lr = 10 cm                  |        | Lr = 12 cm                  |        |
|------------------------|-----------------------------|--------|-----------------------------|--------|-----------------------------|--------|
|                        | $q_o$ (l/s/m <sup>2</sup> ) | Tr (h) | $q_o$ (l/s/m <sup>2</sup> ) | Tr (h) | $q_o$ (l/s/m <sup>2</sup> ) | Tr (h) |
| Arcilla                | 0.00012                     | 224.1  | 0.00010                     | 338.2  | 0.00009                     | 445.0  |
| Arcilla limosa         | 0.00014                     | 201.6  | 0.00012                     | 270.5  | 0.00011                     | 362.5  |
| Franco-arcillo-limoso  | 0.00060                     | 44.1   | 0.00050                     | 66.6   | 0.00046                     | 82.9   |
| Franco-arcilloso       | 0.00088                     | 31.4   | 0.00078                     | 44.0   | 0.00072                     | 57.8   |
| Arcilla arenosa        | 0.00090                     | 28.7   | 0.00080                     | 42.4   | 0.00077                     | 52.0   |
| Limo                   | 0.00399                     | 6.9    | 0.00333                     | 10.0   | 0.00296                     | 13.7   |
| Franco                 | 0.00411                     | 6.4    | 0.00354                     | 9.6    | 0.00326                     | 12.5   |
| Franco-limoso          | 0.00446                     | 6.2    | 0.00388                     | 8.8    | 0.00349                     | 11.6   |
| Franco-arcillo-arenoso | 0.00490                     | 5.8    | 0.00476                     | 7.4    | 0.00464                     | 9.0    |
| Franco-arenoso         | 0.02476                     | 1.2    | 0.02223                     | 1.6    | 0.02073                     | 2.0    |

## Conclusiones

Se verificó la relación que existe entre la longitud de una melga y el gasto óptimo de riego que debe aplicarse para obtener un valor máximo en el coeficiente de uniformidad, así como valores elevados de la eficiencia de aplicación y de la eficiencia de requerimiento de riego de los cultivos. La forma lineal de la proporción ha sido reportada en la literatura, como producto de la aplicación de un modelo hidrológico para el flujo a superficie libre, y la ecuación de Green y Ampt, para describir el flujo del agua en el suelo; en este trabajo se verifica la relación mediante un modelo hidrodinámico completo, que hace uso de las ecuaciones de Saint-Venant para la descripción del flujo del agua sobre el suelo acopladas internamente con la ecuación de Richards para la modelación del flujo del agua en el suelo. Los coeficientes de proporcionalidad calculados difieren de forma significativa, según el modelo utilizado, debido básicamente a la diferencia entre la mayor complejidad del modelo empleado en este trabajo y la del modelo aplicado en la literatura. De acuerdo con los resultados obtenidos mediante la aplicación del modelo para diez tipos de suelo diferentes, se incluyen cuadros de diseño operativo del riego por melgas.

Recibido: 11/02/10

Aceptado: 08/10/12

## Referencias

- AKANBI, A. and KATOPODES, N. Model for flow propagation on initially dry land. *Journal of Hydraulic Engineering*. Vol. 114, No. 7, 1988, pp. 689-706.
- BROOKS, R.H. and COREY, A.T. *Hydraulic properties of porous media*. Hydrol. Pap. 3. Fort Collins: Colorado State University, 1964.
- BURDINE, N.T. Relative permeability calculation from size distributions data. *Transactions AIME*. Vol. 198, 1953, pp. 171-199.
- FUENTES, C. *Approche fractale des transferts hydriques dans les sols non saturés*. Tesis de doctorado. Grenoble: Universidad Joseph Fourier, 1992, 267 pp.
- FUENTES, C., HAVERKAMP, R., and PARLANGE, J.Y. Parameter constraints on closed-form soil-water relationships. *Journal of Hydrology*. Vol. 134, 1992, pp. 117-142.
- FUENTES, C., DE LEÓN, B., SAUCEDO, H., PARLANGE, J.Y. y ANTONINO, A. El sistema de ecuaciones de Saint-Venant y Richards del riego por gravedad: 1. La ley potencial de resistencia hidráulica. *Ingeniería Hidráulica en México*. Vol. XVIII, núm. 2, abril-junio de 2004, pp. 121-131.
- FUJITA, H. The exact pattern of a concentration-dependent diffusion in a semi-infinite medium, part I. *Textile Research Journal*. Vol. 22, 1952, pp. 757-761.
- GREEN, W.H. and AMPT, G.A. Studies in soil physics, I: the flow of air and water through soils. *J. Agric. Sci.* Vol. 4, 1911, pp. 1-24.
- KATOPODES, N. and STRELKOFF, T. Hydrodynamics of border irrigation, complete model. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*. IR3, 1977, pp. 309-324.13188.
- LEWIS, M.R. and MILNE, W.E. Analysis of border irrigation. *Transactions of the ASAE*. Vol. 19, 1938, pp. 267-272.
- PARLANGE, J.Y., LISLE, I., BRADDOCK, R.D., and SMITH, R.E. The three parameter infiltration equation. *Soil Sci.* Vol. 133, 1982, pp. 337-341.
- PLAYÁN, E., WALKER, W.R., and MERKLEY, G.P. Two-dimensional simulation of basin irrigation. I. Theory. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. Vol. 120, No. 5, 1994, pp. 837-856.
- RAWLS, W.J. and BRAKENSIEK, D.L. Estimating soil water retention from soil properties. *Amer. Soc. Civ. Eng.* Vol. 108, No. IR2, 1981, pp. 167-171.
- RENDÓN, L., FUENTES, C. y MAGAÑA, G. Diseño del riego por gravedad. *Manual para diseño de zonas de riego pequeñas*. Jiutepec, México: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 1997, pp. I-75 a I-87.
- RICHARDS, L.A. Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics*. Vol. 1, 1931, pp. 318-333.
- SAUCEDO, H., FUENTES, C., ZAVALA, M. y VAUCLIN, M. Una solución de elemento finito para la transferencia de agua en un sistema de drenaje agrícola subterráneo. *Ingeniería Hidráulica en México*. Vol. XVII, núm. 1, enero-marzo de 2002, pp. 93-105.
- SAUCEDO, H., FUENTES, C. y ZAVALA, M. El sistema de ecuaciones de Saint-Venant y Richards del riego por gravedad: 3. Verificación numérica de la hipótesis del tiempo de contacto en el riego por melgas. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. XXI, núm. 4, octubre diciembre de 2006, pp. 135-143.
- SAUCEDO, H., ZAVALA, M. y FUENTES, C. Modelo hidrodinámico completo para riego por melgas. *Tecnología y Ciencias del Agua*, antes *Ingeniería Hidráulica en México*. Vol. II, núm. 2, abril-junio de 2011, pp. 23-38.
- STRELKOFF, T. and KATOPODES, N. Border-irrigation hydraulics with zero inertia. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*. IR3, 1977, pp. 325-342.13189.

STRELKOFF, T. *BRDRFLW: A mathematical model of border irrigation*. Phoenix: USDA-ARS, U.S. Water Conservation Laboratory, 1985.

VAN GENUCHTEN, M.Th. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Amer. J.* Vol. 44, 1980, pp. 892-898.

WOOLHISER, D.A. Simulation of unsteady overland flow. *Unsteady flow in open channels*. Vol. II. Mahmood, K. and Yevjevich, V. (editors). Fort Collins: Water Resources Publications, 1975, pp. 485-508.

## Abstract

SAUCEDO, H., ZAVALA, M., FUENTES, C. & CASTANEDO, V. *Optimal flow model for plot irrigation*. Water Technology and Sciences (in Spanish). Vol. IV, No. 3, July-August, 2013, pp. 135-147.

The primarily linear relationship was verified between the length of a plot and optimal irrigation flow, which is the flow needed to obtain the maximum value of the uniformity coefficient, resulting in high values for application efficiency and the amount of irrigation required. This verification was performed by applying a complete hydrodynamic model using numerical methods, based on Saint-Venant equations to describe water surface flow and internally coupled with the Richards equation in order to model it. Operating design tables for plot irrigation were developed based on the results obtained from applying the model to 10 different types of soil.

**Keywords:** plot irrigation, Richards equation, Saint-Venant equations, optimal irrigation flow.

## Dirección institucional de los autores

*Dr. Heber Saucedo*  
*M.I. Vladimir Castanedo*

Subcoordinación de Contaminación y Drenaje Agrícola  
Coordinación de Riego y Drenaje  
Instituto Mexicano de Tecnología del Agua  
Paseo Cuauhnáhuac 8532, colonia Progreso  
62550 Jiutepec, Morelos, MÉXICO  
Teléfono: + 52 (777) 3293 600, extensiones 443 y 128  
Fax: + 52 (777) 3293659  
hsaucedo@tlaloc.imta.mx  
leonid\_castanedo@tlaloc.imta.mx

*Dr. Manuel Zavala*

Universidad Autónoma de Zacatecas, México  
Jardín Juárez núm. 147, Centro Histórico  
98000 Zacatecas, Zacatecas, MÉXICO  
Teléfonos: +52 (492) 9222 001 y 9222 460, extensión 105  
mzavala73@yahoo.com.mx

*Dr. Carlos Fuentes*

Facultad de Ingeniería  
Laboratorio de Hidráulica  
Universidad Autónoma de Querétaro, México  
Circuito Universitario s/n, Las Campanas  
76000 Santiago de Querétaro, Querétaro de Arteaga, MÉXICO  
Teléfono: +52 (442) 1921 200  
Fax: +52 (442) 1921 200  
cbfuentesr@gmail.com