

Elev. 754.40 msnm

D = 9.00 m

Elev. 563.50 msnm

Elev. 693.40 msnm

Aireador

D = 13.70 m

Toma de aire

11.90 m

5.49 m

# DISEÑO HIDRÁULICO DE VERTEDORES

FELIPE ARREGUÍN CORTÉS VÍCTOR ALCOECER YAMANAKA



17.50  
1:1.75

VERTEDOR

1:1.75



# Diseño hidráulico de vertedores



# Diseño hidráulico de vertedores

**Autores:**

Dr. Felipe Arreguín Cortés  
Dr. Víctor H. Alcocer Yamanaka

---

627.883 Arreguín Cortés, Felipe I.  
A78 *Diseño hidráulico de vertedores* / Felipe Arreguín Cortés, Víctor H. Alcocer  
Yamanaka. -- Jiutepec, Mor. : Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, ©2011.  
244 p.  
ISBN 978-607-7563-25-9

1. Vertedores 2. Diseño

---

Coordinación editorial:  
Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.

Coordinación de Comunicación,  
Participación e Información.

Subcoordinación de Vinculación, Comercialización  
y Servicios Editoriales.

Revisión técnica:  
Ing. Arturo López Zúñiga

Primera edición electrónica: 2010.  
Primera edición impresa: 2011.

D.R. © Instituto Mexicano de Tecnología del Agua  
Paseo Cuauhnáhuac 8532  
62550 Progreso, Jiutepec, Morelos  
MÉXICO  
[www.imta.gob.mx](http://www.imta.gob.mx)

ISBN 978-607-7563-25-9

Impreso en México – Printed in Mexico

## PRÓLOGO

---

Esta obra es una versión mejorada y actualizada del libro de Obras de Excedencia, editada por el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua en el año 2000. El libro, ha sido enriquecido a través de la impartición de la materia de Obras Hidráulicas y por ende con las observaciones de los alumnos que cursaron la materia en el Programa de Maestría y Doctorado en la Universidad Nacional Autónoma de México, en los últimos 10 años. Los autores agradecen en demasía sus valiosos comentarios.

La publicación tiene mejoras como, las recomendaciones de periodos de retorno y la estimación del gasto máximo de diseño en obras hidráulicas de la Comisión Nacional del Agua, en particular, se ha dado énfasis a otro tipo de vertedores como los escalonados que se usan más frecuentemente a partir de la décadas de los 80's, con la creciente construcción de cortinas de concreto compactado con rodillo; y de los vertedores de embudo, que por sus características tan complejas de diseño y construcción requerían mayores comentarios.

Otro capítulo que se ha mejorado es el relativo a la cavitación, donde se han incluido resultados experimentales en probetas de concreto con y sin protecciones adicionales, incluida la aeración. Asimismo se han agregado comentarios de todos los aereadores construidos en México.

Los autores agradecemos a la Universidad Nacional Autónoma de México y al Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, el apoyo brindado para la publicación de este libro.

Felipe I. Arreguín Cortés  
Víctor H. Alcocer Yamanaka





## CONTENIDO

---

<b>1 INTRODUCCIÓN . . . . .</b>	<b>1</b>
<b>2 AVENIDA DE DISEÑO Y CAPACIDAD DEL VERTEDOR . . . . .</b>	<b>4</b>
<b>3 VERTEDORES DE SERVICIOS Y AUXILIARES . . . . .</b>	<b>10</b>
<b>4 ELEMENTOS DE LOS VERTEDORES DE DEMASÍAS . . . . .</b>	<b>11</b>
4.1 Canal de acceso o de llamada . . . . .	11
4.2 Estructuras de control . . . . .	12
4.3 Conducto de descarga . . . . .	15
4.4 Estructura terminal . . . . .	19
<b>5 TIPOS DE VERTEDORES . . . . .</b>	<b>21</b>
5.1 Vertedores de caída libre . . . . .	21
5.2 Vertedores con conducto de descarga . . . . .	21
5.3 Vertedores de embudo . . . . .	23
5.4 Vertedores en rápida . . . . .	23
5.5 Sifones vertedores . . . . .	24
5.6 Vertedores escalonados . . . . .	25
<b>6 DISEÑO HIDRÁULICO DE CIMACIOS . . . . .</b>	<b>27</b>
6.1 Criterio general del USBR . . . . .	28
6.2 Otros criterios . . . . .	33
<b>7 DESCARGA SOBRE LA CRESTA DE UN CIMACIO SIN CONTROL . . . . .</b>	<b>47</b>
7.1 Coeficiente de descarga . . . . .	47
<b>8 LONGITUD EFECTIVA O ANCHO EFECTIVO DE LA CRESTA . . . . .</b>	<b>54</b>
<b>9 PERFIL DEL AGUA SOBRE EL CIMACIO . . . . .</b>	<b>67</b>
<b>10 PRESIONES SOBRE EL CIMACIO DEL VERTEDOR . . . . .</b>	<b>70</b>
<b>11 CIMACIO CONTROLADO POR COMPUERTAS . . . . .</b>	<b>71</b>
<b>12 DISEÑO HIDRÁULICO DEL CONDUCTO DE DESCARGA . . . . .</b>	<b>74</b>
12.1 Cavitación . . . . .	76
12.2 Aeración natural . . . . .	82
12.3 Aeración inducida . . . . .	88
12.4 Problemas propuestos . . . . .	114
<b>13 ESTRUCTURAS TERMINALES . . . . .</b>	<b>117</b>
13.1 Saltos de Esquí . . . . .	117

13.2 Cubetas disipadoras . . . . .	118
13.3 Tanques amortiguadores . . . . .	122
<b>14 VERTEDORES DE CAÍDA LIBRE . . . . .</b>	<b>138</b>
<b>15 VERTEDORES DE ABANICO . . . . .</b>	<b>145</b>
<b>16 VERTEDORES DE CANAL LATERAL . . . . .</b>	<b>150</b>
16.1 Integración numérica de la ecuación diferencial . . . . .	153
16.2 Localización de la sección de control. . . . .	154
16.3 Problemas propuestos . . . . .	166
<b>17 VERTEDORES DE EMBUDO . . . . .</b>	<b>167</b>
<b>18 VERTEDORES ESCALONADOS . . . . .</b>	<b>185</b>
<b>19 PROYECTO ESTRUCTURAL . . . . .</b>	<b>190</b>
19.1 Análisis de estabilidad del cimacio . . . . .	190
19.2 Análisis de estabilidad de los muros de contención del canal de llamada . . . . .	205
19.3 Revestimiento de los canales . . . . .	215
19.4 Detalles de diseño. . . . .	216
<b>REFERENCIAS. . . . .</b>	<b>227</b>
<b>NOMENCLATURA. . . . .</b>	<b>231</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla No. 1. Fallas por desbordamiento (61 casos) ordenados por periodo de terminación, altura y periodo de ocurrencia de la falla, según Silveira A., Marengo H., 1994. ....	2
Tabla No. 2. Causas de falla por desbordamiento en el periodo 1964-1983 según Lebreton, A., Marengo H., 1994. ....	3
Tabla No. 3. Clasificación del riesgo potencial de falla en presas según el Programa Nacional de Inspección de Presas de los EUA, Marengo H., 1994. ....	5
Tabla No. 4. Comparación de la capacidad de los vertedores, de acuerdo al riesgo potencial y tamaño de la presa según varias agencias, Marengo H., 1994. ....	5
Tabla No. 5. Recomendación de períodos de retorno para la estimación del gasto máximo de diseño en las obras hidráulicas, Comisión Nacional del Agua, 1999. ....	6
Tabla No. 6. Número de fallas contra número de victimas conocidas en el periodo 1800-1983, Marengo H., 1994. ....	9
Tabla No. 7. Cálculo del perfil del cimacio aguas abajo de la cresta. ....	42
Tabla No. 8. Cálculo de un cimacio sin control para velocidad despreciable de acuerdo al criterio del <i>USBR</i> . Ejemplo No. 2. ....	44
Tabla No. 9. Cálculo del perfil del cimacio en el cuadrante aguas abajo según el criterio del <i>USACE</i> . ....	45
Tabla No. 10. Cálculo del perfil del cimacio en el cuadrante aguas arriba según el criterio del <i>USACE</i> . ....	46
Tabla No. 11. Resultados del Ejemplo 5. Elevaciones-gastos. ....	60
Tabla No. 12. Cálculo del perfil del agua en el vertedor del Ejemplo No. 8. ....	69
Tabla No. 13. Porcentajes propuestos para la pérdida de aire por metro lineal. ....	95

Tabla No.14 Cálculo del perfil con correcciones por curvatura. ....	109
Tabla No. 15 Cálculo del bordo libre para el canal de descarga del Ejemplo No. 10.....	110
Tabla No. 16. Perfil del flujo con tramos curvos. ....	112
Tabla No. 17. Índices de cavitación en el fondo del túnel del Ejemplo No. 12.....	113
Tabla No. 18. Cálculo de la trayectoria del chorro. ....	130
Tabla No. 19. Parámetros hidráulicos para diferentes descargas. ....	133
Tabla No. 20. Parámetros de diseño de presas construidas.....	145
Tabla No. 21. Perfil del agua en el canal colector.....	159
Tabla No. 22. Cálculo de la pendiente transversal. ....	160
Tabla No.23. Cálculo del perfil de flujo en la sección de control.....	161
Tabla No. 24. Cálculo del perfil de flujo en la rápida (Tramo 3-4).....	161
Tabla No. 25. Tirante hidráulico para las estaciones comprendidas en la sección de control.....	162
Tabla No. 26. Tirante hidráulico para las estaciones comprendidas en la rápida.....	164
Tabla No.27. Comparación de resultados para la sección de control. ....	165
Tabla No. 28. Comparación de resultados para la sección de la rápida. ....	165
Tabla No. 29. Coordenadas de la superficie inferior de la lámina vertiente para diferentes valores de $\bar{H}_S / R_S$ , cuando $P/ R_S = 2.00$ , USBR, <i>Design of small dams</i> , 1960. ....	176
Tabla No. 30. Coordenadas de la superficie inferior de la lámina vertiente para diferentes valores de $\bar{H}_S / R_S$ , cuando $P/ R_S = 0.30$ , USBR, <i>Design of small dams</i> , 1960. ....	177
Tabla No. 31. Coordenadas de la superficie inferior de la lámina vertiente para diferentes valores de $\bar{H}_S / R_S$ , cuando $P/ R_S = 0.15$ , USBR, <i>Design of small dams</i> , 1960. ....	178
Tabla No. 32. Sección aguas arriba de la cresta del cimacio. ....	181
Tabla No. 33. Sección aguas abajo de la cresta del cimacio. ....	181
Tabla No. 34. Cálculo de la transición. ....	182

Tabla No. 35. Cálculo de fuerzas y momentos producidos por peso propio.....	196
Tabla No. 36. Momentos con respecto al centro de gravedad.....	198
Tabla No. 37. Momentos con respecto al centro de gravedad. ....	199
Tabla No. 38. Puntos de aplicación. Sismo.....	199
Tabla 39. Valores de los parámetros $\bar{a}$ y $\bar{b}$ . ....	201
Tabla No. 40. Combinaciones de carga.....	201
Tabla No. 41. Combinaciones de carga.....	204
Tabla No. 42. Momentos actuantes y resistentes.....	212

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1. Obra de excedencias (vertedor) de la presa El Tintero, Chihuahua, Comisión Nacional del Agua, 1999..	1
Figura 2. Vertedores de servicio y emergencia de la presa Netzahualcóyotl (Malpaso) Chiapas, México, Comisión Nacional del Agua (CONAGUA), 1999.	10
Figura 3. Elementos de un vertedor de la presa de Agostitlán, CONAGUA, 1999.	11
Figura 4. Sección vertedora de una presa, nótese las compuertas radiales, CONAGUA, 1999.	12
Figura 5. Colocación de agujas en la presa Marte R. Gómez, Tamaulipas.	13
Figura 6. Presa inflable plástica, "Rubber dam" sobre la presa Francisco I. Madero, Chihuahua.	14
Figura 7. Compuerta deslizante, sobre el vertedor de la presa Abelardo L. Rodríguez, Tijuana, Baja California.	16
Figura 8. Compuertas radiales, CONAGUA, 1999.	17
Figura 9. Túnel de descarga del vertedor de la presa Guadalupe Victoria, Durango, CONAGUA, 1999.	18
Figura 10. Deflector de la presa La Fragua, Coahuila, CONAGUA, 1999.	19
Figura 11. Tanque amortiguador de la presa Nezahualtcoyotl, Chiapas, CONAGUA, 1999.	20
Figura 12. Presa derivadora El Pabellón, Aguascalientes, vertedor con caída libre, CONAGUA, 1999.	22
Figura 13. Vertedor con cimacio de eje recto, CONAGUA, 1999.	22
Figura 14. Esquema de un vertedor de embudo.	23
Figura 15. Presa Cuacuala, Jalisco, vertedor con canal lateral, CONAGUA, 1999.	23
Figura 16. Vertedor con caída rápida sobre una presa de gravedad, CONAGUA, 1999.	24
Figura 17. Vertedor en rápida sobre una presa de contrafuertes, CONAGUA, 1999.	24

Figura 18. Sifón vertedor. ....	25
Figura 19. Vertedor escalonado de la presa Las Blancas, Tamaulipas. ....	26
Figura 20. Representación gráfica de la parte imaginaria del potencial complejo, Levy y Aldama, 1979. ....	28
Figura 21. División del cimacio en cuadrantes, criterio general del <i>USBR</i> , 1987. ....	29
Figura 22. Constantes para determinar la forma de los cimacios, <i>USBR</i> , 1987. ....	30
Figura 23. Constantes para calcular el sector aguas arriba en un cimacio de acuerdo al criterio general del <i>USBR</i> , 1987. ....	32
Figura 24. Sección de un cimacio formado con curvas circulares compuestas, criterio del <i>USBR</i> , 1987. ....	33
Figura 25. Criterio de diseño de cimacios para $P / H_0 \geq 1.00$ , según el <i>USACE</i> , 1990. ....	34
Figura 26. Criterio <i>USACE</i> , para $P / H_0 \geq 1.00$ , y talud aguas arriba 3:1. ....	35
Figura 27. Criterio <i>USACE</i> , para $P / H_0 \geq 1.00$ y talud aguas arriba 3:2. ....	35
Figura 28. Criterio <i>USACE</i> , para $P / H_0 \geq 1.00$ y talud aguas arriba 3:3. ....	36
Figura 29. Criterio <i>USACE</i> , para $P / H_0 \geq 1.00$ y cualquier talud aguas arriba. ....	37
Figura 30. Criterio <i>USACE</i> , para $0.30 \leq P / H_0 \leq 0.58$ , talud 1:1, 1990. ....	38
Figura 31. Criterio <i>USACE</i> , $0.58 \leq P / H_0 \leq 1$ , talud 1:1, 1990. ....	39
Figura 32. Datos del Ejemplo No. 1. ....	40
Figura 33. Perfil del cimacio del Ejemplo No.1. ....	
Figura 34. Datos del Ejemplo No. 2. ....	43
Figura 35. Sección del cimacio del Ejemplo No. 2. ....	44
Figura 36. Perfil del cimacio en el cuadrante aguas arriba, criterio del <i>USACE</i> . ....	46
Figura 37. Coeficientes de descarga, criterio <i>USACE</i> , 1990. ....	49
Figura 38. Coeficientes de descarga, criterio <i>USBR</i> , <i>Design of Small Dams</i> , 1987. ....	50
Figura 39. Coeficientes de descarga para cargas diferentes a las de proyecto, criterio <i>USBR</i> , <i>Design of Small Dams</i> , 1987. ....	50
Figura 40. Coeficiente de descarga para cimacios con paramento aguas arriba inclinado, criterio <i>USBR</i> , <i>Design of Small Dams</i> , 1987. ....	51
Figura 41. Coeficiente de descarga para cimacios con paramento aguas arriba inclinado, criterio <i>USACE</i> . ....	51

Figura 42. Relación de coeficientes de descarga debido al efecto de ahogamiento, criterio <i>USBR, Design of Small Dams, 1987.</i> . . . . .	52
Figura 43. Coeficiente de contracción por pilas, <i>USACE, 1990.</i> . . . . .	55
Figura 44. Coeficiente de contracción por estribo, <i>USACE, 1990.</i> . . . . .	56
Figura 45. Coeficientes de contracción por estribo, <i>USACE, 1990.</i> . . . . .	57
Figura 46. Curva elevaciones - gastos del Ejemplo 5. . . . .	60
Figura 47. Estructura hidráulica del Ejemplo No. 6. . . . .	61
Figura 48. Estructura hidráulica del Ejemplo No. 7. . . . .	65
Figura 49. Perfil del agua sobre un cimacio para velocidades de llegada despreciables, <i>USACE, 1990.</i> . . . . .	68
Figura 50. Distribución de presiones sobre un cimacio con carga $He = 1.33 Ho$ , según el <i>USBR, Design of Small Dams, 1987.</i> . . . . .	70
Figura 51. Coeficiente de descarga para cimacios controlados con compuertas, <i>USBR, 1987.</i> . . . . .	72
Figura 52. Daños por cavitación en una obra hidráulica. . . . .	77
Figura 53. Índices de cavitación incipiente, <i>Echávez G., 1971.</i> . . . . .	79
Figura 54. Carga de vaporización del agua, <i>Echávez G., 1971.</i> . . . . .	80
Figura 55. Probeta experimental de concreto, colocada en el canal de alta velocidad, del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. . . . .	81
Figura 56. Probeta experimental de concreto, colocada en el canal de alta velocidad del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, para probar diferentes pinturas y resinas epóxicas, así como concretos mejorados con fibras de acero y granito. . . . .	81
Figura 57. Estructura del flujo aireado, <i>Straub y Anderson, 1960.</i> . . . . .	82
Figura 58. Estructura del flujo aireado, <i>Keller y Wood, 1974.</i> . . . . .	83
Figura 59. Probeta con aereador, en cuya toma se colocó un tubo unido a un anemómetro. . . . .	85
Figura 60. Relación entre tirantes $y_{c=0.02}$ y $y_{c=0.08}$ con las condiciones de flujo no aireado, <i>Arreguín F., 1985.</i> . . . . .	87
Figura 61. Pérdidas de concreto en peso debidas a cavitación, en función de la concentración de aire, <i>Peterka, 1965.</i> . . . . .	89
Figura 62. Geometría de los aereadores, <i>Pinto N.L., 1982.</i> . . . . .	89
Figura 63. Principales tipos de escalones, deflectores y tomas de los aereadores, <i>Pinto N.L., 1982.</i> . . . . .	90



Figura 64. Funcionamiento de aereadores, <i>Volkart P., Rutchmann P., 1983.</i> . . . . .	92
Figura 65. Ranuras de aeración en la presa <i>Calacuccia, Arreguín F., 1985.</i> . . . . .	93
Figura 66. Aereadores de la presa <i>Bratsk, Quintela A. C., 1980.</i> . . . . .	94
Figura 67. Aereadores de la presa <i>Nurek, Quintela A. C., 1980.</i> . . . . .	94
Figura 68. Ranura de aeración en la presa <i>Grand Coulee, Quintela A. C., 1980.</i> . . . . .	95
Figura 69. Aereadores de la presa <i>Yellowtail, Quintela A. C., 1980.</i> . . . . .	96
Figura 70. Sistema de aeración en la presa <i>Mica, Arreguín F., 1985.</i> . . . . .	97
Figura 71. Aereador de la presa <i>Trigomil, México, CONAGUA, 1999.</i> . . . . .	98
Figura 72. Aereador de la presa <i>Trigomil, México, CONAGUA, 1999.</i> . . . . .	98
Figura 73. Sección longitudinal del vertedor de la presa <i>Luis Donald Colosio,</i> obsérvense los tres aereadores, <i>CONAGUA, 1999.</i> . . . . .	99
Figura 74. Aireadores de la presa <i>Huites, CONAGUA, 2005.</i> . . . . .	100
Figura 75. Aereadores de la presa <i>Aguamilpa.</i> . . . . .	100
Figura 76. Aereador de la presa <i>Corral de Palmas en el Estado de Nuevo León.</i> . . . . .	101
Figura 77. Aereadores de la <i>P.H. el Cajón, CFE, 2005.</i> . . . . .	102
Figura 78. Relación $xe / ye - Dx / qa$ para el canal de alta velocidad, <i>Arreguín F., 1985.</i> . . . . .	104
Figura 79. Concentraciones de aire $c$ contra distancia a partir de los aereadores. <i>Presa Foz de Areia, Brasil. <math>Q = 3300.00 \text{ m}^3/\text{s}</math>, Arreguín F., 1985.</i> . . . . .	105
Figura 80. Concentraciones para aereadores con diferente altura de rampa en el vertedor de la presa <i>Guri, Venezuela, Arreguín F., 1985.</i> . . . . .	106
Figura 81. Comparación de las mediciones hechas en el modelo de la presa <i>San Roque</i> y las obtenidas con el método propuesto, <i>Arreguín F., 1985.</i> . . . . .	106
Figura 82. Datos del Ejemplo No.10. . . . .	108
Figura 83. Datos del Ejemplo No. 12. . . . .	110
Figura 84. Datos del Ejemplo 5. . . . .	115
Figura 85. Cubeta tipo <i>Lievi-Chertousov.</i> . . . . .	119
Figura 86. Coeficiente que toma en cuenta la pérdida de carga hasta el deflector, <i>CFE., 1970.</i> . . . . .	120
Figura 87. Cubetas tipo <i>USBR, Design of Small Dams, 1960.</i> . . . . .	121
Figura 88. Parámetros para el diseño de una cubeta tipo <i>USBR,</i> <i>Design of Small Dams, 1960.</i> . . . . .	122

Figura 89. Curvas para el diseño de cubetas tipo <i>USBR</i> , <i>Design of Small Dams</i> , 1960. ....	123
Figura 90. Tanque tipo <i>Saint Antony Falls</i> . ....	125
Figura 91. Tanque tipo SAF, CFE, 1970. ....	126
Figura 92. Tanque amortiguador tipo <i>USBR I</i> , <i>Design of Small Dams</i> , 1960. ....	127
Figura 93. Tanque amortiguador tipo <i>USBR II</i> , <i>Design of Small Dams</i> , 1960. ....	128
Figura 94. Tanque amortiguador tipo <i>USBR III</i> , <i>Design of Small Dams</i> , 1960. ....	129
Figura 95. Datos del Ejemplo No.15. ....	130
Figura 96. Datos del Ejemplo No.16. ....	133
Figura 97. Diseño final de la cubeta dentada. ....	135
Figura 98. Datos para el Ejemplo No. 17. ....	136
Figura 99. Diseño final del tanque amortiguador tipo <i>USBR III</i> . ....	137
Figura. 100. Ayudas de diseño para tanques en vertedores de caída libre, <i>Design of Small Dams</i> , 1960. ....	139
Figura 101. Diseño final del tanque de resalto hidráulico. ....	143
Figura 102. Diseño final de los bloques de impacto. ....	144
Figura 103. Geometría del vertedor en abanico, <i>Hiriart F.</i> , 1949. ....	146
Figura 104. Parámetros para el diseño de vertedores en abanico, <i>Hiriart F.</i> , 1949. ....	147
Figura 105. Diseño final del vertedor de abanico. ....	149
Figura 106. Flujo espacialmente variado. ....	151
Figura 107. Sección transversal del canal colector y sección de control. ....	157
Figura 108. Esquema general de un vertedor de canal lateral. ....	157
Figura 109. Perfil de flujo espacialmente variado en el canal colector. ....	159
Figura 110. Perfil del agua en la sección de control, calculado con <i>HEC-RAS 4.0</i> . ....	163
Figura 111. Perfil del agua en la rápida, calculado con <i>HEC-RAS 4.0</i> . ....	164
Figura 112. La presa Monticello durante su construcción. ....	168
Figura 113. Vertedor de embudo de la presa Monticello. ....	169
Figura 114. Vertedor de la presa Benagéber, en Valencia (España). ....	170
Figura 115. Otros vertedores de embudo en el mundo. ....	170

Figura 116. Funcionamiento de un vertedor de embudo, <i>USBR, Design of Small Dams, 1960.</i> .....	172
Figura 117. Elementos de un vertedor de embudo, <i>USBR, Design of Small Dams, 1960.</i> .....	173
Figura 118. Coeficientes de descarga para vertedores de embudo, <i>USBR, Design of Small Dams, 1960.</i> .....	174
Figura 119. Coeficientes de descarga, para cargas diferentes a las del proyecto, <i>USBR, Design of Small Dams, 1960.</i> .....	174
Figura 120. Incremento del radio de la cresta circular para disminuir presiones negativas, <i>USBR, Design of Small Dams, 1960.</i> .....	175
Figura 121. Relación $H_o / R_s$ y $H_s / H_o$ , para presas de cresta circular, <i>USBR,</i> <i>Design of Small Dams, 1960.</i> .....	179
Figura 122. Datos del Ejemplo 22. ....	180
Figura 123. Cimacio de un vertedor de embudo y perfil de un chorro.....	182
Figura 124. Diseño final del vertedor de embudo. ....	184
Figura 125. Vertedor escalonado con flujo escalón a escalón. ....	185
Figura 126. Vertedor escalonado con flujo rasante.....	186
Figura 127. Estructura del flujo aerado sobre un vertedor escalonado con flujo rasante, <i>Chanson, 2001.</i> .....	187
Figura 128. Tendencia al giro alrededor del pie del cimacio debido a fuerzas externas. ....	190
Figura 129. Deslizamiento del cimacio. ....	191
Figura 130. Diagramas de subpresión. ....	192
Figura 131. Grieta y zona de apoyo de la cimentación en una presa de gravedad. ....	195
Figura 132. Sección del cimacio. ....	195
Figura 133. Presiones sobre el cimacio al NAME.....	197
Figura 134. Diagrama de subpresiones, nivel al NAMO.....	198
Figura 135. Diagrama de subpresiones, nivel al NAME.....	198
Figura 136. Diagrama para la ubicación del punto de aplicación de la fuerza producida por el sismo.....	200
Figura 137. Distribución de esfuerzos en la cimentación. ....	203
Figura 138. Cargas actuantes sobre un muro de contención. ....	205

Figura 139. Datos para el Ejemplo No. 24. ....	208
Figura 140. Elementos geométricos del muro de contención. ....	210
Figura 141. Comparación de momentos actuantes y resistentes. ....	213
Figura 142. Elementos geométricos del muro. ....	214
Figura 143. Colado de losas en módulos de 5.00 por 10.00 m distribuidos en anclas y lloraderos. ....	216
Figura 144. Tubo drenante (detalle). ....	218
Figura 145. Lloraderos en el respaldo de un muro. ....	219
Figura 146. Detalles de diferentes tipos de lloraderos. ....	219
Figura 147. Colocación de drenes en canales de descarga. ....	220
Figura 148. Diferentes tipos de juntas. ....	222
Figura 149. Revestimiento típico sobre cimentaciones de roca, <i>USBR, Design of Small Dams, 1960.</i> ....	225
Figura 150. Revestimiento típico sobre cimentaciones de tierra, <i>USBR, Design of Small Dams, 1960.</i> ....	226

Las obras de excedencia o vertedores de demasías se construyen con objeto de dar paso a los volúmenes de agua que no pueden retenerse en el vaso de una presa de almacenamiento para su aprovechamiento, ver Fig. 1. En general se tratará de reducir al mínimo su uso, pues debido al alto valor del agua siempre será mejor usarla para abastecer poblaciones, zonas de riego o generar energía, en lugar de devolverla al cauce sin aprovecharla. En el caso de presas derivadoras, por el vertedor pasan las aguas, que no se han desviado para su utilización y su funcionamiento puede ser frecuente y en algunos casos permanente.

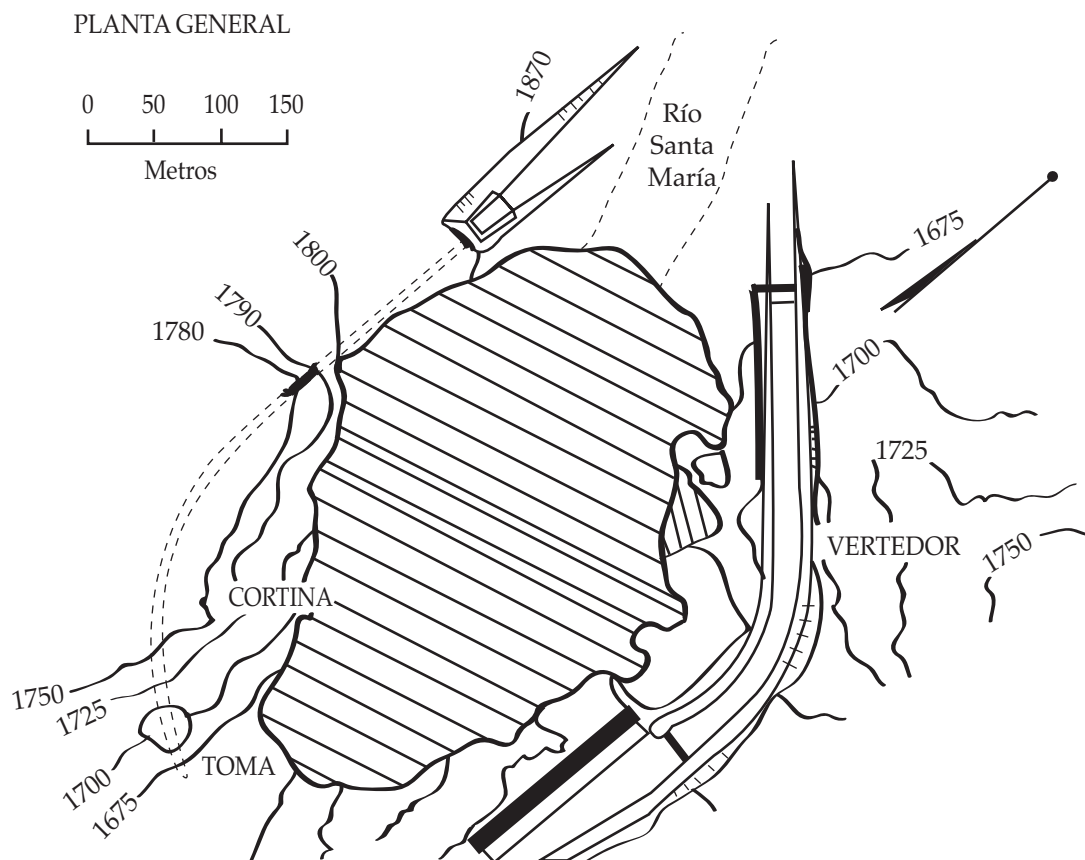


Figura 1. Obra de excedencias (vertedor) de la presa El Tintero, Chihuahua, Comisión Nacional del Agua, 1999.

Un vertedor mal proyectado, construido u operado puede originar que el nivel del agua sobrepase la corona de la cortina y derrame sobre ella, provocando su falla sobre todo si se trata de presas de tierra o materiales graduados. Por otro lado se han reportado en la literatura muchos casos de inundaciones aguas abajo de la cortina, provocadas por una equivocada operación de las compuertas de los vertedores.

Para señalar la importancia de la obra de excedencias en las presas, basta analizar los siguientes datos reportados por Marengo H., 1994, según los cuales de 107 casos de fallas totales conocidos hasta 1975, Silveira A., 1990, 61 se debieron a desbordamientos ocasionados por insuficiencia del vertedor, errores en las estimaciones hidrológicas y operación deficiente, ver Tabla número uno.

**Tabla No. 1. Fallas por desbordamiento (61 casos) ordenados por periodo de terminación, altura y periodo de ocurrencia de la falla, según Silveira A., Marengo H., 1994.**

		Concreto y mampostería		Tierra y enrocamiento		Total	
		No.	Porcentaje (%)	No.	Porcentaje (%)	No.	Porcentaje (%)
Periodo de terminación	< 1900	9	14.70	8	13.12	17	27.87
	1900-1909	4	6.60	2	3.28	6	9.88
	1910-1919	4	6.60	7	11.48	11	18.03
	1920-1929	-	-	2	3.28	2	3.28
	1930-1939	-	-	3	4.92	3	4.92
	1940-1949	-	-	3	4.92	3	4.92
	1950-1959	-	-	6	9.83	6	9.83
	1960-1969	1	1.60	7	11.48	8	13.12
	1970-1975	-	-	5	8.19	5	8.19
	<b>Total</b>	18	29.50	43	70.50	61	100.00
Altura (m)	< 15	1	1.60	5	8.19	6	9.83
	15-30	10	16.47	21	34.45	31	50.82
	30-50	6	9.83	9	14.75	15	24.60
	50-100	1	1.60	8	13.11	9	14.75
	>100	-	-	-	-	-	-
		<b>Total</b>	18	29.50	43	70.50	61
Periodo de ocurrencia de la falla	Construcción						
	< 5 años	2	3.28	11	18.03	13	21.31
	Primeros 5 años	4	16.40	9	14.75	13	21.31
	Después de 5 años	12	19.68	23	37.72	35	57.38
		<b>Total</b>	18	29.50	43	70.50	61

Como puede observarse el mayor porcentaje de las fallas, 27.87 %, ocurrió en presas construidas antes de 1900, y de 1920 a 1975, sólo se presentó un caso en presas de concreto y mampostería, y el resto en las de tierra y enrocamiento. Con relación a la altura, el 50.82 % de las fallas se registró en presas con dimensiones entre 15 y 30 metros, y por otro lado, considerando el periodo de ocurrencia de la falla, el 57.38 % sucedió cinco años después de su construcción.

Otro trabajo importante señalado por Marengo H., 1994, es el de Lebreton A., 1985, donde se reportan los accidentes ocurridos de 1964 a 1983, ver Tabla No. 2, aquí destaca que el porcentaje de presas que fallaron por desbordamiento y que medían menos de quince metros

de altura ( $H_a$ ) fue del 69.23 %, en tanto que en las mayores de quince metros, el 55.56 % tuvo accidentes por la misma causa.

**Tabla No. 2. Causas de falla por desbordamiento en el periodo 1964-1983 según Lebreton, A., Marengo H., 1994.**

Causas		$H_a < 15 \text{ m}$		$H_a > 15 \text{ m}$		Total	
		No. fallas	%	No. fallas	%	No. fallas	%
Desbordamiento	Construcción	0	0.00	9	25.00	9	14.52
	Terminación	18	69.23	11	30.56	29	46.77
	<b>Total</b>	18	69.23	20	55.56	38	61.29
<b>Falla por paso de una Avenida aguas arriba</b>		-	-	2	5.56	2	3.23
Erosión	Descarga de avenidas (aguas arriba)	2	7.69	1	2.78	3	4.84
Tubificación	Cuerpo cortina	3	11.54	7	19.44	10	16.13
	Falla de conducto	2	7.69	2	5.56	4	6.45
	<b>Total</b>	5	19.23	9	25.00	14	22.58
Deslizamiento de taludes		1	3.85	4	11.11	5	8.06
<b>Total</b>		26	100.00	36	100.0	62	100.0

Como se señaló, la mala operación de las compuertas de los vertedores ha sido también causa de graves accidentes. A continuación se presentan varios casos de fallas de presas, o de inundaciones ocurridas aguas abajo, de 1975 a 2006, *International Rivers*, 2007.

En 1992, una falla en la operación de las compuertas del vertedor de la presa Mangla en Pakistán, provocó una avenida que inundó varias localidades causando la muerte a 500 seres humanos.

En 1999, fallecieron mil personas por una equivocada operación de las compuertas de las presas Kainji, Jebba y Shiori, ubicadas en los ríos Níger y Kaduna, Nigeria.

En ese mismo país, en el año 2001 la operación errónea de las compuertas de las presas Tiga y Challawa, causó la muerte a 200 residentes aguas abajo.

En el año 2002, una mala operación de las compuertas del vertedor de las presas Toktogul en el río Syr Darya, en Kirgizistán causó grandes daños a Uzbekistán, ubicada aguas abajo.

En 2003 en Camerún y Nigeria las descargas de la presa Lagdo ubicada en Camerún, causaron inundaciones en las poblaciones ubicadas en las márgenes del río Benue en Nigeria, quitándole la vida a 28 personas y destruyendo más de 200 viviendas.

En 2005, en la India, la operación de las compuertas del vertedor de la presa Sagar ubicada sobre el río Narmada, provocaron la muerte de 62 habitantes aguas abajo.

En el año 2006 se reporta la falla de la presa Makheda ubicada en el río Sind, debido a la operación inadecuada de sus compuertas, causó la muerte a 39 personas.

Se llama avenida de diseño a aquella que entra a un vaso de almacenamiento y cuyo tránsito por el mismo produce escurrimientos que determinan la capacidad del vertedor. Otra definición necesaria es la de avenida máxima probable, que es aquella que puede esperarse de la combinación de las condiciones meteorológicas críticas para la cuenca en estudio. La selección de la avenida de diseño depende básicamente del riesgo que se desee asociar a la construcción de la obra.

Los métodos para calcular la avenida de diseño se pueden clasificar en tres grandes grupos: empíricos, estadísticos e hidrometeorológicos. Los primeros se basan en calibraciones de características físicas de la cuenca, como el área o la pendiente media, para su empleo en cuencas similares.

Los criterios estadísticos ajustan una distribución estadística conocida, como la Gumbel, la Lognormal, o la Pearson tipo III, Aparicio J., 1996, a un registro de datos de una estación hidrométrica determinada. Finalmente los criterios hidrometeorológicos utilizan la Precipitación Máxima Probable (*PMP*), así, con la tormenta de diseño, se genera un hidrograma unitario mediante el auxilio de la relación lluvia-escurrimiento, y al descontar las pérdidas se obtiene la avenida de diseño.

Como se señaló anteriormente, la selección de la avenida de diseño está asociada al riesgo, el cual se relaciona con factores como la capacidad y altura de la presa, así como con los requerimientos de evacuación de personas y daños potenciales aguas abajo de la obra, Marengo H., 2000.

Varias instituciones han clasificado los riesgos en función de distintas variables. *El United States Army Corps of Engineers, USACE, 1976*, los clasifica tomando en consideración la altura de la presa, su capacidad de almacenamiento y las pérdidas de vidas y económicas, ver Tabla No. 3. En tanto que otras instituciones lo relacionan con la avenida máxima probable (*Amp*), ver Tabla número cuatro.



**Tabla No. 3. Clasificación del riesgo potencial de falla en presas según el Programa Nacional de Inspección de Presas de los EUA, Marengo H., 1994.**

Categoría	Almacenamiento (m <sup>3</sup> )	Altura de la presa (H <sub>a</sub> ) (m)
<b>Tamaño de la Presa</b>		
Pequeña	61,600 a 1,233,500	7.6 a 12.0
Intermedia	1,233,500 a 61,600,000	12.0 a 30.0
Grande	más de 61,600,000	más de 30.0
Categoría	Pérdida de vidas	Pérdidas económicas
<b>Riesgo potencial</b>		
Bajo	No esperadas (no hay estructuras permanentes para habitación humana).	Mínimas (sin desarrollo alguno o estructuras para agricultura).
Significativo (intermedio)	Pocas (no hay desarrollo urbano y no hay más que unas cuantas estructuras pequeñas habitables).	Apreciable (industria agrícola importante o estructuras).
Alto	Más que algunas.	Excesivo (comunidad extensiva, industria o agricultura).

En resumen, puede decirse que la selección de la avenida de diseño tiene implicaciones técnicas, económicas y sociales, y que del análisis de la combinación más ventajosa de ellas podrá determinarse la avenida de diseño.

Por ejemplo, si se incrementa la magnitud de la avenida de diseño, disminuye la probabilidad de ocurrencia y por lo tanto el riesgo, pero por otro lado la capacidad y costo del vertedor aumentará.

**Tabla No. 4. Comparación de la capacidad de los vertedores, de acuerdo al riesgo potencial y tamaño de la presa según varias agencias, Marengo H., 1994.**

Instituciones	Clase de riesgo								
	Alto			Significativo			Bajo		
	Tamaño de la presa			Tamaño de la presa			Tamaño de la presa		
	Grande	Intermedia	Pequeña	Grande	Intermedia	Pequeña	Grande	Intermedia	Pequeña
USBR	<i>Amp</i>	<i>Amp</i>	<i>Amp</i>						
USACE	<i>Amp</i>	<i>Amp</i>	$\frac{1}{2}$ <i>Amp</i>	<i>Amp</i>	$\frac{1}{2}$ <i>Amp</i> a <i>Amp</i>	100 años a $\frac{1}{2}$ <i>Amp</i>	$\frac{1}{2}$ <i>Amp</i> a <i>Amp</i>	100 años a $\frac{1}{2}$ <i>Amp</i>	50 a 100 años
Instituto de Ingenieros Civiles de Londres	<i>Amp</i>	<i>Amp</i>	<i>Amp</i>	0.5 <i>Amp</i> o la mayor de las avenidas de $T_r=10,000$ años			0.3 <i>Amp</i> o la mayor de las avenidas de $T_r=1,000$ años		
Sociedad Americana de Ingenieros Civiles	<i>Amp</i>	<i>Amp</i>	<i>Amp</i>	<i>Amp</i>	<i>Amp</i>	<i>Amp</i>			
Comisión Internacional de Grandes Presas (ICOLD)	<i>Amp</i>	<i>Amp</i>		<i>Amp</i>	<i>Amp</i>				
Comité de Grandes Presas de USA (USCOLD)				No ha emitido criterio					

*Amp*= Avenida máxima probable.

En México, la Comisión Nacional del Agua ha emitido recomendaciones para seleccionar el periodo de retorno para el diseño de obras hidráulicas, ver Tabla número cinco.

Cabe hacer notar que estos análisis deben considerar el estado futuro de las condiciones aguas abajo de la presa, sobre todo para efectos de riesgo. Para determinar la capacidad óptima del vertedor se transita la avenida de diseño por el vaso suponiendo éste lleno hasta la capacidad útil. Debido a que parte del volumen de la avenida transitada será almacenado temporalmente en el vaso entre el Nivel de Aguas Máximas de Operación (NAMO), y el Nivel de Aguas Máximas Extraordinarias (NAME), a esta capacidad parcial del vaso se le llama superalmacenamiento o capacidad de retenidas ( $C_r$ ).

La capacidad del vertedor podrá ser menor que el gasto máximo de la avenida que entra al vaso seleccionándose finalmente a la mejor combinación entre la capacidad de retenidas y la capacidad de la obra de excedencias, que puede traducirse a seleccionar la mejor combinación de la capacidad del vertedor-altura de la cortina.

**Tabla No. 5. Recomendación de períodos de retorno para la estimación del gasto máximo de diseño en las obras hidráulicas, Comisión Nacional del Agua, 1999.**

	Tipo de obra hidráulica	$T_r$ ( años)
<b>1</b>	<b>Drenaje pluvial</b>	
1.1	Lateral libre en calles de poblados donde se tolera encharcamiento de corta duración. ....	2
1.2	Lateral libre en calles de poblados donde no se tolera encharcamiento temporal . . . . .	2
1.3	Zonas agrícolas. ....	5
1.4	Zonas urbanas: a) Poblados pequeños con menos de 100,000 habitantes . . . . . b) Poblados medianos entre 100,000 y 1 000,000 habitantes . . . . . c) Poblados grandes con más de 1 000,000 de habitantes . . . . .	2-5 5-10 10-25
1.5	Aeropuertos, estaciones de ferrocarril y autobuses	10
1.6	Cunetas y contracunetas en caminos y carreteras	5
<b>2</b>	<b>Estructuras de cruce</b>	
2.1	Puentes carreteros en: a) Caminos locales que comunican poblados pequeños . . . . . b) Caminos regionales que comunican poblados medianos. . . . . c) Carreteras que comunican poblados grandes (ciudades) . . . . .	25-50 50-100 500-1000
2.2	Puentes ferrocarrileros en: a) Vías locales aisladas (desvíos) . . . . . b) Vías secundarias regionales. . . . . c) Vías primarias del país . . . . .	50-100 100-500 500-1000
2.3	Puentes canales o tuberías de conducción de agua para: a) Riego área menor de 1,000 Ha . . . . . b) Riego área de 1,000 a 10,000 Ha. . . . . c) Riego área mayor de 10,000 Ha . . . . . d) Abastecimiento industrial . . . . . e) Abastecimiento de agua potable . . . . .	10-25 25-50 50-100 50-100 100-500
2.4	Puentes para tuberías de petróleo y gas: a) Abastecimiento secundario local . . . . . b) Abastecimiento regional . . . . . c) Abastecimiento primario . . . . .	25-50 50-100 100-500

Tabla No. 5. Continuación...

	Tipo de obra hidráulica	$T_r$ (años)
3	<b>Alcantarillas para paso de pequeñas corrientes</b>	
	a) En caminos locales que comunican poblados pequeños. . . . .	10-25
	b) En caminos regionales que comunican poblados medianos . . . .	25-50
	c) En caminos primarios que comunican poblados grandes (ciudades) . . . . .	50-100
4	<b>Delimitación de zonas federales</b>	
4.1	Corrientes libres en: a) Zonas semiáridas a húmedas . . . . . b) Zonas áridas con régimen de escurrimiento errático . . . . . c) Zonas de desbordamiento . . . . .	5, 10 ó mayor Con base en la capacidad del cauce natural cavado
4.2	Corrientes con obras de control: Además del tramo libre debe tenerse en cuenta el gasto regulado	5 ó 10 en ambos, o el regulado de diseño de la obra si es superior
5	<b>Delimitación de zonas de protección en obras hidráulicas</b>	A juicio de la CONAGUA
6	<b>Encauzamiento de corrientes</b>	
6.1	Corrientes libres en zona: a) Agrícola de pequeña extensión, menor a 1,000 Ha . . . . . b) Agrícola de extensión mediana, de 1,000 a 10,000 Ha. . . . . c) Agrícola de extensión grande, de 10,000 Ha en adelante. . . . . d) Para protección a poblaciones pequeñas . . . . . e) Para protección a poblaciones medianas. . . . . f) Para protección a poblaciones grandes . . . . .	10-25 25-50 50-100 50-100 100-500 500-1000
	<b>Tipo de obra hidráulica</b>	<b><math>T_r</math> (años)</b>
6.2	Corrientes controladas: a) Existe un tramo libre . . . . .  b) No existe un tramo libre . . . . .	Tramo libre idem que (6.1) más el gasto regulado para ese período de retorno o gasto de diseño del control si es superior  Igual al gasto de diseño de control
7	<b>Presa derivadora</b>	
	a) Zona de riego pequeña (menor de 1,000 Ha) . . . . . b) Zona de riego mediana (1,000 a 10,000 Ha) . . . . . c) Zona de riego grande (más de 10,000 Ha). . . . .	50-100 100-500 500-1000
8	<b>Obras de desvío temporal</b>	
8.1	Presas pequeñas . . . . .	10-25
8.2	Presas medianas. . . . .	25-50
8.3	Presas grande . . . . .	50-100
8.4	Cauce de alivio en corriente. . . . .	25-50 (o mayor, según importancia)
9	<b>Presas de almacenamiento</b>	
9.1	De Jales (lodo del procesamiento de minerales en minas) . . . . .	500-1000
9.2	Azolve del acarreo del suelo en cuencas. . . . .	500-1000
9.3	De agua para abastecimiento a poblaciones, riego, energía, etc . . . .	Se presentan en el siguiente cuadro:

Tabla No. 5. Continuación...

Categoría	Almacenamiento (Mm <sup>3</sup> )	Altura (H <sub>a</sub> ) (m)	Pérdida de vidas	Daños materiales	Crecientes de diseño
Pequeña	Menor de 1.5	Menor de 15	Ninguna	Menor que el costo de la presa	Basada en estudios de probabilidad $T_r = 500$ años
			Moderada	Del orden del costo de la presa	Basada en estudios de probabilidad $T_r = 1000$ años
			Considerable	Mayor que el costo de la presa	Basada en estudios de probabilidad $T_r = 10000$ años
Mediana	Entre 1.50 y 60	Entre 12 y 30	Ninguna	Dentro de la capacidad financiera	Estudio de probabilidad $T_r = 1000$ a $10000$ años
			Moderada	Ligeramente mayor que la capacidad financiera	Estudio de probabilidad $T_r = 10000$ años
			Considerable	Mayor que la capacidad financiera	Tormentas severas. Tormentas maximizadas. Transposición de tormentas: $T_r \geq 10000$ años
Mayor: No se toleran fallas	Mayor de 60	Mayor de 18	Considerable	Excesivos o como norma política establecida	Máxima posible con base en análisis hidrometeorológicos. Análisis de maximización de tormentas locales y transposición de tormentas con $T_r \geq 10000$ años

Una muestra del riesgo que implica la falla de una presa, se presenta en la Tabla No. 6, donde puede observarse el número de fallas ( $N_f$ ) y el número de víctimas ( $N_v$ ) en varios países del mundo.

**Tabla No. 6. Número de fallas contra número de víctimas conocidas en el periodo 1800-1983, Marengo H., 1994.**

País	Fallas											
	Cortinas de tierra y enrocamiento		Concreto, mampostería y diversas		Obras anexas (compuertas)		Otras (fallas en laderas)		Cortinas de naturaleza desconocida		Total	
	$N_f$	$N_v$	$N_f$	$N_v$	$N_f$	$N_v$	$N_f$	$N_v$	$N_f$	$N_v$	$N_f$	$N_v$
India	3	3,100	1	1,000	-	-	-	-	-	-	4	4,100
Italia	-	-	2	700	-	-	1	2,600	-	-	3	3,300
USA	17	2,573 (1)	5	541	-	-	-	-	3	14	25	3,128
Alemania	1	1	2	1,268 (2)	-	-	-	-	-	-	3	1,269
Japón	-	-	-	-	1	1	-	-	1	1,200	2	1,201
Brasil	1	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	1	1,000
España	1	40	752	2	1	30	-	-	-	-	4	822
Francia	1	4	521	2	-	-	-	-	-	-	3	525
Gran Bretaña	1	238	16	1	-	-	-	-	-	-	2	254
Argelia	-	-	219	2	-	-	-	-	-	-	2	219
Indonesia	1	200	-	-	-	-	-	-	-	-	1	200
URSS	1	145	-	-	-	-	-	-	-	-	1	145
Corea	1	120	-	-	-	-	-	-	-	-	1	120
Chile	1	100	-	-	-	-	-	-	-	-	1	100
Colombia	-	-	-	-	1	80	-	-	-	-	1	80
Filipinas	1	80	-	-	-	-	-	-	-	-	1	80
Checoslovaquia	1	65	-	-	-	-	-	-	-	-	1	65
Argentina	1	25	-	-	-	-	-	-	-	-	1	25
Canadá	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-	1	1
Total	33	7,692	17	5,017	3	111	1	2,600	4	1,214	58	16,634
Fallas recientes sin víctimas	39	0	8	0	0	0	0	0	0	0	47	0
Número de víctimas por falla reciente	72	107	25	200	3	37	1	2,600	4	300	105	158

(1) 2,187 son víctimas de la avenida en *South Fork*

(2) Bombardeos

Se llama vertedor de servicio a aquel que funciona para avenidas de pequeño periodo de retorno, es decir aquellas que se presentan frecuentemente, Mattos R., 1999, Arreguín F., 2000.

El vertedor auxiliar está diseñado para operar cuando las avenidas citadas anteriormente sean rebasadas, ver Figura dos.

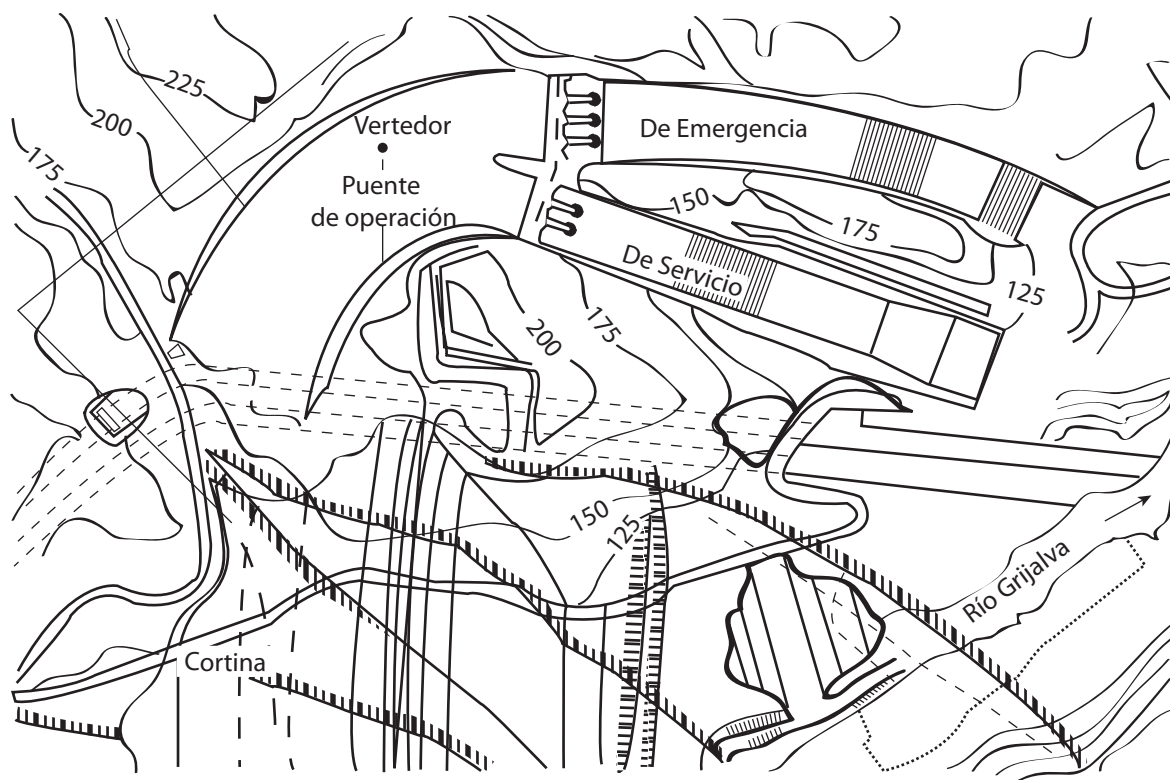


Figura 2. Vertedores de servicio y emergencia de la presa Netzahualcóyotl (Malpaso) Chiapas, México, Comisión Nacional del Agua (CONAGUA), 1999.

Las estructuras que forman un vertedor de demasías son las siguientes:

#### 4.1. CANAL DE ACCESO O DE LLAMADA

Conducen el agua del vaso de la presa a la estructura de control, ver Figura tres.

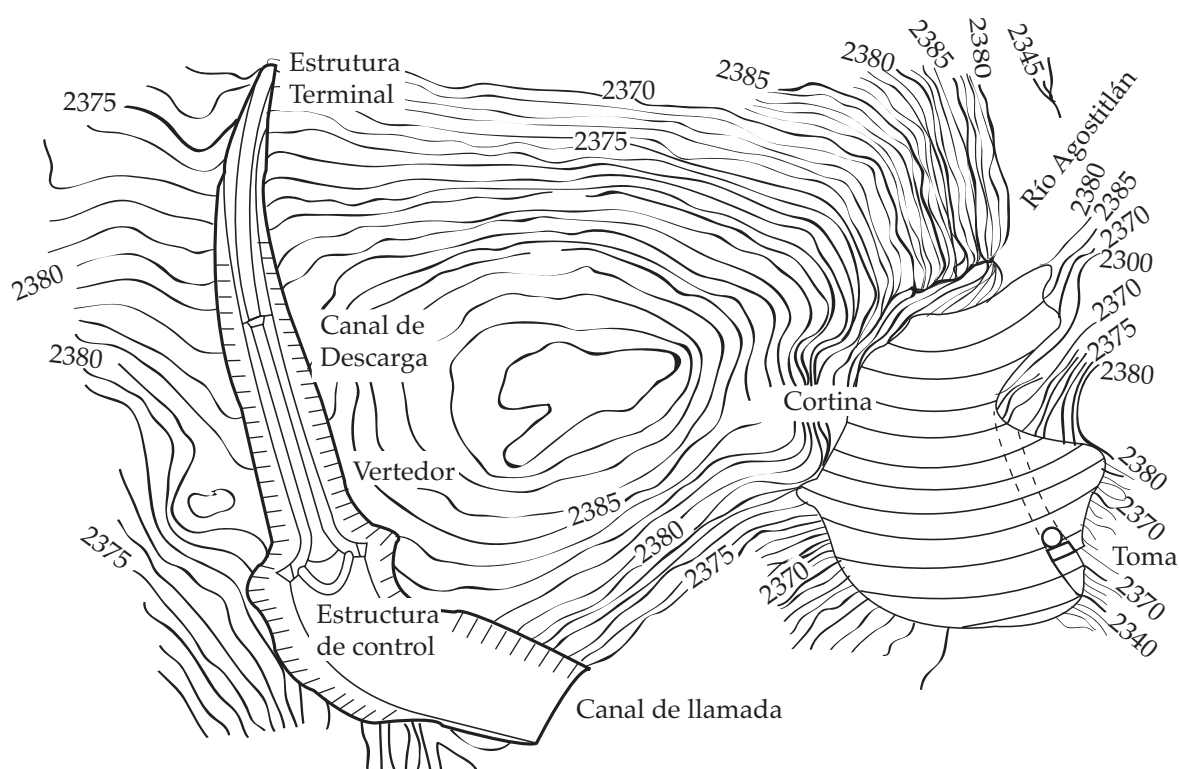


Figura 3. Elementos de un vertedor de la presa de Agostitlán, CONAGUA, 1999.

Su construcción está asociada a las presas de tierra, enrocamiento y materiales graduados, pues los vertedores se colocan en las laderas o puertos, haciendo necesaria la construcción de un canal para que el agua llegue al vertedor, en las presas de concreto la estructura de control se coloca sobre la cortina, haciendo innecesaria la construcción de canales de acceso o de llamada.

El diseño de estos canales deberá considerar que:

- a) Las curvas y transiciones sean graduales.
- b) Las velocidades no sean mayores de 3.00 m/s.
- c) No existan zonas de aguas muertas.
- d) La longitud del canal sea la mínima posible.
- e) El desnivel que haya entre la plantilla del canal de acceso y la cresta del vertedor sea la adecuada para generar un flujo uniforme.
- f) No se formen vórtices, ondas o remolinos, y en general procurar que se den las condiciones para obtener un flujo uniforme a todo lo ancho de la obra de control.

Para definir la geometría del canal de llegada conviene realizar estudios en modelos hidráulicos, y si esto no fuera posible, se debe determinar la red de flujo sobre una geometría propuesta, la cual se modificará de acuerdo al comportamiento hidráulico de la obra.

## 4.2. ESTRUCTURAS DE CONTROL

Estas obras sirven para controlar y regular los derrames en una presa. Aunque la estructura de control puede ser un orificio, un tubo o una cresta vertedora, en este capítulo solo se estudiarán estas últimas porque son las más usuales en nuestro país. Las crestas vertedoras pueden ser libres o sin control, ver Fig. 3, y con control, ver Fig. 4. De los dos tipos de crestas, es el primero el que ofrece mayor sencillez tanto en su construcción como en su operación, pues automáticamente da paso a las avenidas cuando la elevación de la superficie del agua es superior al nivel máximo de la cresta, además no es necesario operar, mantener ni reparar mecanismos de regulación. Las estructuras de control más comunes pueden ser desde una serie de vigas de madera colocadas adecuadamente para controlar y regular las avenidas, hasta un conjunto de compuertas, ver Figura cuatro.

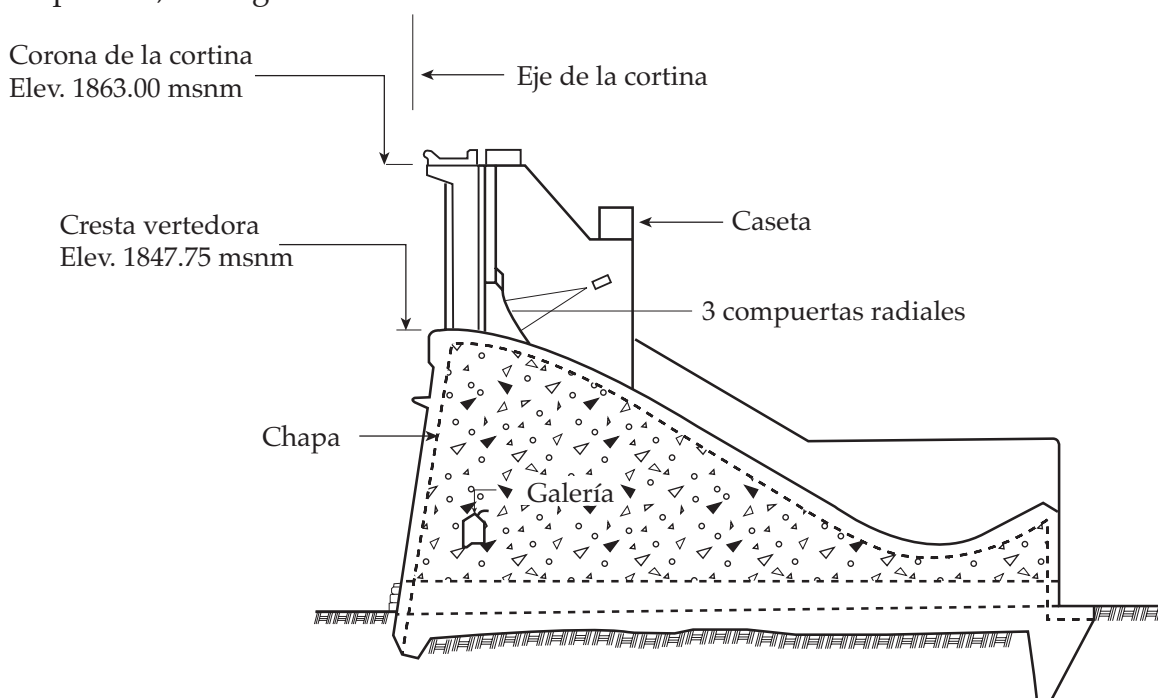


Figura 4. Sección vertedora de una presa, nótese las compuertas radiales, CONAGUA, 1999.



#### 4.2.1. AGUJAS

Son un conjunto de vigas de madera que se colocan sobre la cresta del vertedor con objeto de incrementar la capacidad de almacenamiento de la presa, se apoyan en postes verticales anclados sobre la cresta, ver Fig. 5. Esta acción implica muchos riesgos, y se recomienda utilizarlas solamente cuando se tiene un buen conocimiento de la hidrología de la cuenca, del funcionamiento del vaso y de las condiciones aguas abajo de la cortina. Las agujas deben ser quitadas cuando es necesario incrementar la descarga. Otra objeción a su uso es la dificultad de instalarlas y quitarlas cada vez que sea necesario, pues normalmente se requiere hacerlo en periodos de tiempo muy cortos, y las condiciones de la madera en contacto con el agua varían sustancialmente con el tiempo. Su colocación puede ser manual o empleando mecanismos adecuados.

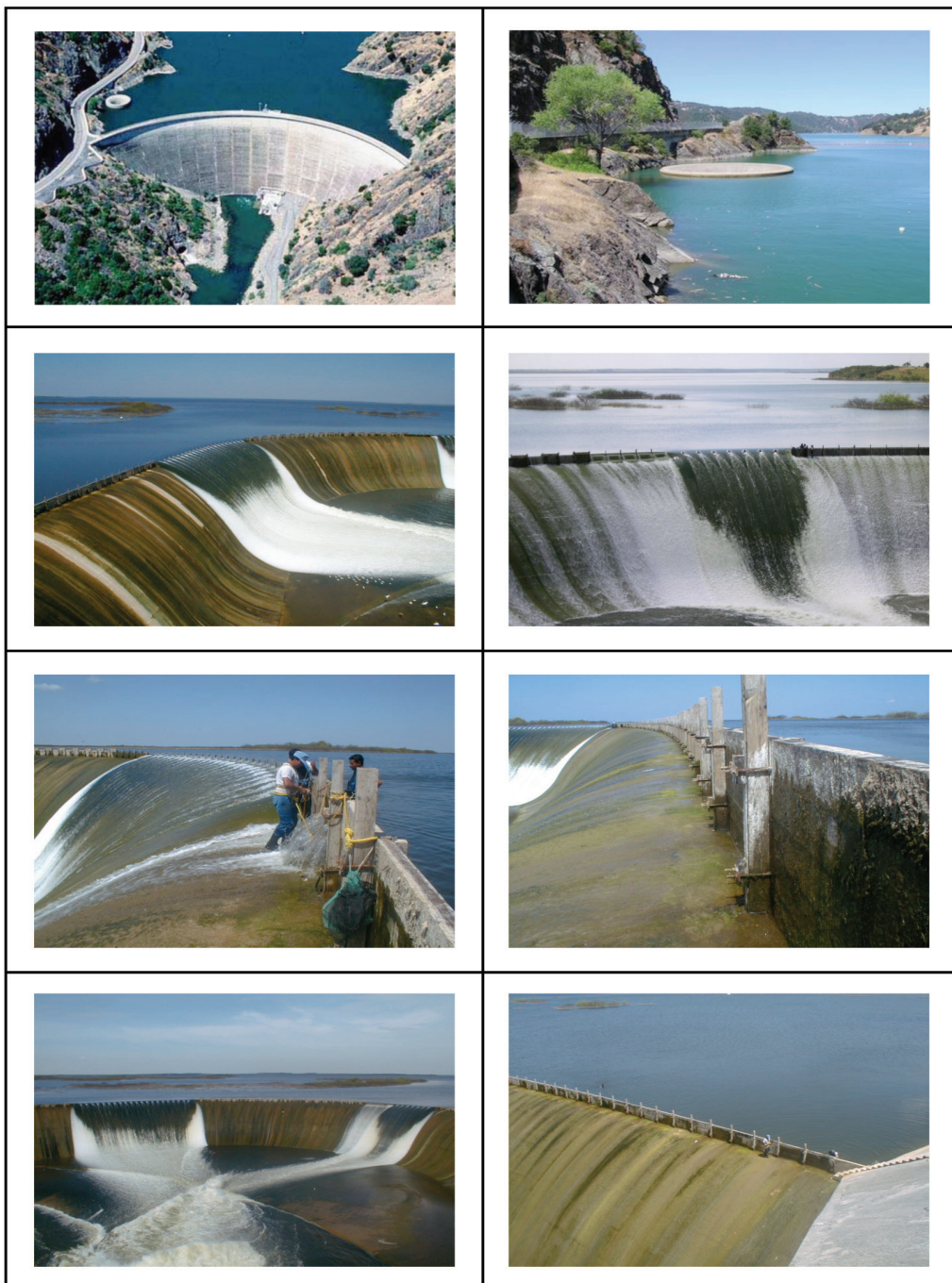


Figura 5. Colocación de agujas en la presa Marte R. Gómez, Tamaulipas.

Otra forma de incrementar la capacidad de almacenamiento es colocar una sobreelevación temporal sobre la cresta vertedora por medio de una presa plástica inflable, normalmente conocida como “*Rubber dam*”, ver Figura seis.

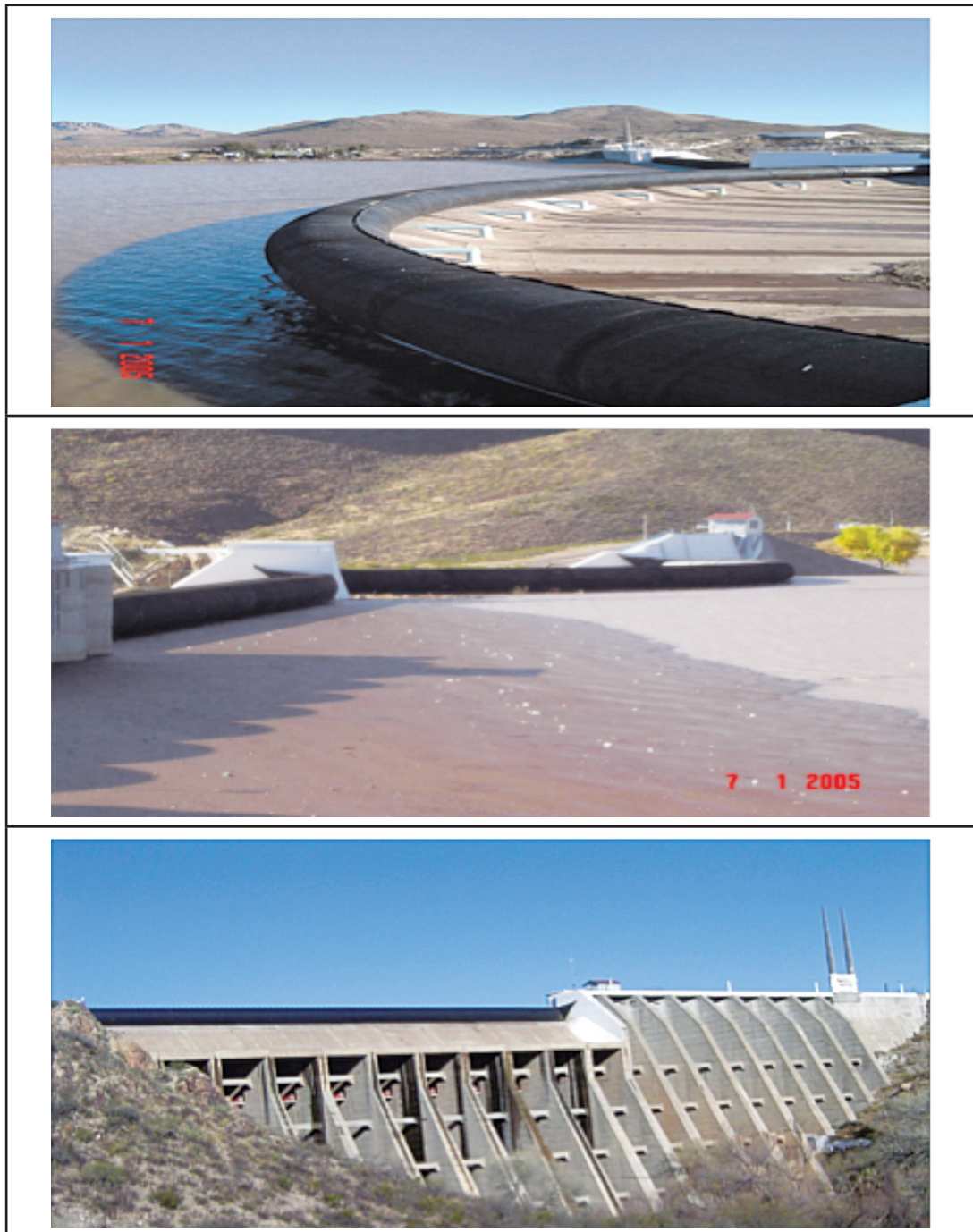


Figura 6. Presa inflable plástica, “*Rubber dam*” sobre la presa Francisco I. Madero, Chihuahua.

Una de las mayores desventajas de las presas inflables es su vulnerabilidad al vandalismo, los objetos punzo cortantes, el intemperismo y las fallas en los sistemas de control o humanos.

Aunque se han registrado pocos casos de fallas debidas al vandalismo, éste es un factor que debe considerarse en la medida en que las presas inflables se coloquen en sitios que

impliquen riesgos aguas abajo, por ejemplo sobre vertedores de gran altura o cuando existan poblaciones o zonas productivas que pudieran ser afectadas.

Por ejemplo el *US Army Corps of Engineers, 2001*, reporta que en la presa *Broadwater*, ubicada sobre el río *Missouri en Townsend, Montana, E. U.* se colocaron siete diques inflables de 3.40 m de alto por 16.50 m de largo, colocados entre pilas construidas sobre el vertedor, y que se presentaron fugas en las caras aguas arriba y aguas abajo, resultado de los disparos de un rifle de alto poder, los daños fueron reparados con un “*kit*” proporcionado por el fabricante, en el mismo informe se reporta que falló totalmente en 1999, cuando una fogata encendida cerca de la cara aguas abajo la afectó, inundando 180 ha con un tirante de 1.50 m, sin daños significativos reportados.

En la misma referencia se informa que sobre el vertedor de la presa *Stoney Brook*, ubicada en *Norwich, CT.*, se colocó un dique inflable de 1.53 m de alto por 15.00 m de largo, con objeto de incrementar la altura de la cresta vertedora, y que falló en 1999 como resultado del vandalismo, sin señalar de que tipo.

#### 4.2.2. COMPUERTAS DESLIZANTES

Son estructuras metálicas, generalmente rectangulares de acero colado que se deslizan sobre guías formadas por perfiles estructurales tipo canal apoyadas sobre las pilas de los vertedores, ver Fig. 7. Estas compuertas son accionadas mediante mecanismos elevadores a través de una flecha de acero cuando son pequeñas o mediante servomotores cuando el caso lo requiera.

Con objeto de evitar fugas se acostumbra colocar la compuerta por el lado aguas arriba para que presione sobre las guías, además es común poner sellos flexibles en las partes en contacto. Los asientos de las compuertas se hacen de acero o de bronce. Se utilizan metales de diferente aleación para evitar que se suelden, esto debido a las altas presiones que se generan.

Cuando el tamaño de las compuertas es tal que su peso obliga al uso de equipos elevadores de gran potencia, es común montar ruedas en los cantos de las compuertas que corren sobre las guías con objeto de reducir la fricción, pudiéndose usar entonces un equipo elevador de menor potencia.

#### 4.2.3. COMPUERTAS RADIALES

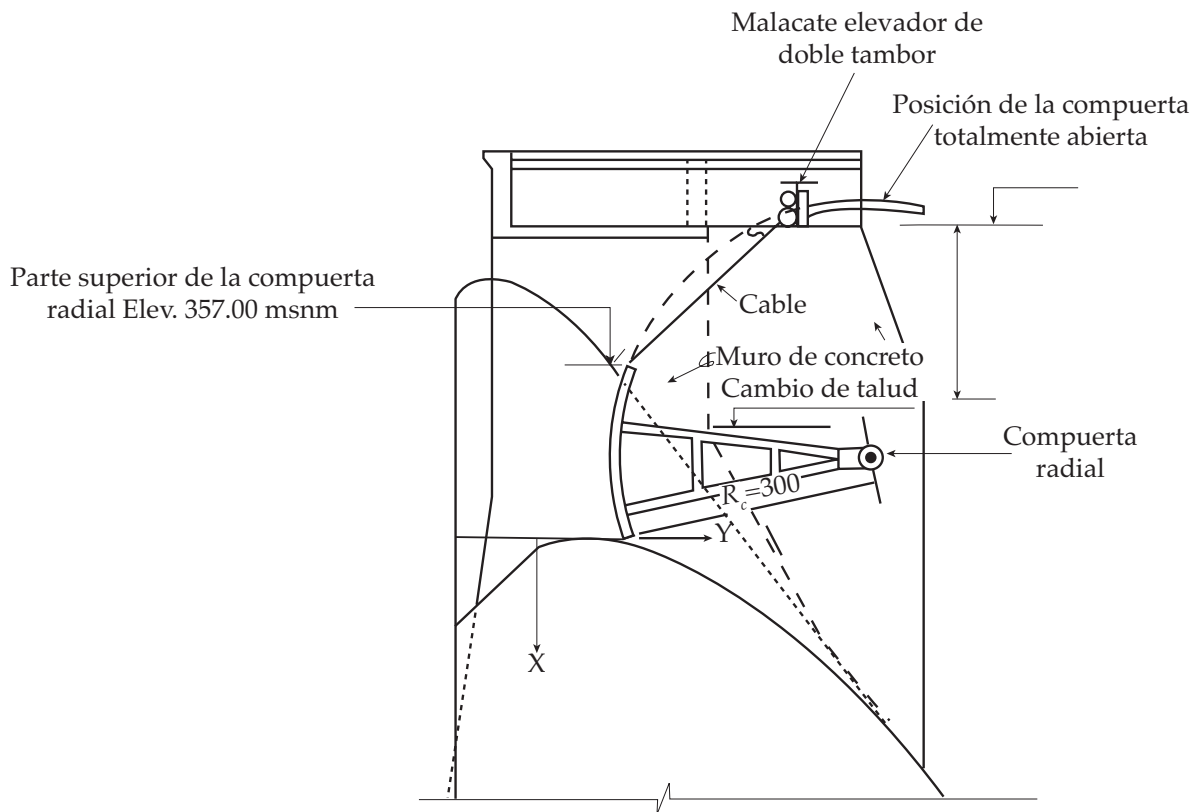
Las compuertas radiales están formadas por un sector de cilindro, generalmente de acero, apoyado en brazos radiales. La superficie cilíndrica concentra el empuje hidrostático, de tal manera que éste pasa por los brazos hacia un perno de apoyo, lo cual reduce la cantidad de movimiento necesaria para elevar o bajar la compuerta, esto es una gran ventaja para su operación, ver Figura ocho.

### 4.3. CONDUCTO DE DESCARGA

Sirve para llevar los volúmenes excedentes hacia el río aguas abajo de la presa y puede ser un canal, ver Fig. 3 o un túnel, ver Fig. 9. En las presas de arco o contrafuertes no son necesarias estas obras.



**Figura 7. Compuerta deslizante, sobre el vertedor de la presa Abelardo L. Rodríguez, Tijuana, Baja California.**



**Figura 8. Compuertas radiales, CONAGUA, 1999.**

Las dimensiones del conducto estarán determinadas por las condiciones hidráulicas, pero el perfil y las secciones dependerán de la topografía y la geología del lugar.

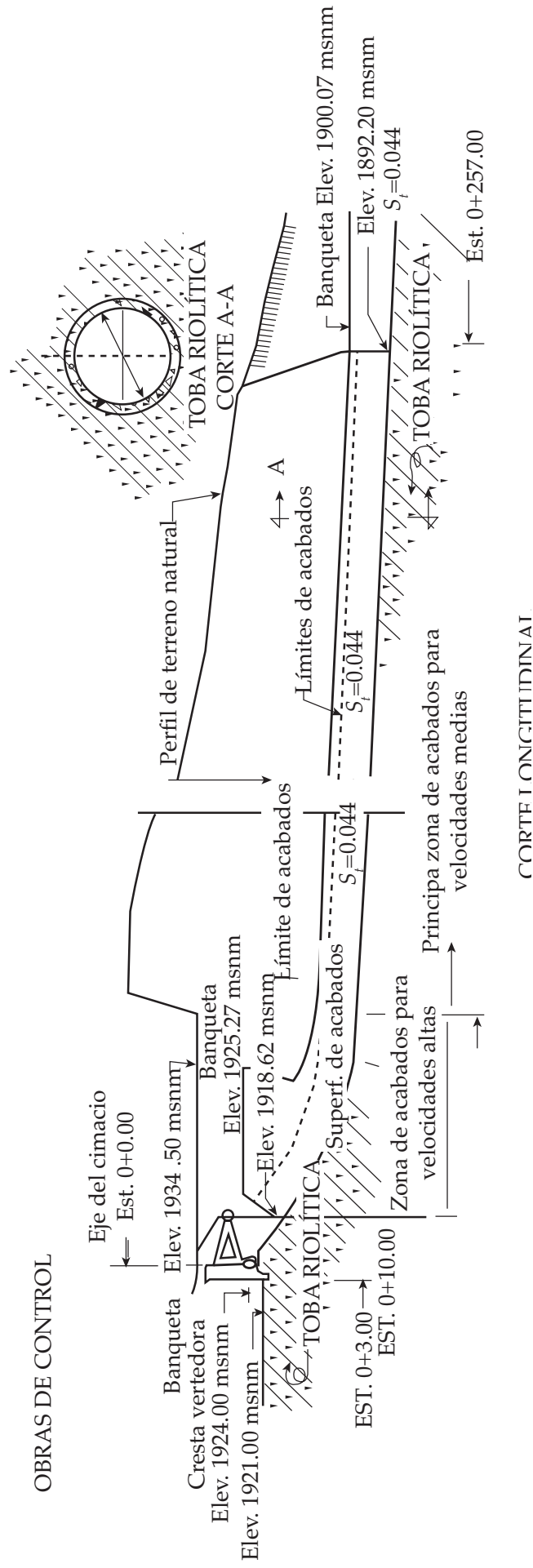


Figura 9. Túnel de descarga del vertedor de la presa Guadalupe Victoria, Durango, CONAGUA, 1999.

### 4.4. ESTRUCTURA TERMINAL

Tiene por objeto disipar la energía cinética del agua para evitar daños en la zona de descarga que pudieran repercutir en la seguridad de la presa. Para ello se usan, deflectores, ver Fig. 10, tanques amortiguadores, Fig. 11, válvulas o cualquier otra obra que disipe la energía del agua.

Cuando el material del fondo del cauce aguas abajo de la presa es resistente se puede construir un salto de esquí, en caso contrario para disipar la energía será conveniente un tanque amortiguador.

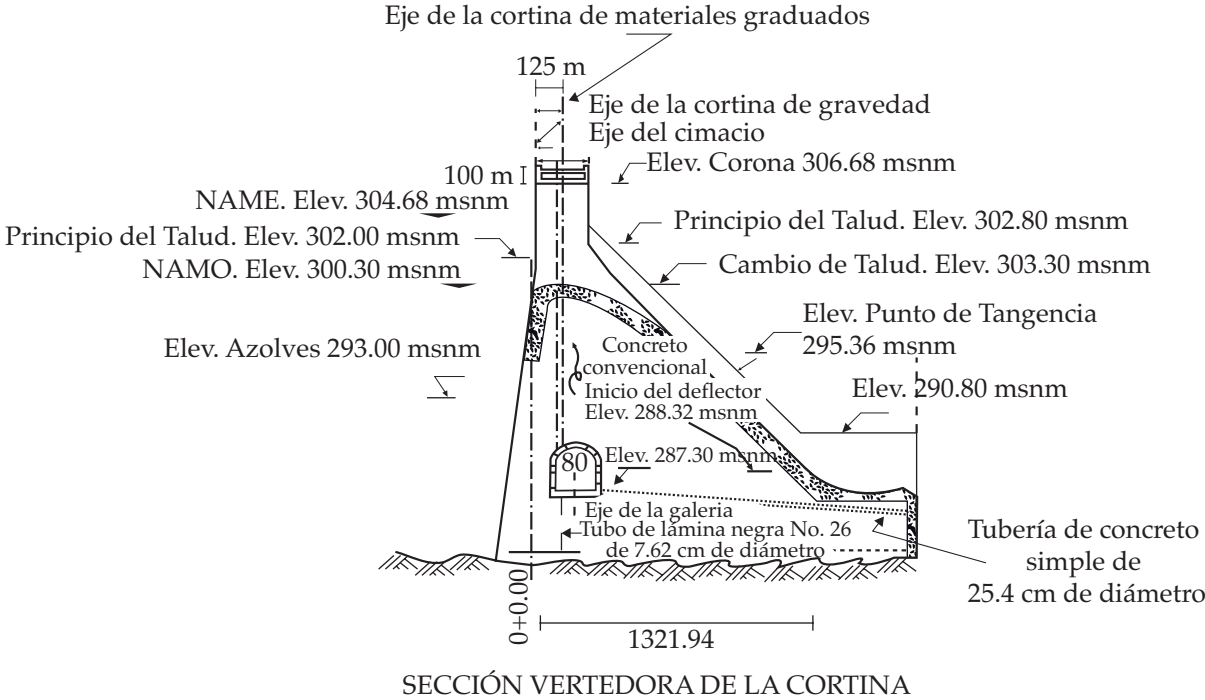
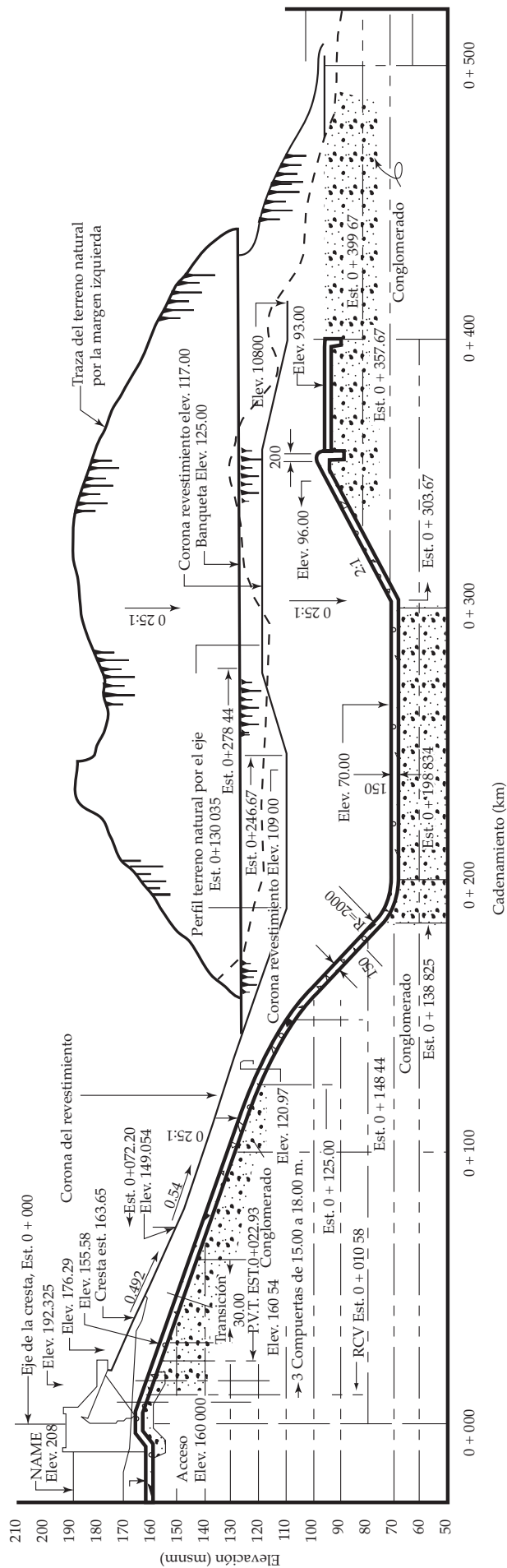


Figura 10. Deflector de la presa La Fragua, Coahuila, CONAGUA, 1999.



CORTE LONGITUDINAL

VERTEDOR DE SERVICIO

Figura 11. Tanque amortiguador de la presa Nezahualcóyotl, Chiapas, CONAGUA, 1999.



Existen una serie de clasificaciones de vertedores atendiendo a diversas características de los mismos, una de ellas considera la forma de control y los clasifica como de cresta fija, ver Fig. 3 y de cresta controlada, ver Figura cuatro.

Otra clasificación que considera al mismo tiempo a la estructura de control y al conducto de descarga, establece los siguientes grupos:

- a) Vertedores de caída libre.
- b) Vertedores con conducto de descarga.
- c) Vertedores en rápida.
- d) Vertedores de embudo.
- e) Sifones vertedores.
- f) Vertedores escalonados.

### 5.1. VERTEDORES DE CAÍDA LIBRE

En este tipo de vertedores como su nombre lo indica no existe una estructura que guíe el agua del embalse al cauce, sino que se deja caer desde la cresta del vertedor hasta el cauce mismo, se construyen generalmente en presas de arco o de contrafuertes, ver Figura doce.

### 5.2. VERTEDORES CON CONDUCTO DE DESCARGA

En este caso puede hacerse una subdivisión de acuerdo al tipo de conducto, al eje de la cresta vertedora, y a la orientación del eje del canal de descarga con respecto al eje de la cresta del vertedor, pudiéndose presentar combinaciones de las condiciones anteriores. En general este tipo de obras se asocia a las presas de tierra, materiales graduados y de enrocamiento.

No es recomendable alojarlas sobre el cuerpo de las cortinas de materiales sueltos, debido a que los asentamientos diferenciales, pueden provocar grietas en el vertedor. Se clasifican de la siguiente manera:

Atendiendo al eje de la cortina:

- a) Vertedores con cimacio de eje recto, ver Figura 13.
- b) Vertedores con cimacio de eje curvo, ver Figura 3.

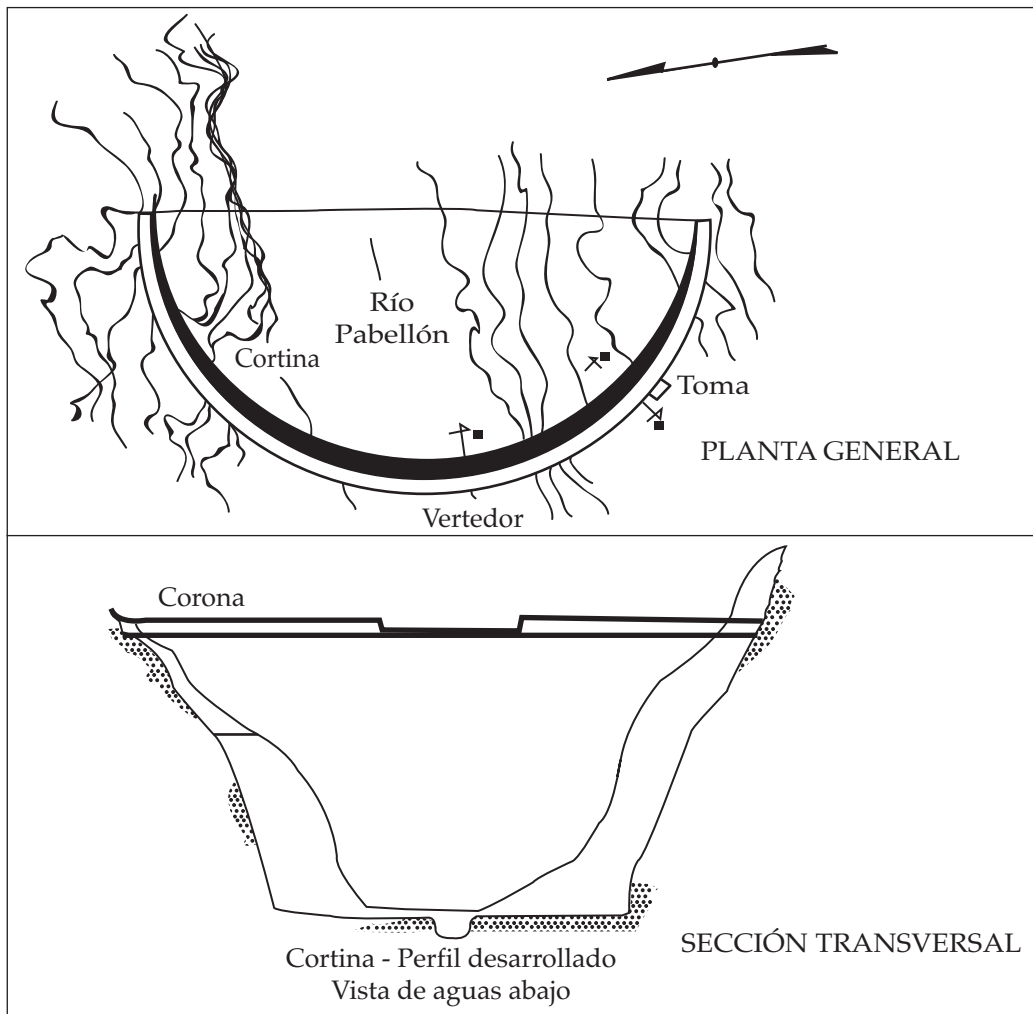


Figura 12. Presa derivadora El Pabellón, Aguascalientes, vertedor con caída libre, CONAGUA, 1999.

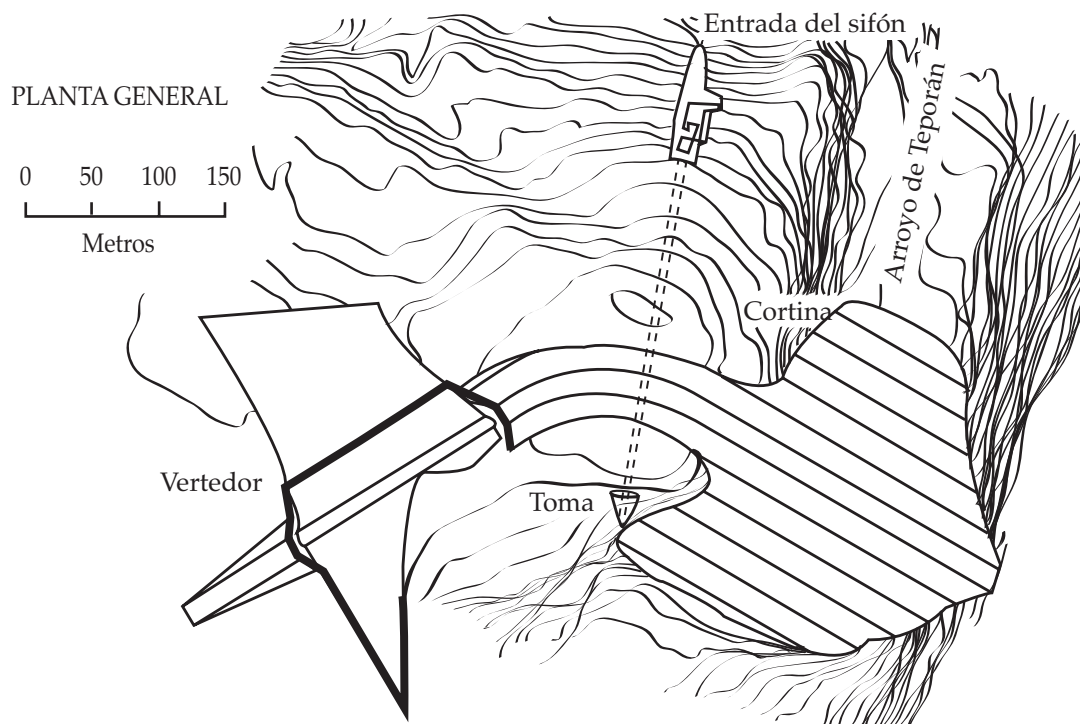


Figura 13. Vertedor con cimacio de eje recto, CONAGUA, 1999.

### 5.3. VERTEDORES DE EMBUDO

Estas obras tienen una entrada en forma de embudo, que se conecta a un túnel por el cual se conducen los excedentes de la presa hasta el cauce aguas abajo de la obra, ver Figura catorce.

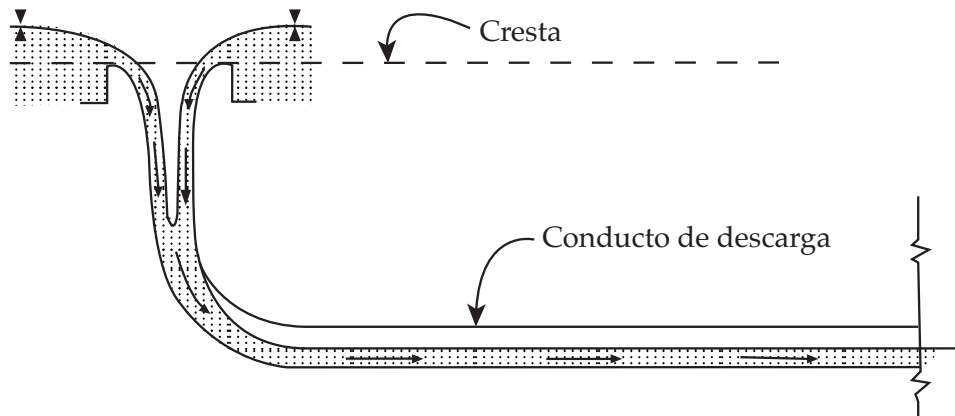


Figura 14. Esquema de un vertedor de embudo.

De acuerdo al tipo de conducto se clasifican así:

- Vertedores con canal de descarga, ver Figura 11.
- Vertedores con túnel de descarga, ver Figura 9.

Atendiendo a la orientación del eje del canal con respecto al de la cresta del cimacio, destacan los vertedores con canal lateral, pues en este caso ambos son paralelos., ver Figura quince.

### 5.4. VERTEDORES EN RÁPIDA

Estos vertedores se construyen sobre el paramento aguas abajo de las presas de gravedad, ver Fig. 16 y las de contrafuertes, ver Figura diecisiete.

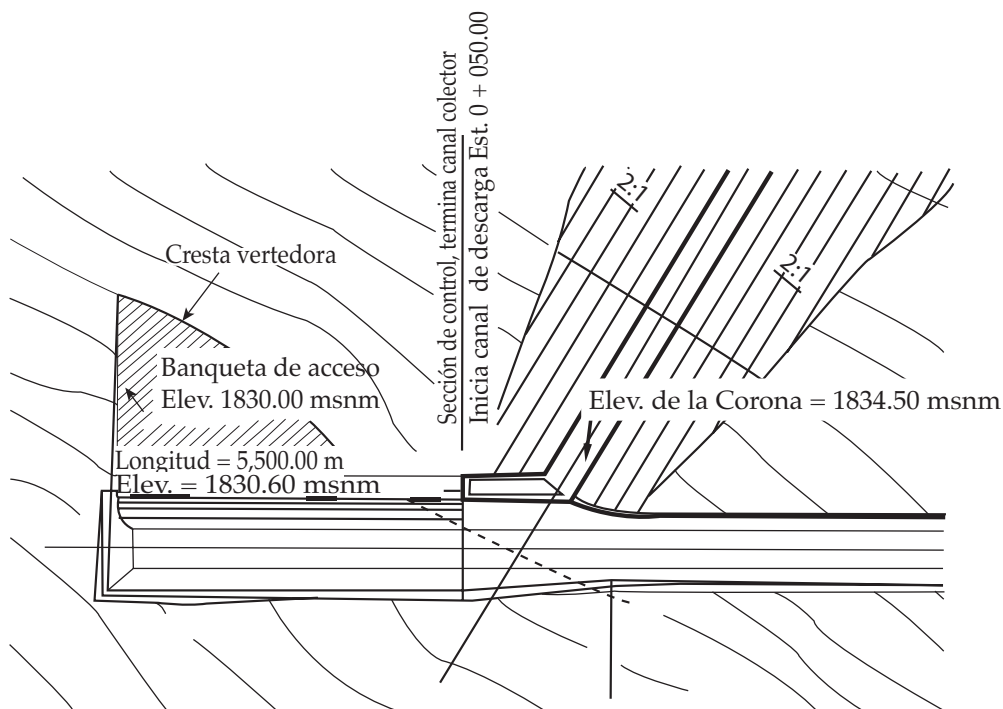


Figura 15. Presa Cuacuala, Jalisco, vertedor con canal lateral, CONAGUA, 1999.

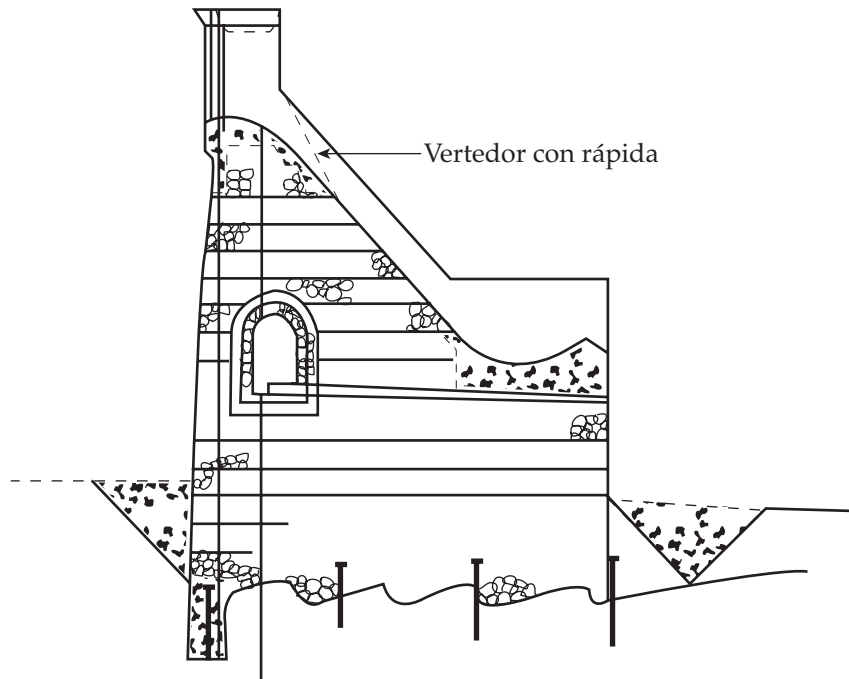


Figura 16. Vertedor con caída rápida sobre una presa de gravedad, CONAGUA, 1999.

### 5.5. SIFONES VERTEDORES

Este tipo de vertedores trabajan de acuerdo al principio del sifón. En general son poco económicos pero tienen la ventaja de dar paso a las descargas grandes con pequeños aumentos de carga, ver Figura dieciocho.

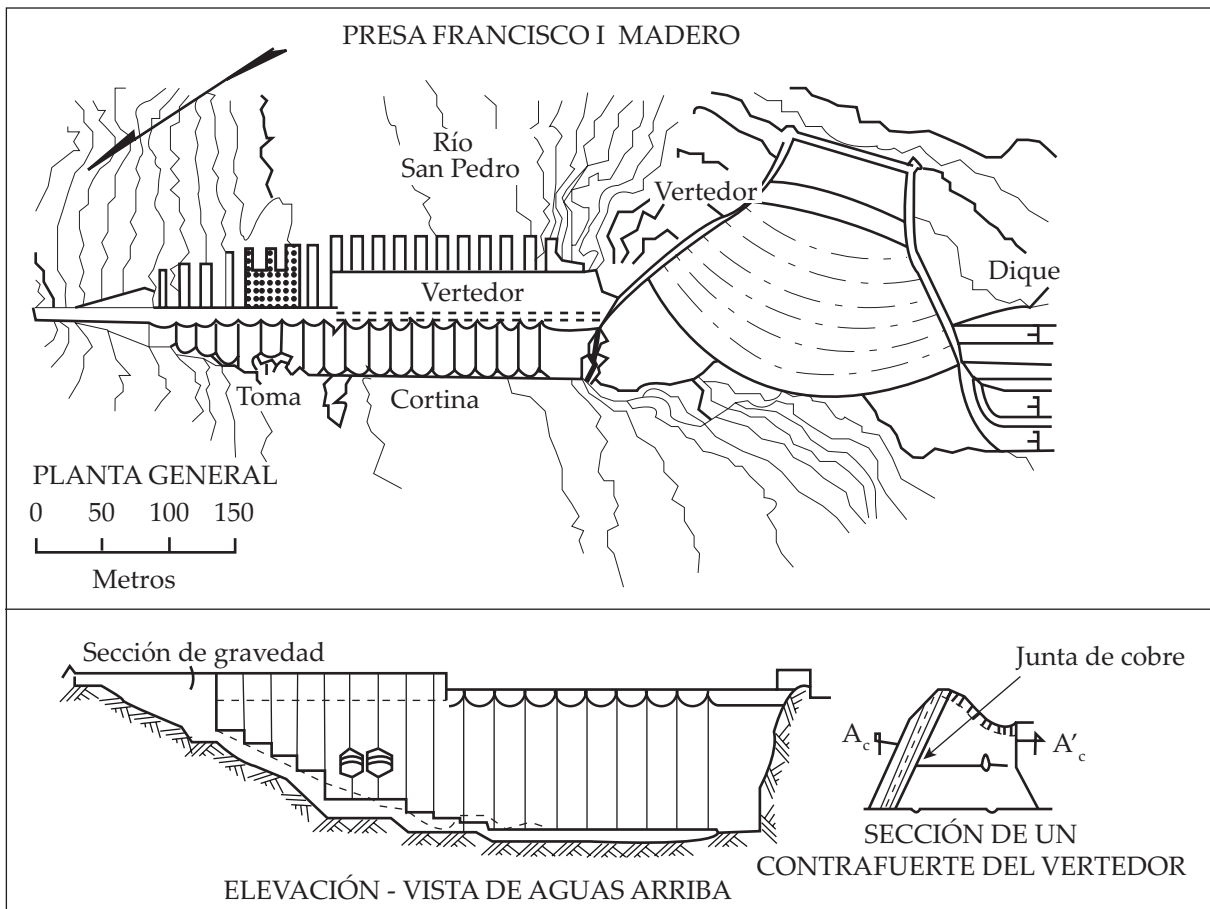
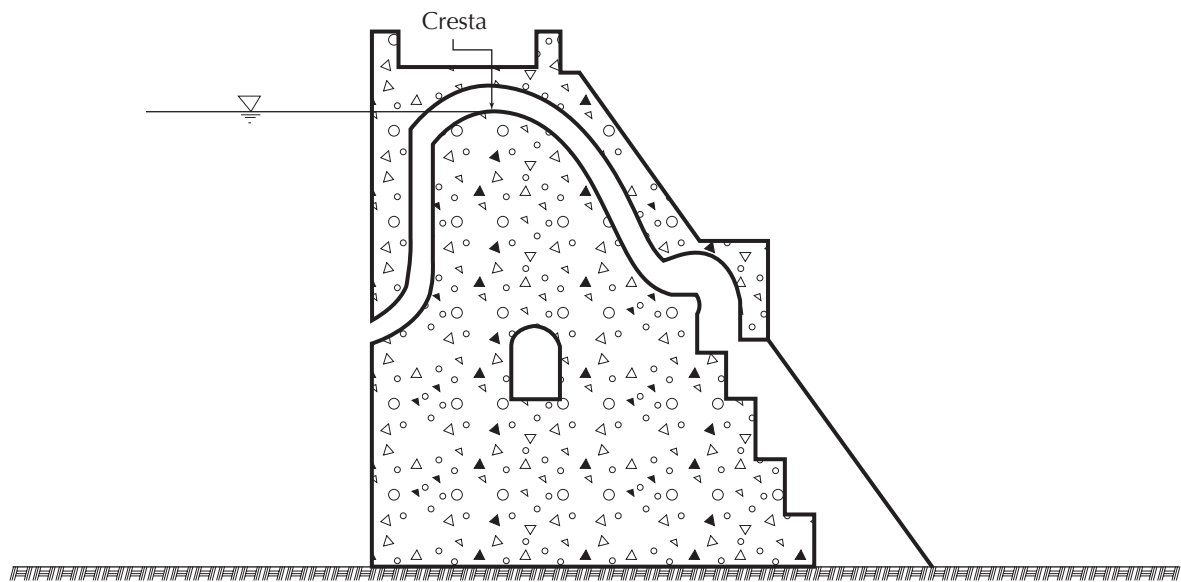


Figura 17. Vertedor en rápida sobre una presa de contrafuertes, CONAGUA, 1999.



**Figura 18. Sifón vertedor.**

## 5.6 VERTEDORES ESCALONADOS

A partir de la década de los 80's se empezaron a construir las presas de Concreto Compactado con Rodillo, CCR, en las cuales el material de construcción (mezclas pobres) se coloca en capas sucesivas, logrando con ello una superficie escalonada en el talud aguas abajo, ver Fig. 19. El ubicar el vertedor sobre esta superficie permite la disipación de energía del agua, logrando con ello economías en la construcción del vertedor y en el tanque amortiguador correspondiente.

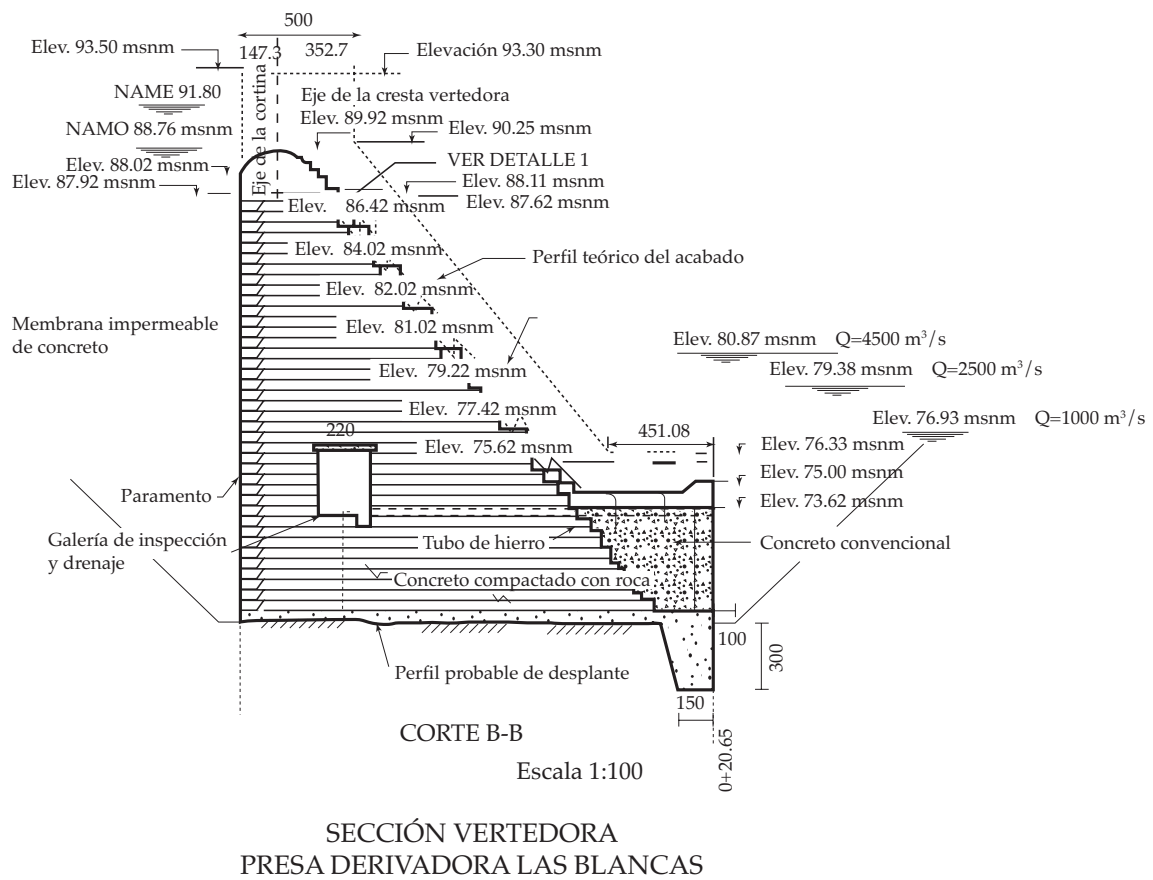


Figura 19. Vertedor escalonado de la presa Las Blancas, Tamaulipas.

Diversos investigadores se han preocupado por estudiar la forma que debe darse a las crestas vertedoras, *Creager W. P.*, 1929, basado en mediciones hechas por *Bazin H. E.* en 1890, y otras realizadas por él mismo en 1917, sugirió darle la forma del perfil inferior de una vena líquida cayendo de un vertedor de pared delgada con ventilación.

Con esto se pretende evitar depresiones sobre el cimacio, reducir la erosión en el mismo y aumentar su eficiencia. *Creager* encontró el perfil que cumplía con estas condiciones, sin embargo existían diferencias en zonas alejadas de la cresta, entre el perfil propuesto y el del agua, debido a que el autor realizó mediciones únicamente en regiones cercanas a la cresta.

*Scimemi E.*, 1930, realizó una serie de experimentos tendientes a definir el perfil del agua en zonas alejadas de la cresta, y propuso la siguiente ecuación:

$$\frac{y}{H_o} = -0.5 \left( \frac{x}{H_o} \right)^{1.85} \quad (1)$$

donde:

$H_o$ , Carga de diseño.

$x$  y  $y$ , Coordenadas de un sistema cartesiano con origen en la arista superior del vertedor de cresta delgada, y sentidos positivos de los ejes hacia la derecha y hacia arriba respectivamente.

Años más tarde *Lázzari E.*, 1954, obtiene una ecuación para definir el perfil inferior de una vena libre de agua en vertedores de pared delgada y planta circular:

$$\frac{y}{H_o} = 6 \frac{x}{3.4H_o}^{\hat{c}} \quad (2)$$

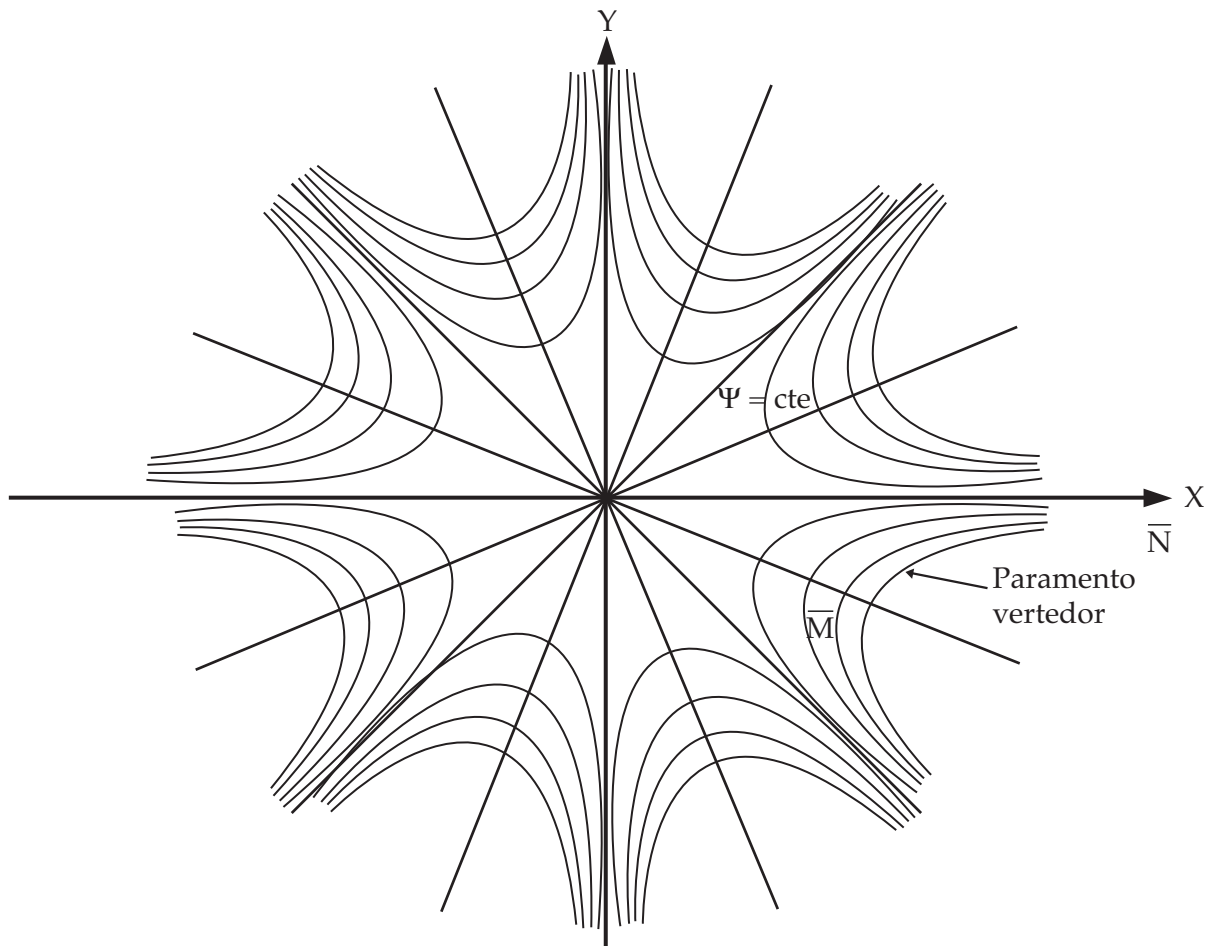
donde:

$\hat{c}$ , Coeficiente en función de la relación  $H_o \text{ } \varnothing R$ .

$\varnothing R$ , Radio de curvatura de la planta del vertedor.

El *United States Bureau of Reclamation (USBR)* y el *US Army Corps of Engineering (USACE)*, han desarrollado una serie de criterios que son los que generalmente se usan para el diseño en México.

Levi E. y Aldama A., 1979, desarrollaron un criterio de diseño basado en la teoría del potencial complejo, ver Fig. 20, que no se ha utilizado en el diseño de cimacios, pero que tiene la ventaja de fijar las bases para el cálculo de presiones y velocidades del agua sobre la obra.



**Figura 20. Representación gráfica de la parte imaginaria  $\Psi$  del potencial complejo, Levy y Aldama, 1979.**

donde:

$\Psi$ , Función de corriente de un potencial complejo dado.

$\bar{M}, \bar{N}$ , Ramas correspondientes a una de las líneas de corriente hiperbólica sobre el paramento del vertedor.

Aquí se presentará primeramente el criterio general del *USBR* y después algunos casos particulares que permiten simplificar los procedimientos de diseño.

## 6.1. CRITERIO GENERAL DEL *USBR*

Este criterio recomienda dividir a la sección del cimacio en cuadrantes, utilizando el cuarto, es decir, el que se encuentra aguas abajo de la cresta, y el tercero que se ubica aguas arriba de la misma, ver Figura veintiuno.



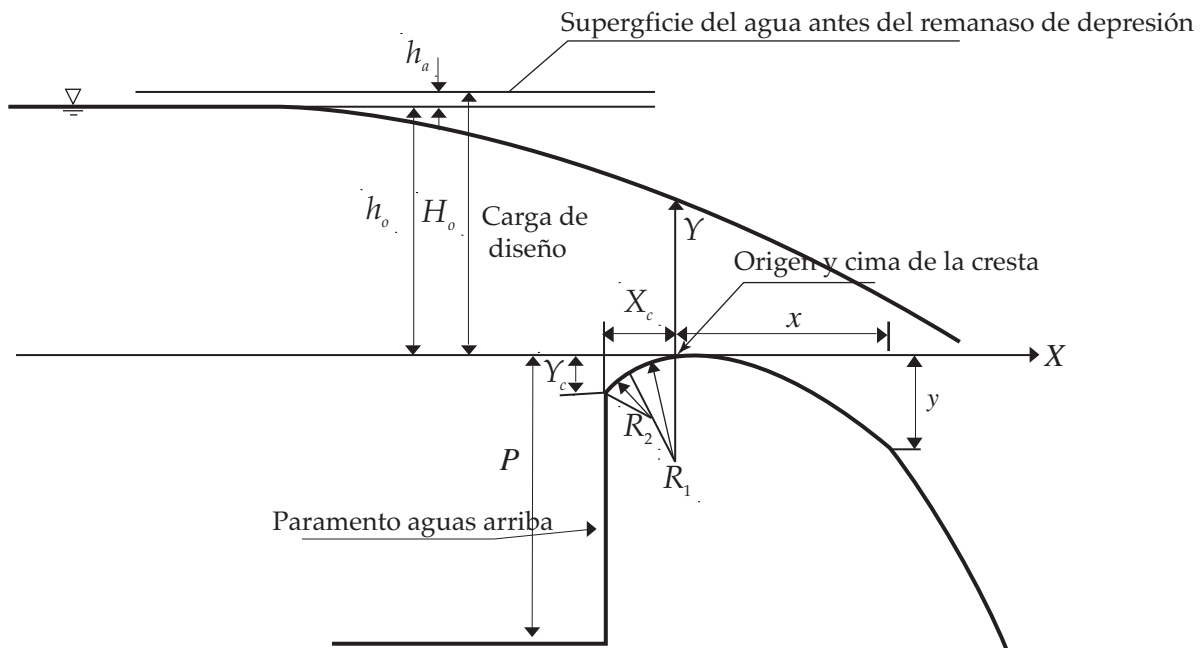


Figura 21. División del cimacio en cuadrantes, criterio general del USBR, 1987.

La ecuación que define la forma del cimacio en el cuadrante aguas abajo de la cresta con origen en la arista superior del vertedor es:

$$\frac{y}{H_o} = -k \left( \frac{x}{H_o} \right)^n \quad (3)$$

donde:

$k$  y  $n$ , Constantes que dependen del talud del paramento de aguas arriba y de la carga de velocidad de llegada:  $h_a = V_a^2 / 2g$ .

siendo:

$V_a$ , Velocidad de llegada.

$g$ , Aceleración de la gravedad.

Los valores de  $k$  y  $n$  para diferentes taludes del paramento aguas arriba se presentan graficados, ver Figura veintidós.

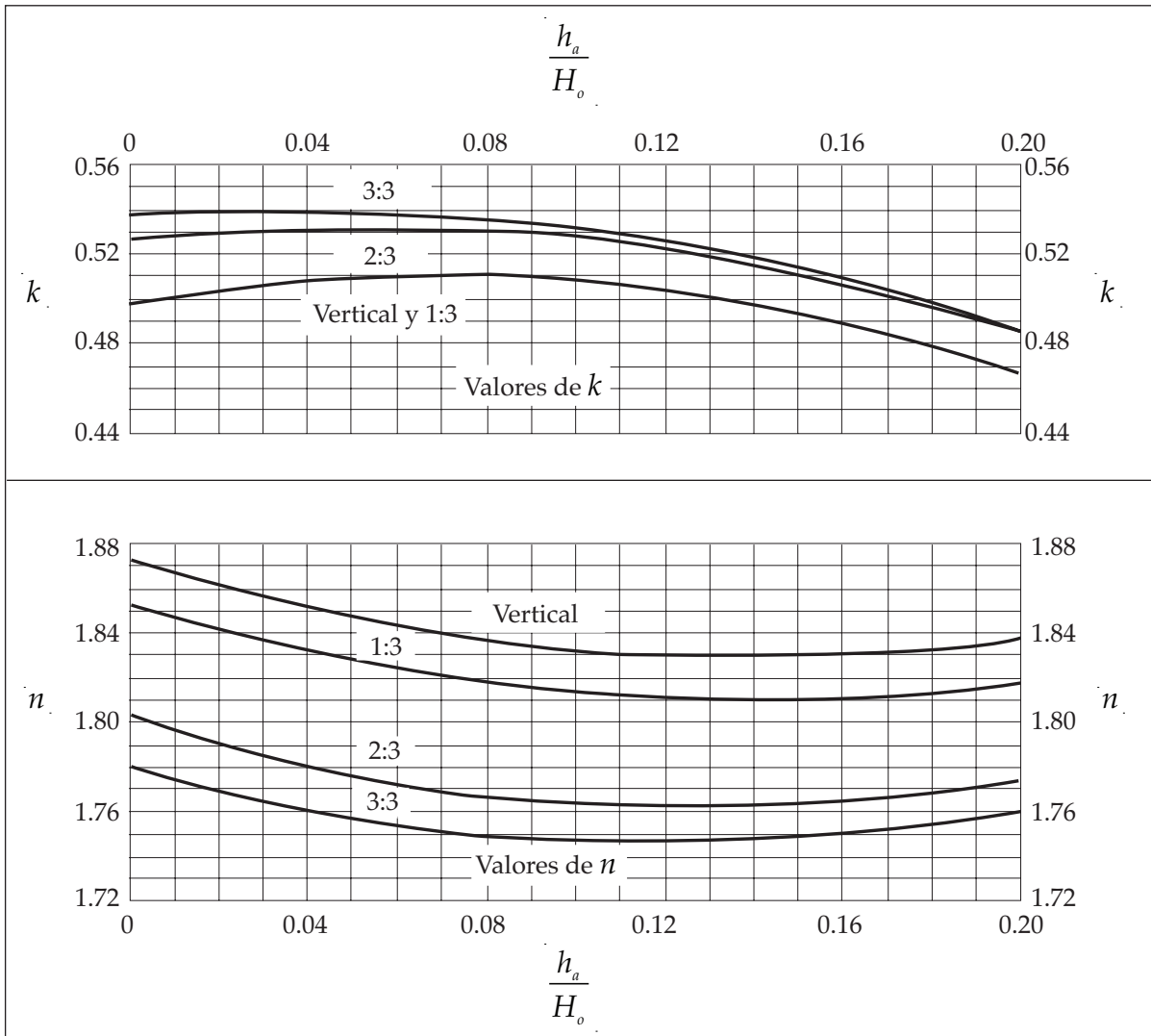


Figura 22. Constantes para determinar la forma de los cimacios, USBR, 1987.

Para obtener los valores de  $k$  y  $n$ , es necesario conocer la carga de velocidad de llegada para ello se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$q = CH_o^{3/2} \quad (4)$$

$$V_a = \frac{q}{P + h_o} \quad (5)$$

$$H_o = h_o + h_a \quad (6)$$

$$h_a = \frac{q^{\circledast}}{\circledast g (P + h_o)^{\circledast}} \quad (7)$$

donde:

- $q$ , Gasto por unidad de ancho.
- $C$ , Coeficiente de descarga.
- $h_a$ , Profundidad de llegada.
- $h_o$ , Carga de posición del agua.

Las demás variables ya han sido definidas.

La sección del cimacio ubicada aguas arriba de la cresta (origen del sistema  $X, Y$ ), se puede dibujar como una curva compuesta o como una curva simple y una tangente. Esta parte del cimacio puede trazarse auxiliándose de la Figura veintitrés.

Para usar esta gráfica se emplea la relación  $h_a \odot H_o$ , con ella se calcula  $X_c$  y  $Y_c$  con las cuales puede definirse el punto de tangencia entre la sección y el talud del paramento aguas arriba, ver Figura veintitrés.

A continuación se calcula  $R_1$  radio de la curva 1, y se traza sobre el eje de las ordenadas a partir del origen y hacia abajo, esto permite conocer el centro de la curva 1. Con las mismas gráficas se calcula radio de la curva 2. Haciendo centro en el punto de coordenadas  $(X_c, Y_c)$  se traza el arco  $ab$  de radio  $R_2$ .

Desde el centro de la curva 1 se traza el arco  $cd$  de radio  $R_1 - R_2$  que intercepta al arco  $ab$ , por el punto de intersección de los dos arcos se pasa  $R_1$  a partir del centro de la curva 1, y se puede definir así el sector de la curva 1.

El sector de la curva 2 estará definido haciendo centro en el punto de intersección de los dos arcos, y trazando desde el punto  $(X_c, Y_c)$  hasta unirse con la curva 1, ver Figura veintitrés.

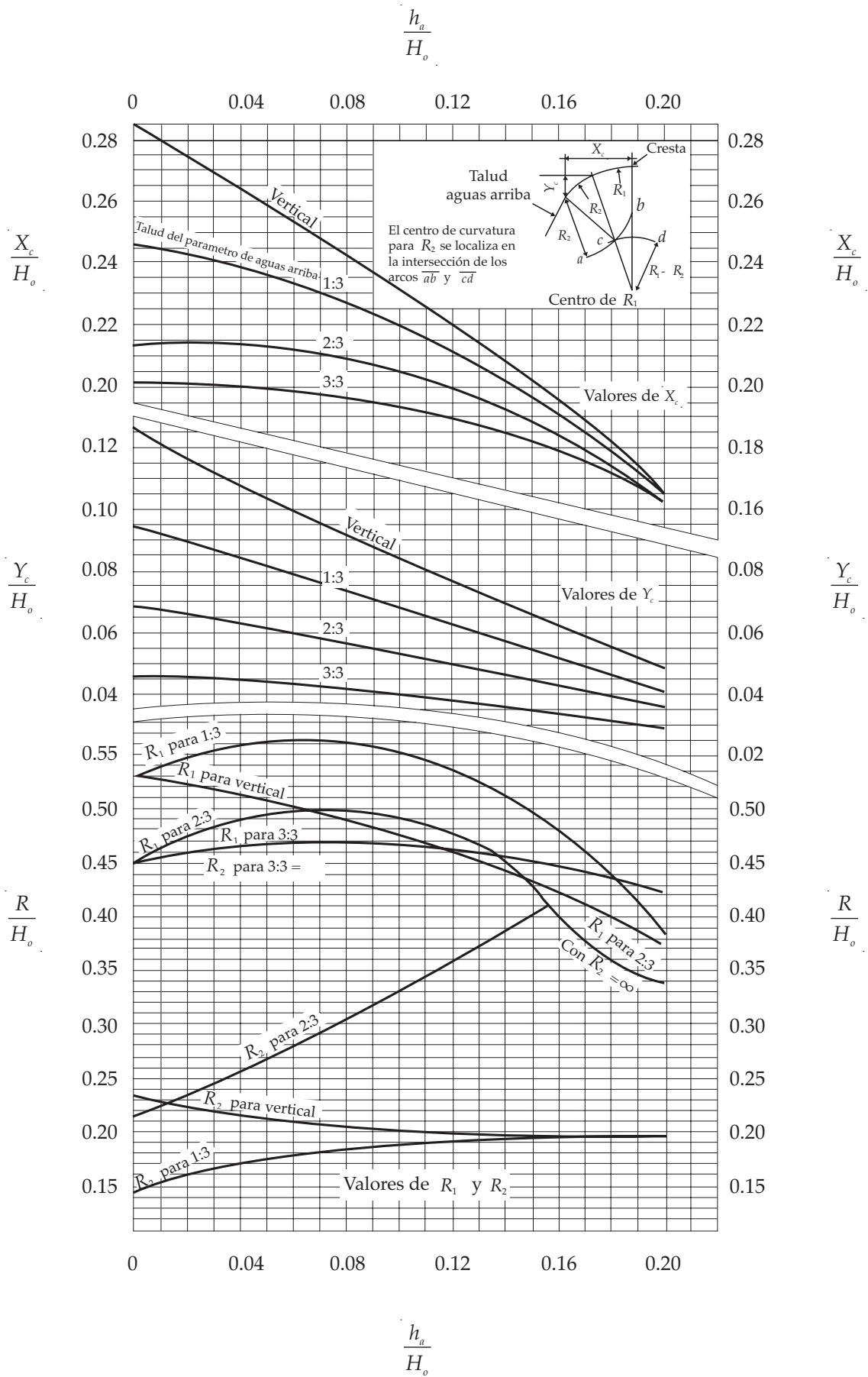


Figura 23. Constantes para calcular el sector aguas arriba en un cimacio de acuerdo al criterio general del USBR, 1987.

Además existen una serie de criterios particulares para el trazo de secciones transversales de cimacios sin control.

## 6.2. OTROS CRITERIOS

### 6.2.1. VELOCIDAD DE LLEGADA DESPRECIABLE Y TALUD AGUAS ARRIBA VERTICAL

Una velocidad de llegada se considera despreciable cuando:

$$\frac{P}{H_0} \geq 1.00 \quad (8)$$

donde:

$\nabla$ , Profundidad del canal de acceso.

En este caso generalmente, se emplean los criterios del *USBR* o del *USACE*. El primero es el más sencillo, pues permite diseñar la sección del cimacio como una curva circular compuesta, donde los radios están expresados en función de la carga de proyecto  $H_0$ , ver Figura veinticuatro.

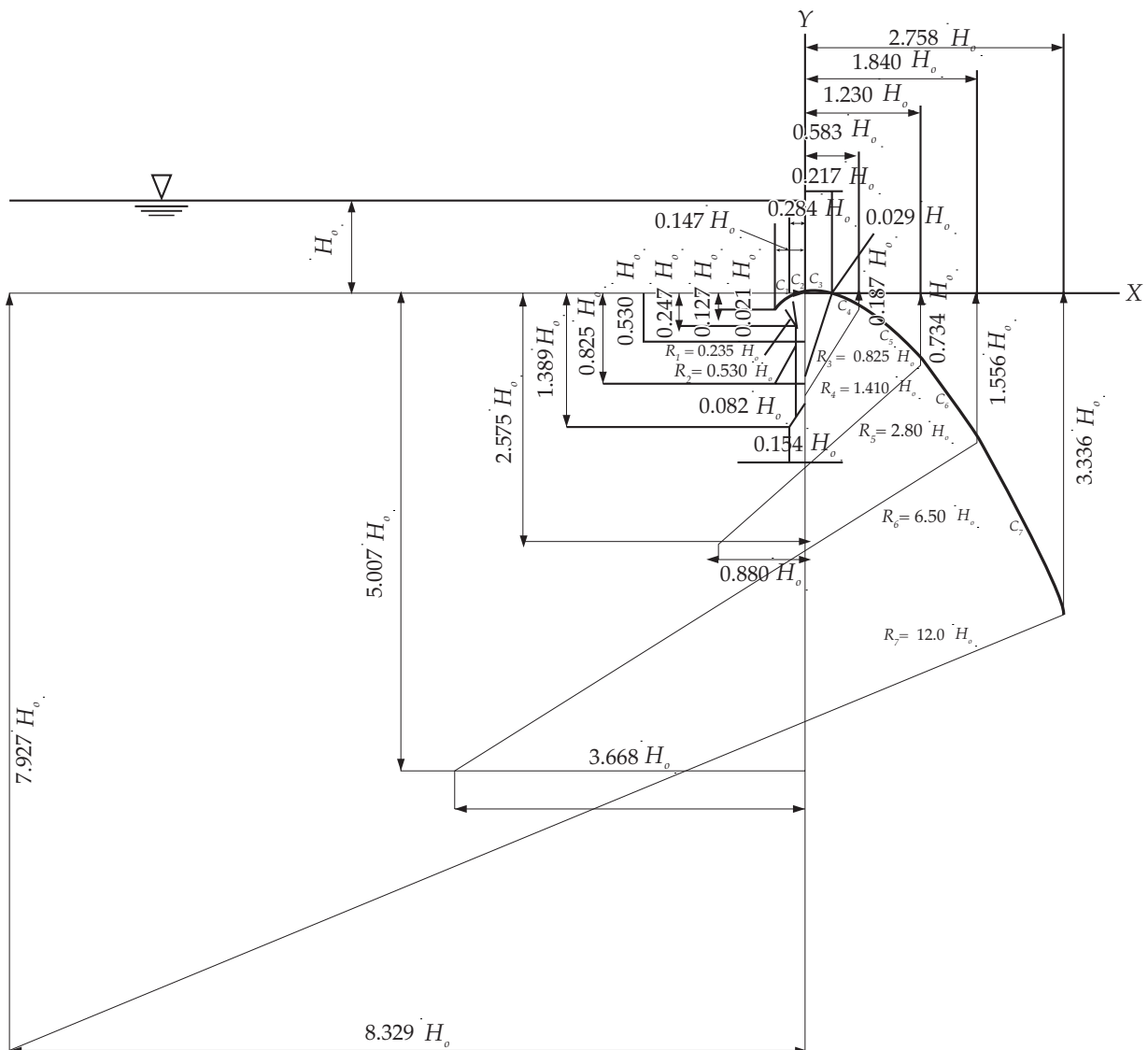


Figura 24. Sección de un cimacio formado con curvas circulares compuestas, criterio del *USBR*, 1987.

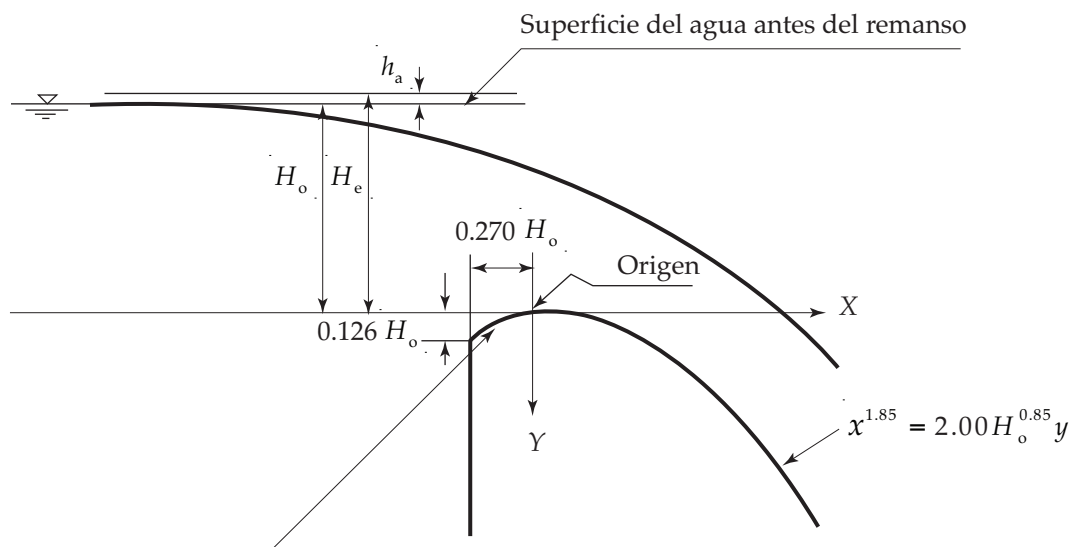
El Cuerpo de Ingenieros (USACE) recomienda para el diseño del cuadrante aguas abajo emplear la ecuación:

$$x^{1.85} = 2 H_o^{0.85} y \quad (9)$$

La sección del perfil en el cuadrante aguas arriba del cimacio se calcula con la ecuación:

$$y = 0.724 \left( \frac{x + 0.270 H_o}{H_o^{0.85}} \right)^{1.85} + 0.126 H_o - 0.4315 H_o^{0.375} (x + 0.270 H_o)^{0.625} \quad (10)$$

Las variables de esta ecuación ya han sido definidas y puede usarse como auxiliar para diseño la Fig. 25, donde  $H_e$  es la carga total sobre la cresta.



$$y = 0.724 \left( \frac{x + 0.270 H_o}{H_o^{0.85}} \right)^{1.85} + 0.126 H_o - 0.4315 H_o^{0.375} (x + 0.270 H_o)^{0.625}$$

Figura 25. Criterio de diseño de cimacios para  $P / H_o \geq 1.00$ , según el USACE, 1990.

### 6.2.2. VELOCIDAD DE LLEGADA DESPRECIABLE Y TALUD DEL PARAMENTO AGUAS ARRIBA INCLINADO. CRITERIO USACE.

En este caso para el cuadrante aguas abajo puede emplearse la ecuación general:

$$x^n = k H_o^{n-1} y \quad (11)$$

Las variables de esta ecuación ya han sido definidas, y los valores de  $k$  y  $n$  para taludes 3 a 1, 3 a 2 y 3 a 3 se pueden obtener de la Fig. 29. En las Figs. 26, 27 y 28 se anotan las fórmulas necesarias para calcular la sección del cuadrante aguas arriba.

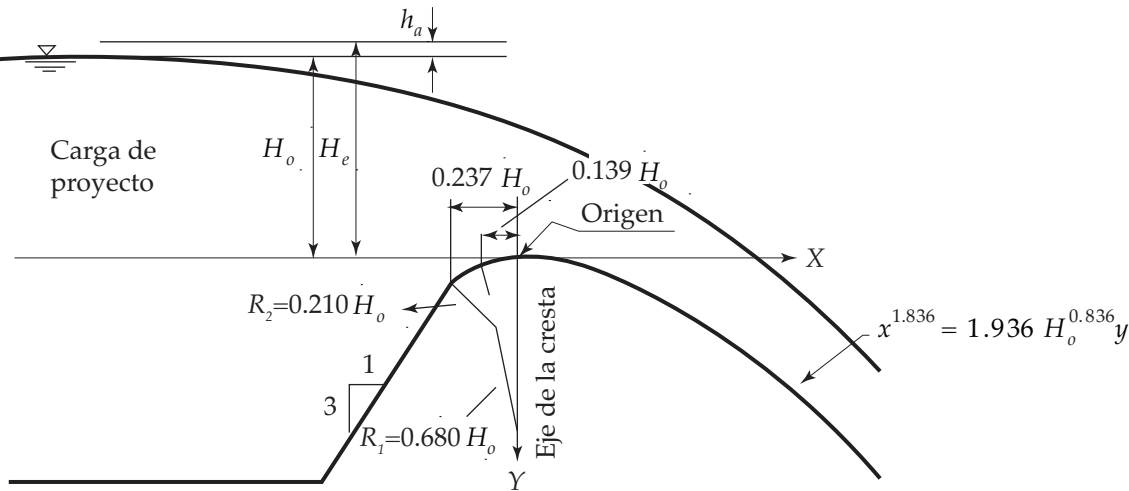


Figura 26. Criterio USACE, para  $P / H_o \geq 1.00$ , y talud aguas arriba 3:1.

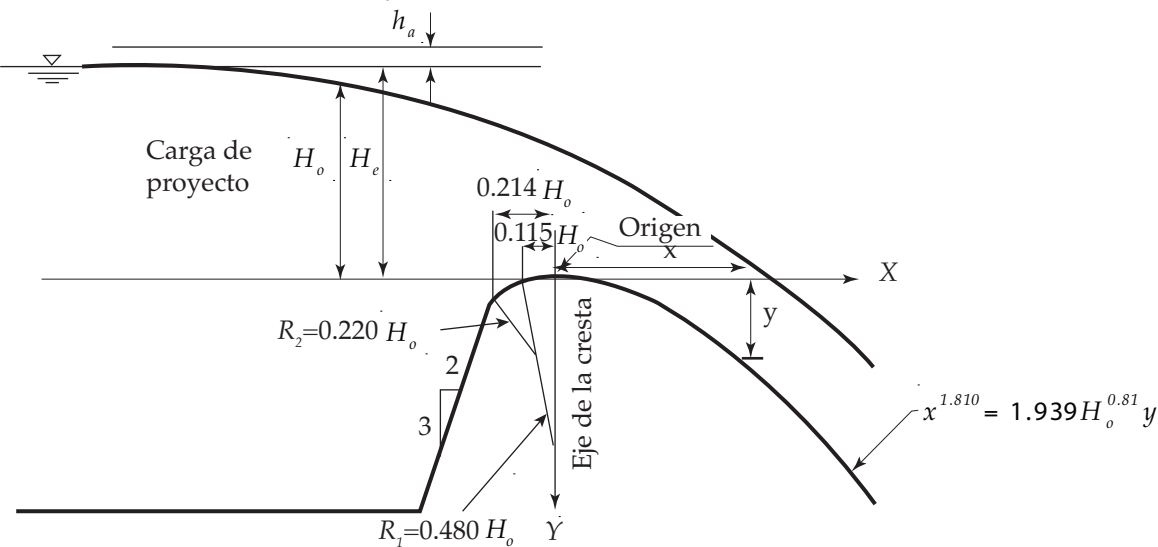
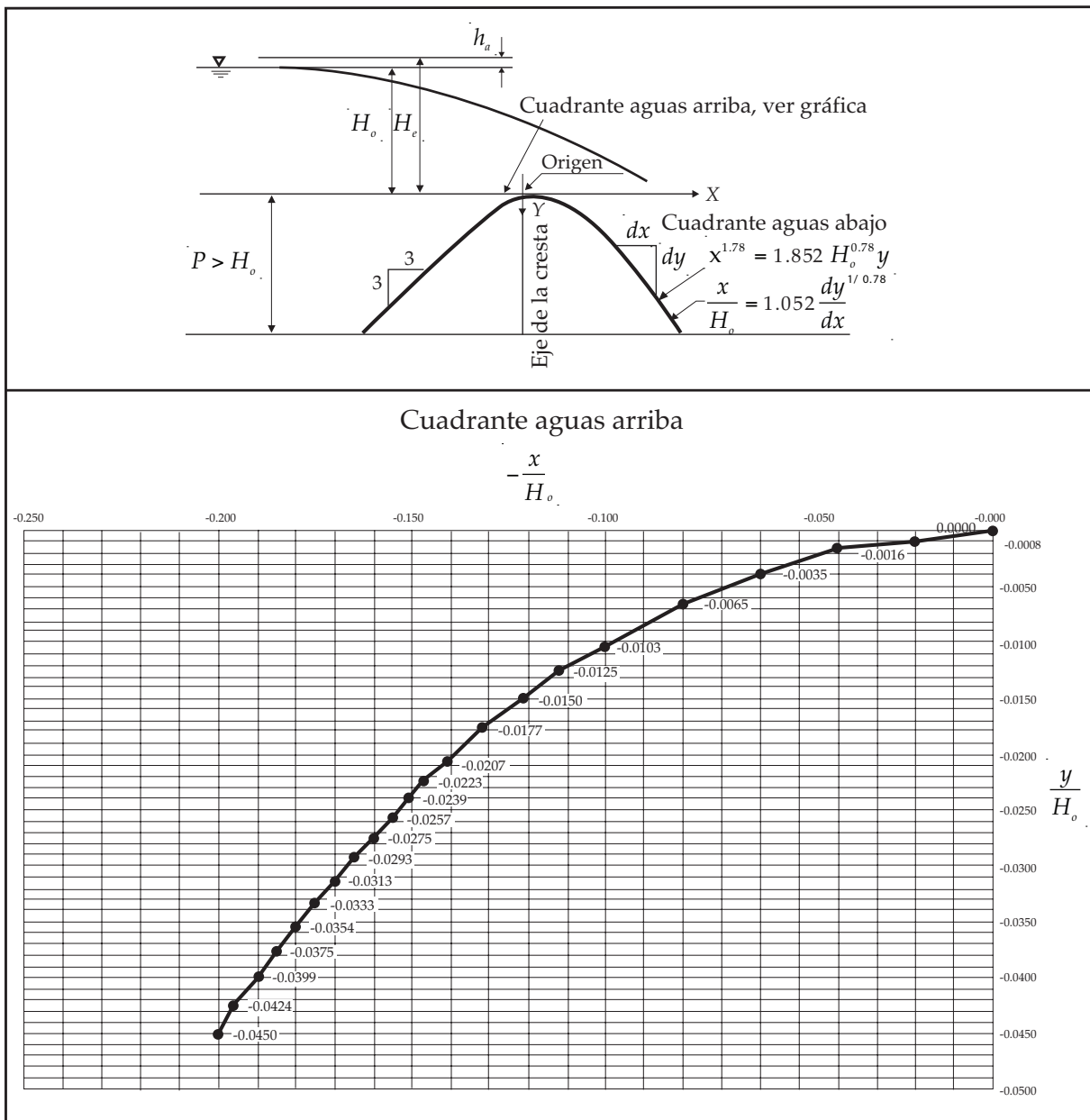


Figura 27. Criterio USACE, para  $P / H_o \geq 1.00$  y talud aguas arriba 3:2.



**Figura 28. Criterio USACE, para  $P/H_0 \geq 1.00$  y talud aguas arriba 3:3.**

En la Fig. 29 se presentan gráficas para obtener los valores de  $k$  y  $n$  para cualquier talud del paramento. La forma del perfil aguas arriba se obtiene por interpolación de otros perfiles.



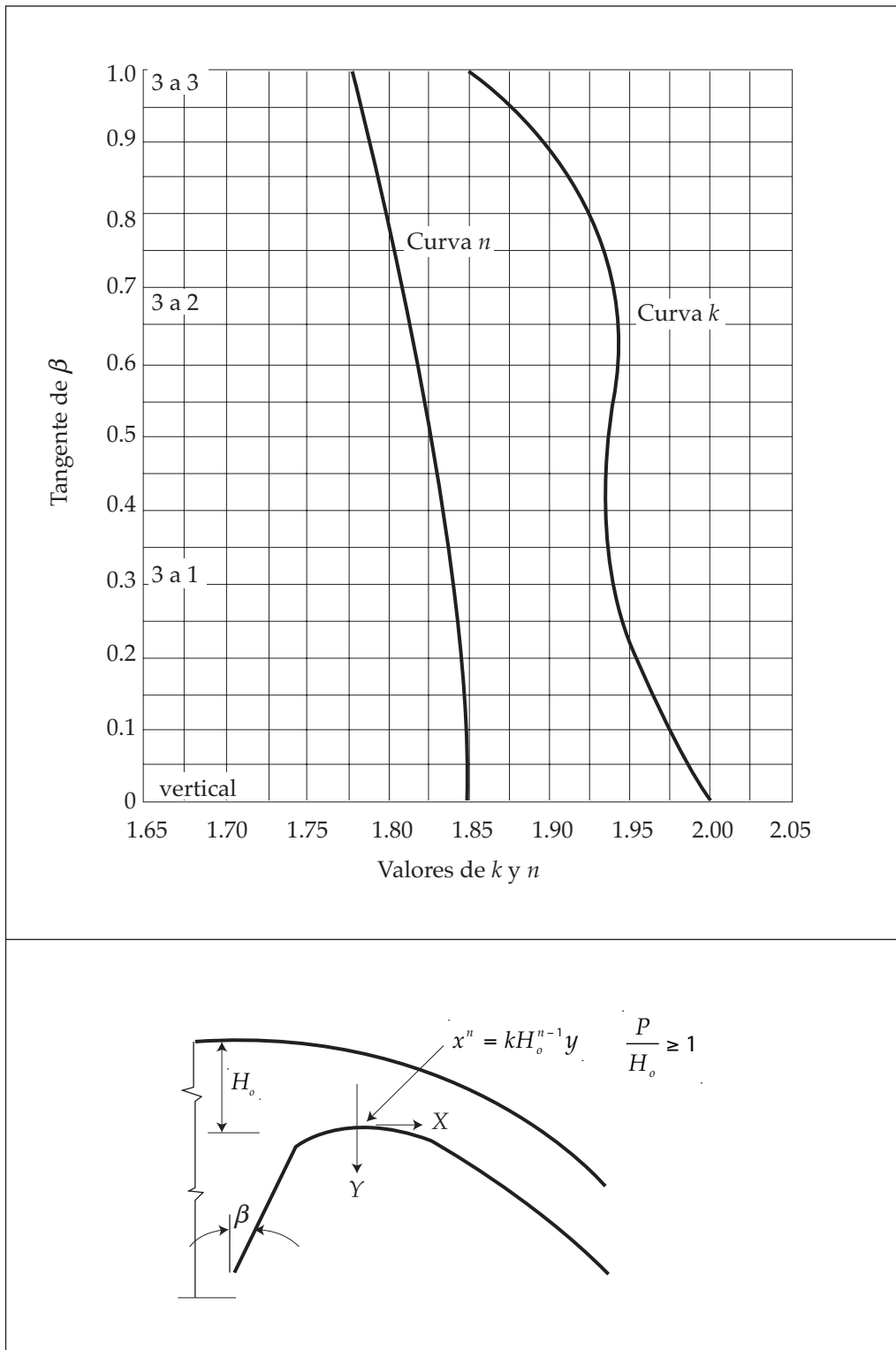


Figura 29. Criterio USACE, para  $P/H_0 \geq 1.00$  y cualquier talud aguas arriba.

donde:

$\beta$ , Ángulo del talud respecto a la horizontal.

### 6.2.3. VELOCIDAD DE LLEGADA CONSIDERABLE Y TALUD 1 A 1. CRITERIO USACE

La velocidad de llegada se considera cuando la relación  $P / H_o$  es menor que 1. Se emplea también la ecuación:

$$x^n = kH_o^{n-1}y \quad (12)$$

los valores de  $k$  y  $n$  se pueden obtener de las Figs. 30 y 31, tomando en cuenta lo siguiente:

Si  $0,30 \leq \frac{P}{H_o} < 0,58$  , se puede considerar que  $\frac{h_a}{H_o} = 0,12$

Si  $0,58 \leq \frac{P}{H_o} < 1$  , se acepta que  $\frac{h_a}{H_o} = 0,08$

donde:

$h_a$ , Es la carga de velocidad de llegada.

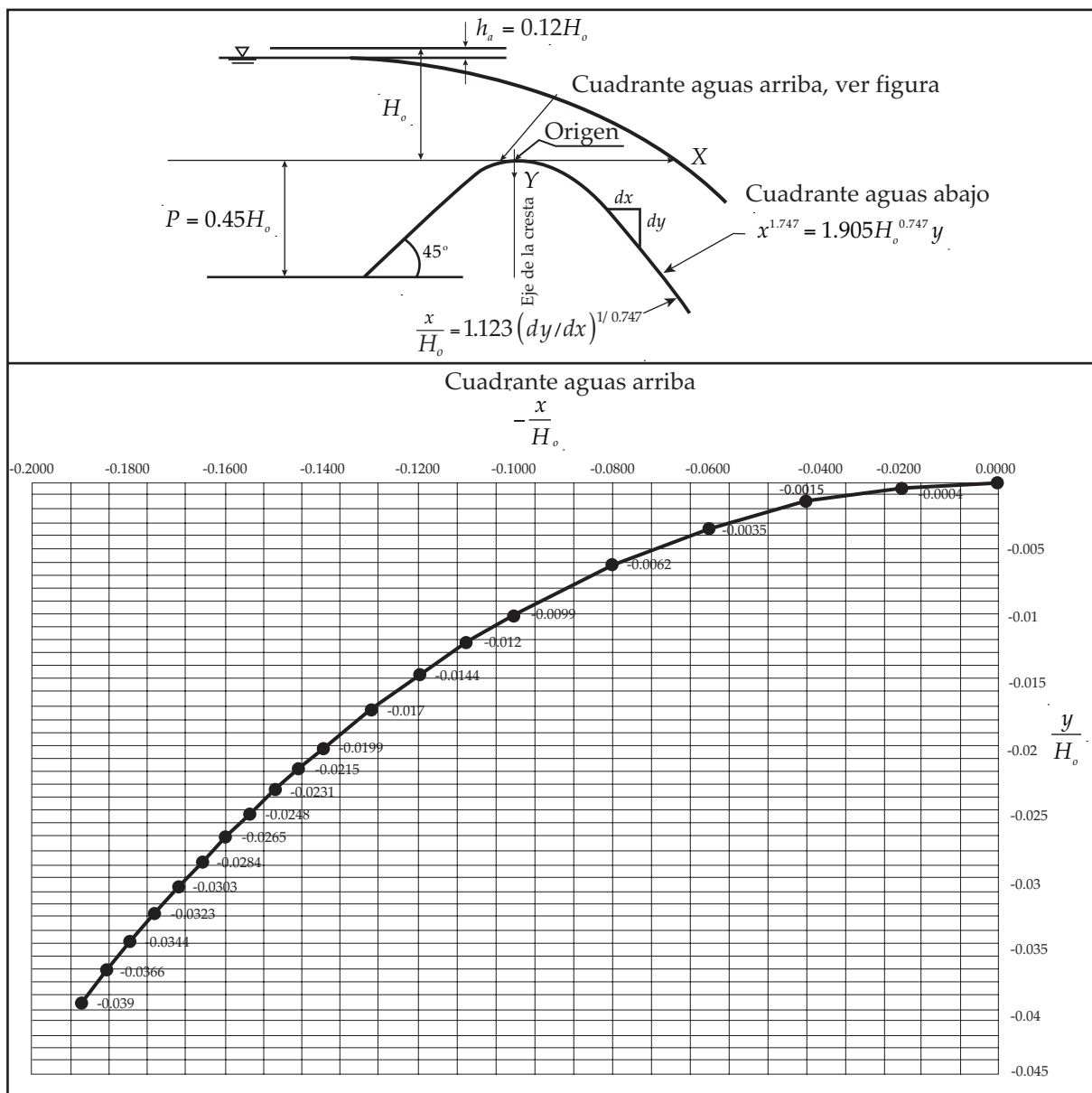


Figura 30. Criterio USACE, para  $0,30 \leq P / H_o \leq 0,58$ , talud 1:1, 1990.

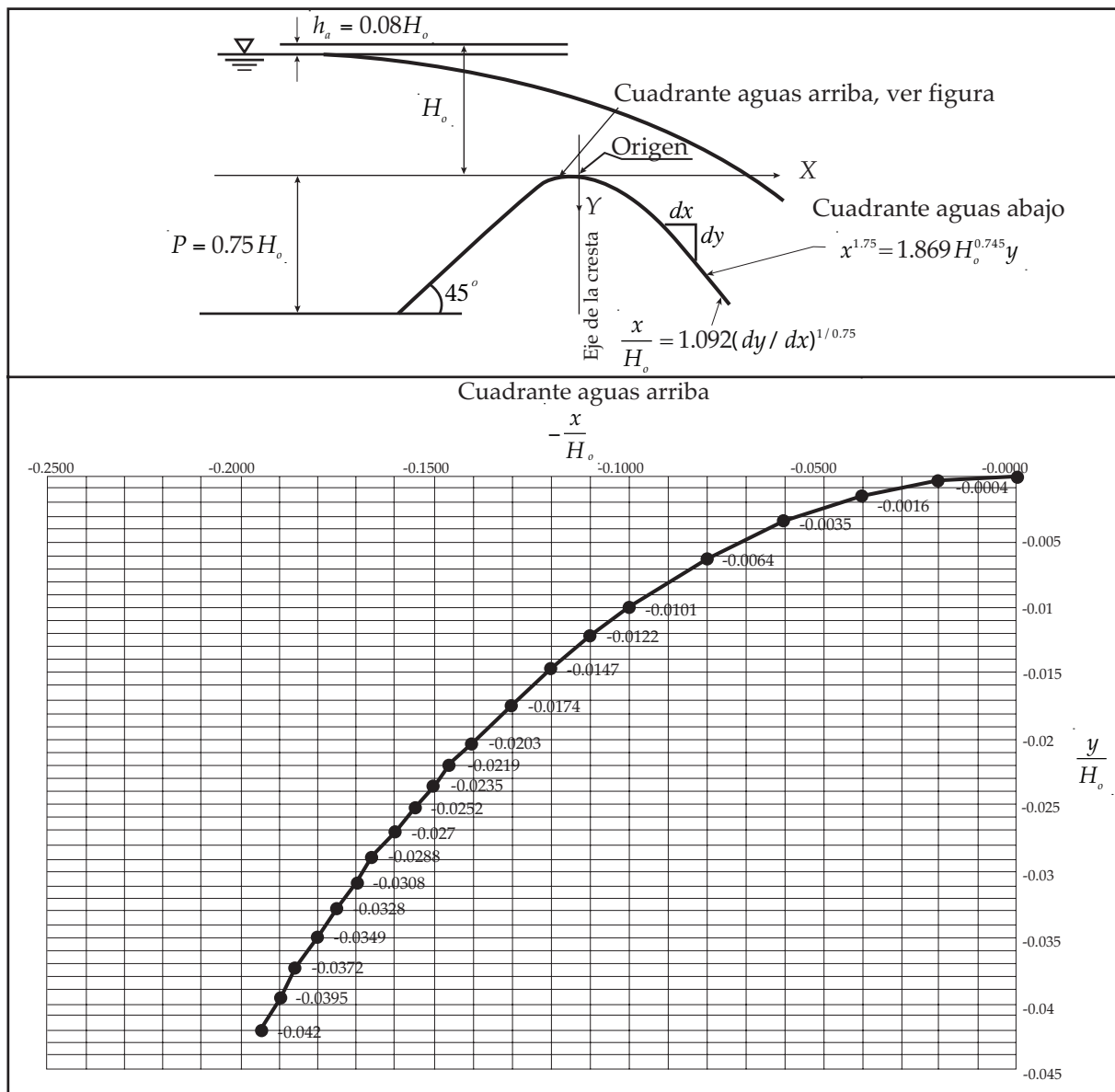


Figura 31. Criterio USACE,  $0.58 \leq P / H_o \leq 1$ , talud 1:1, 1990.

Si los cimacios son bajos y están sujetos a grandes cargas es decir  $P / H_o < 1.00$ , se recomienda que el paramento aguas arriba del cimacio se incline con un talud 1 a 1 por razones de estabilidad.

**Ejemplo 1. Diseñar un cimacio sin control utilizando el criterio general del USBR, con las siguientes condiciones:**

Gasto de diseño:  $Q_o = 6500.00 \text{ m}^3/\text{s}$

Carga de diseño:  $H_o = 21.00 \text{ m}$

Coefficiente de descarga:  $\sigma = 1.92$

Longitud efectiva de la cresta:  $L_e = 35.18 \text{ m}$

Paramento aguas arriba: vertical

Coordenadas de la cresta: (205.00, 500.00)

Elevación del piso del canal de llegada: 496.50 msnm, ver Figura 32

Pendiente de la rápida: 0.45

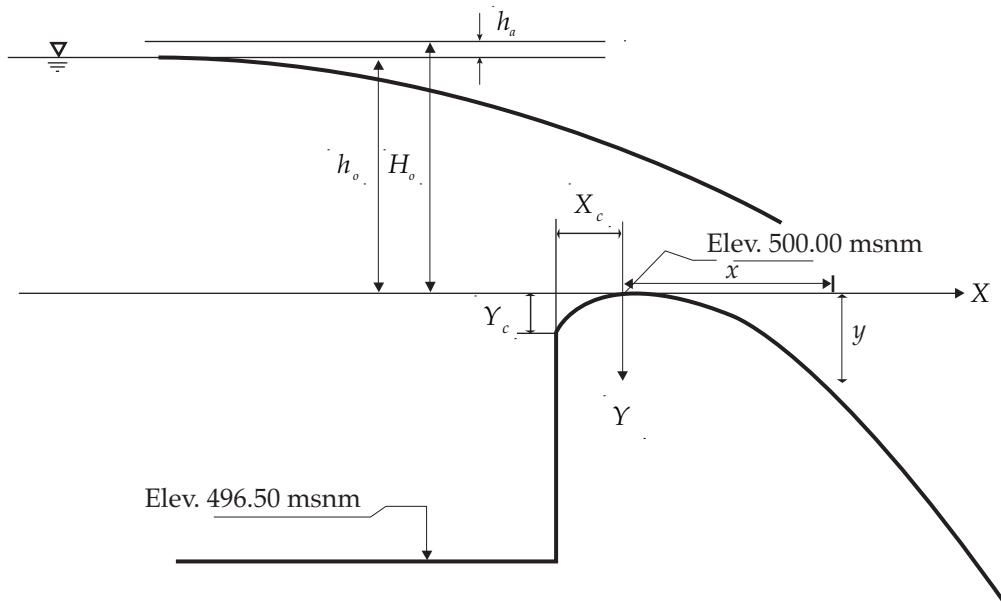


Figura 32. Datos del Ejemplo No. 1.

### Solución:

El sector del cimacio aguas abajo de la cresta se calcula con la ecuación 3:

$$\frac{y}{H_o} = -k \left( \frac{x}{H_o} \right)^n$$

Para obtener los valores de  $k$  y  $n$  se emplea la Fig. 22, pero antes es necesario calcular la carga de la velocidad de llegada, ello puede hacerse resolviendo simultáneamente las ecuaciones seis y siete:

$$H_o = h_o + h_a$$

$$h_a = \frac{q^2}{2g(P + h_o)}$$

sabiendo que  $\Delta = 500.00 \text{ m} - 496.50 \text{ m} = 3.50 \text{ m}$  y que:

$$q = \frac{Q}{L_c} = \frac{6500.00}{35.18} = 184.76 \text{ m}^2/\text{s}$$

la solución de este sistema de ecuaciones es:

$$h_a = 4.24 \text{ m}$$

$$h_o = 16.76 \text{ m}$$

ahora se puede calcular la siguiente relación:

$$\frac{h_a}{H_o} = \frac{4.24}{21.00} = 0.20$$

con este número y sabiendo que el talud es vertical se puede utilizar la Fig. 22 para obtener los valores de  $k$  y  $n$  que resultan ser:

$$k = 0.47$$

$$n = 1.84$$

sustituyendo estos valores en la ecuación 3, se puede conocer la fórmula que describe la forma del cimacio en el cuadrante aguas abajo:

$$\frac{y}{21.00} = -0.47 \left( \frac{x}{21.00} \right)^{1.84}$$

desarrollando:

$$y = -0.036 x^{1.84} \tag{13}$$

Los valores de los parámetros que permiten definir la forma del cimacio en el cuadrante aguas arriba, se obtienen con la relación  $h_a / H_o$  de la Fig. 23 y son los siguientes:

$$X_c = 3.47 \text{ m}$$

$$Y_c = 1.01 \text{ m}$$

$$R_1 = 7.79 \text{ m}$$

$$R_2 = 4.12 \text{ m}$$

Para conocer la longitud del cimacio, de la cresta hacia aguas abajo, es necesario definir el punto de tangencia,  $P_T$  entre el cimacio y la rápida, éste se puede conocer derivando la ecuación que define la forma del cimacio de la cresta hacia aguas abajo, e igualando este valor con el de la pendiente de la rápida.

Derivando la ecuación (13) se obtiene:

$$y = -0.067x^{0.84}$$

Si esta ecuación se iguala con el valor de la pendiente de la rápida  $S_r = 0.45$ , se obtiene  $x = 9.74 \text{ m}$  e  $y = 2.38 \text{ m}$ , teniéndose así el punto de tangencia entre el cimacio y la rápida:

$$P_T = (214.74, 497.62)$$

Con estos datos es posible obtener el perfil del cimacio. En la tabla No. 7 se presenta el cálculo del sector aguas abajo de la cresta empleando la ecuación 13:

**Tabla No. 7. Cálculo del perfil del cimacio aguas abajo de la cresta.**

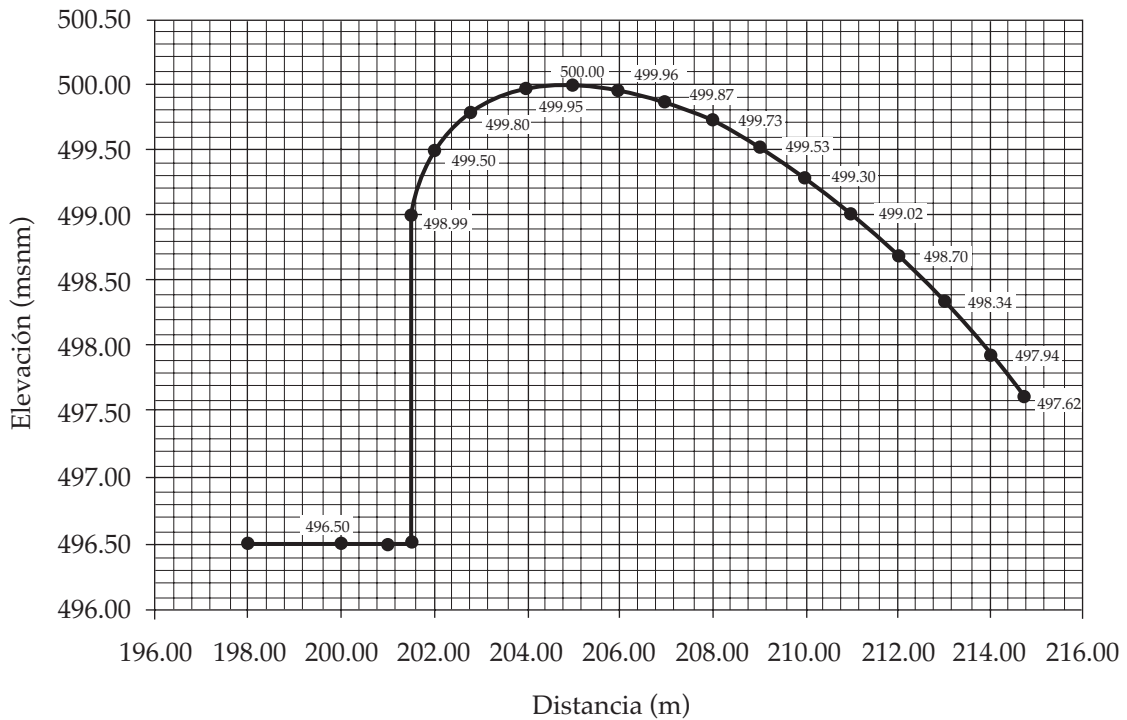
Estación (m)	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00	9.74
x (m)	205.00	206.00	207.00	208.00	209.00	210.00	211.00	212.00	213.00	214.00	214.74
y (msnm)	500.00	499.96	499.87	499.73	499.53	499.30	499.02	498.70	498.34	497.94	497.62

Nota:

Para este ejemplo, la ecuación 3 toma la siguiente forma, debido a que el cadenamiento no parte del origen del plano cartesiano:

$$y = \left[ (-k) \left( \frac{x - 205}{H_o} \right)^n \right] H_o + 500$$

En la Fig. 33 se muestra el perfil del cimacio.



**Figura 33. Perfil del cimacio del Ejemplo No.1.**

**Ejemplo 2. Diseñar un cimacio sin control para un vertedor utilizando los criterios del USBR y USACE. Los datos de diseño son:**

Gasto de diseño:  $Q_o = 6500.00 \text{ m}^3/\text{s}$

Carga de diseño:  $H_o = 5.00 \text{ m}$

Paramento aguas arriba: vertical

Coordenadas de la cresta: (205.00, 500.00)

Elevación del piso del canal de llegada: 493.20 msnm, ver Figura 34

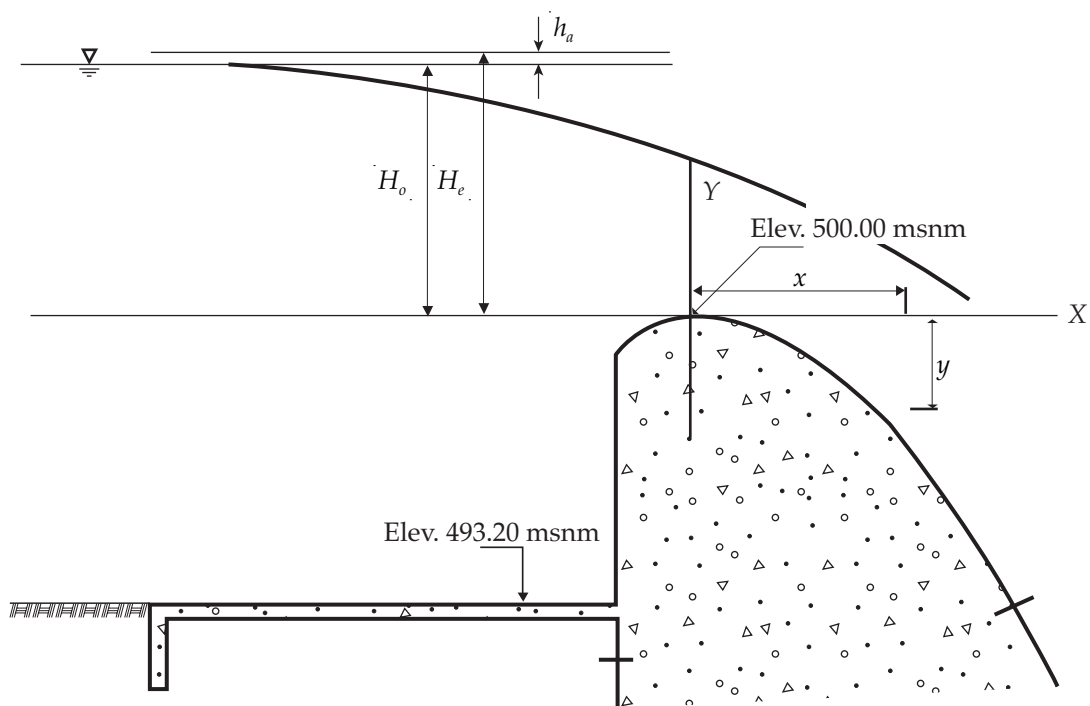
Pendiente de la rápida: 0.80

**Solución:**

Primero debe revisarse si puede considerarse despreciable la velocidad de llegada. Para ello se calcula la relación:

$$\frac{P}{H_o} = \frac{6.80}{5.00} = 1.36 > 1.00$$

por lo tanto se considera despreciable la velocidad de llegada.



**Figura 34. Datos del Ejemplo No. 2.**

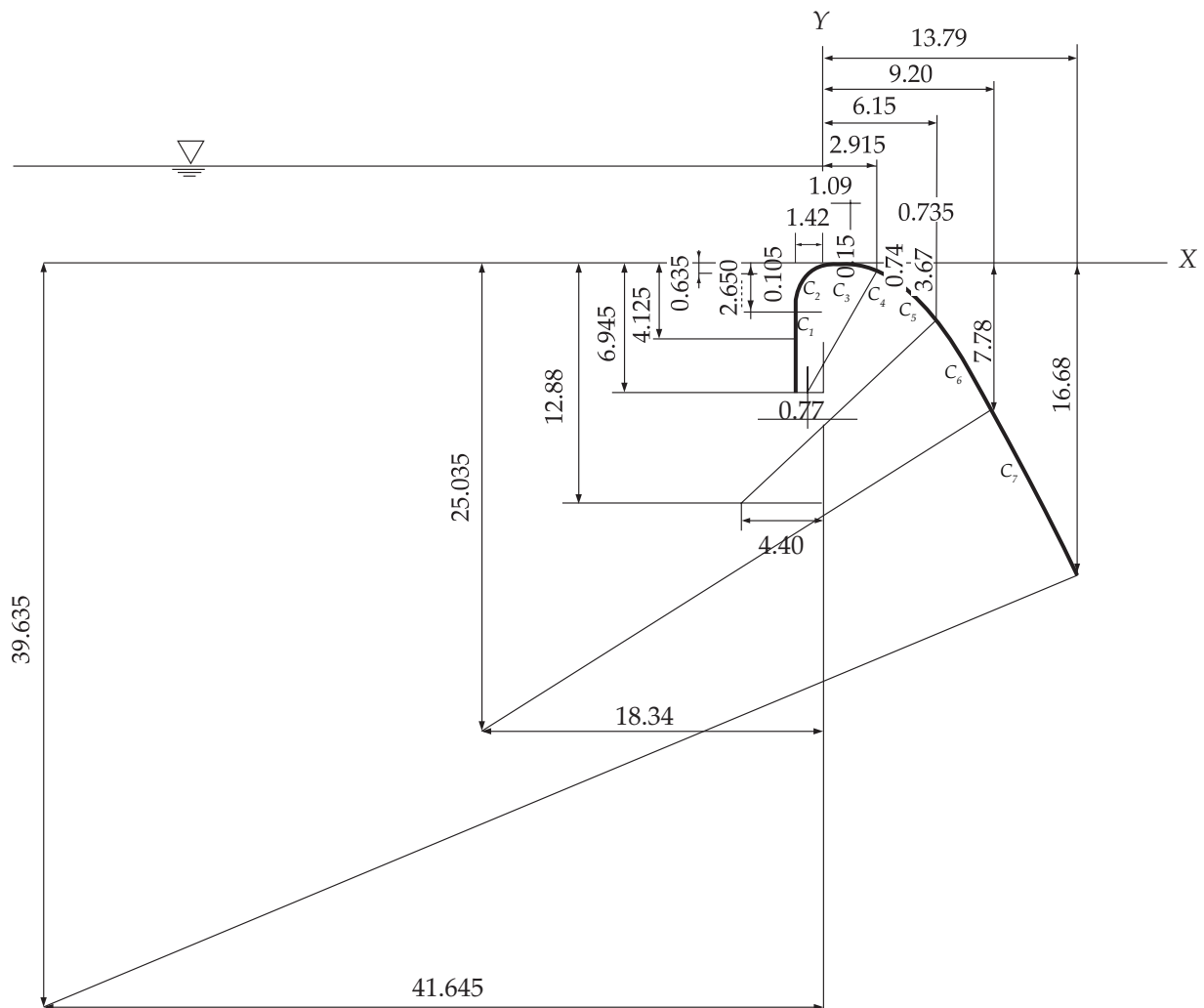
### Criterio USBR

Como se recordará, el perfil del cimacio se traza como una curva compuesta, donde los radios pueden obtenerse empleando las ecuaciones que aparecen en la Fig. 24. Los cálculos se presentan en la Tabla número ocho.

**Tabla No.8. Cálculo de un cimacio sin control para velocidad despreciable de acuerdo al criterio del USBR. Ejemplo No. 2.**

Curva No.	Radio (m)	Coordenadas Centro		$P_T$ Aguas Arriba		$P_T$ Aguas Abajo	
		x (m)	y (m)	x (m)	y (m)	x (m)	y (m)
1	1.18	0.41	-1.24	-1.42	-0.64	-0.74	-0.11
2	2.65	0.00	-2.65	-0.74	-0.11	0.00	0.00
3	4.13	0.00	-4.13	0.00	0.00	1.09	-0.15
4	7.05	-0.77	-6.95	1.09	-0.15	2.92	-0.94
5	14.00	-4.40	-12.88	2.92	-0.94	6.15	-0.94
6	32.50	-18.34	-25.04	6.15	-3.67	9.20	-7.78
7	60.00	-41.65	-39.64	9.20	-7.83	13.79	-16.68

La sección del perfil se muestra en la Figura treinta y cinco.



**Figura 35. Sección del cimacio del Ejemplo No. 2.**



### *Criterio del US Army Corps of Engineers, USACE*

Primero se hará el cálculo para el cuadrante aguas abajo usando la ecuación 9:

$$x^{1.85} = 2.00H_0^{0.85}y$$

el punto de tangencia se determina de la siguiente manera:

$$y = \frac{x^{1.85}}{2.00(5.00)^{0.85}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1.85x^{0.85}}{2.00(5.00)^{0.85}}$$

igualando la derivada con la pendiente de la rápida:

$$0.80 = 0.24x^{0.85}$$

se despeja  $x$  y se obtiene:

$$x = 4.23$$

entonces:

$$y = \frac{(4.23)^{1.85}}{2.00(5.00)^{0.85}}$$

así, las coordenadas del punto de tangencia aguas abajo son (209.23, 498.17).

Los resultados del perfil aguas abajo se presentan en la Tabla número nueve.

**Tabla No.9. Cálculo del perfil del cimacio en el cuadrante aguas abajo según el criterio del USACE.**

Estación (m)	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	4.23
$x$ (m)	205.00	206.00	207.00	208.00	209.00	209.23
$y$ (msnm)	500.00	499.87	499.54	499.03	498.35	498.17

Nota: Al igual que en el Ejemplo 1, el cadenamiento no parte del origen por lo que la ecuación 3 se modifica de igual manera.

La sección del cuadrante aguas arriba se calcula con la ecuación 10, pero antes es necesario determinar el punto de tangencia de la curva con el paramento aguas arriba, para ello basta calcular los valores de  $x$  e  $y$ , señalados en la Figura veinticinco.

$$x = 0.270 H_0 = 1.35 \text{ m}$$

$$y = 0.126 H_0 = 0.63 \text{ m}$$

Ahora se podrá calcular el perfil en el cuadrante aguas arriba, entre las estaciones (203.65, 499.37) y (205.00, 500.00) usando la ecuación 10, los resultados se presentan en la Tabla número diez.

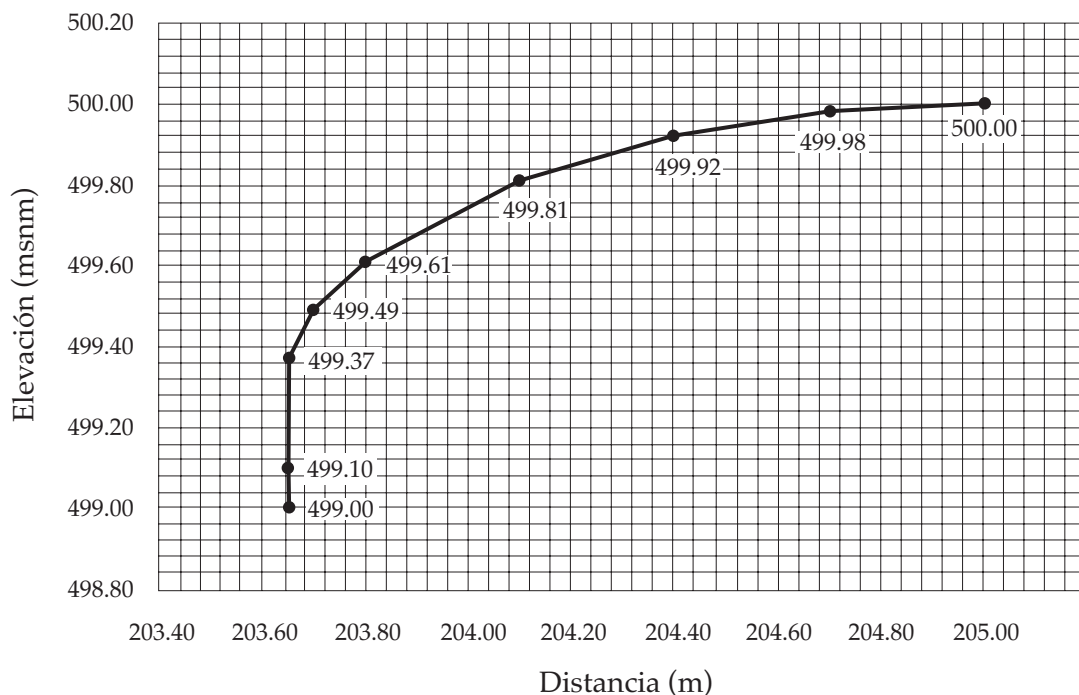
$$y = 0.724 \frac{(x + 0.270H_o)^{1.85}}{H_o^{0.85}} + 0.126H_o - 0.4315H_o^{0.375} (x + 0.270H_o)^{0.625}$$

**Tabla No.10. Cálculo del perfil del cimacio en el cuadrante aguas arriba según el criterio del USACE.**

Estación (m)	0.00	0.30	0.60	0.90	1.20	1.30	1.35
$x$ (m)	205.00	204.70	204.40	204.10	203.80	203.70	203.65
$y$ (msnm)	500.00	499.98	499.92	499.81	499.61	499.49	499.37

Nota: Al igual que en el Ejemplo 1, el cadenamiento no parte del origen por lo que la ecuación 10 se modifica de igual forma.

La sección del perfil se muestra en la Figura treinta y seis.



**Figura 36. Perfil del cimacio en el cuadrante aguas arriba, criterio del USACE.**

La descarga sobre la cresta de un cimacio se calcula con la ecuación:

$$Q = CL_e H_e^{3/2} \quad (14)$$

donde:

$Q$ , Gasto de descarga ( $m^3/s$ ).

$C$ , Coeficiente de descarga.

$L_e$ , Longitud efectiva de la cresta (m).

$H_e$ , Carga total sobre la cresta (m).

Como puede observarse en la anterior ecuación existen dos variables que no han sido estudiadas: el coeficiente de descarga y la longitud efectiva, a continuación se analizará cada una de ellas.

## 7.1 COEFICIENTE DE DESCARGA

La ecuación general de descarga en un vertedor rectangular puede deducirse de la siguiente manera:

Sea el vertedor de la Fig. 21, en la cual se aplica la ecuación de *Bernoulli* entre la sección 0 (cero) y la cresta, entonces se tiene:

$$H_o = h_o + \frac{V_o^2}{2g} = y_v + \frac{V_v^2}{2g} \quad (15)$$

donde:

$H_o$ , Carga total en la sección 0 (m), ver Fig. 21.

$h_o$ , Carga de posición en la sección 0 (m).

$V_o$ , Velocidad en la sección 0 (m/s)

$g$ , Aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ )

$y_v$ , Carga de posición sobre el vertedor (m).

$V_v$ , Velocidad sobre el vertedor (m/s).

Si  $V_0^2 / 2g$  es despreciable, la velocidad en cualquier punto de la sección sobre el vertedor vale:

$$V_v = \sqrt{2g(h_o - y_v)} \quad (16)$$

y el gasto en un área unitaria será:

$$dQ = 2\sqrt{2g}\mu x_m \sqrt{h_o - y_v} dy \quad (17)$$

donde:

$\mu$ , es un coeficiente que considera el efecto de contracción de la lámina vertiente, el gasto total valdrá entonces:

$$Q = 2\sqrt{2g}\mu x_m \int_0^{h_o} (h - y_v)^{\frac{1}{2}} dy \quad (18)$$

para un vertedor rectangular:

$$x_m = \frac{L_e}{2} \quad (19)$$

sustituyendo 19 en 18:

$$Q = -\mu\sqrt{2g}L_e \int_0^{h_o} (h - y_v)^{\frac{1}{2}} (-dy) \quad (20)$$

integrando:

$$Q = -\frac{2}{3}\mu\sqrt{2g}L_e \left[ (h - y_v)^{\frac{3}{2}} \right]_0^{h_o} \quad (21)$$

ordenando:

$$Q = \frac{2}{3}\mu\sqrt{2g}L_e H_o^{\frac{3}{2}} \quad (22)$$

es común agrupar  $(2/3)\mu\sqrt{2g}$ , en un coeficiente  $C$ , de tal manera que la ecuación 22 se reduce a:

$$Q = CL_e H_o^{\frac{3}{2}} \quad (23)$$

Ante la complejidad para determinar el coeficiente de descarga en un vertedor, se ha optado por obtenerlo en forma experimental considerando los siguientes factores:

- a) Profundidad de llegada.
- b) Efecto de cargas diferentes a las de proyecto.
- c) Pendiente del paramento aguas arriba.
- d) Efecto de ahogamiento.

De esta manera el coeficiente  $\Psi$  se obtendrá calculando un coeficiente  $C_o$  afectado por los otros factores, es decir:

$C_o$ , Coeficiente de descarga para talud vertical calculando profundidad de llegada  $\Psi$ .

$C_{11}$ , Coeficiente que considera cargas diferentes a la de proyecto.

$C_{12}$ , Coeficiente corregido por el efecto de la pendiente del talud aguas arriba.

$C_{13}$ , Coeficiente que toma en el ahogamiento.

$\Psi$ , Coeficiente definitivo.

### 7.1.1. EFECTO DE LA PROFUNDIDAD DE LLEGADA

Así como se han presentado dos criterios para el diseño de cimacios, a continuación se proponen dos para estimar los coeficientes de descarga, debiendo tratar que siempre los criterios seleccionados sean consistentes con los usados en otras partes del diseño.

Criterio del *USACE*. En la Fig. 37 se presenta una gráfica que relaciona al cociente entre la carga real y la de diseño, con la profundidad de llegada y la carga de diseño.

El coeficiente  $\psi$  obtenido, se relaciona con el coeficiente de descarga  $\psi$ , mediante la ecuación:

$$C = K / \sqrt{3.28} \quad (24)$$

Criterio *USBR*. De la Fig. 38 se obtiene directamente el valor del coeficiente  $C_o$  para diferentes valores de  $P/H_o$ .

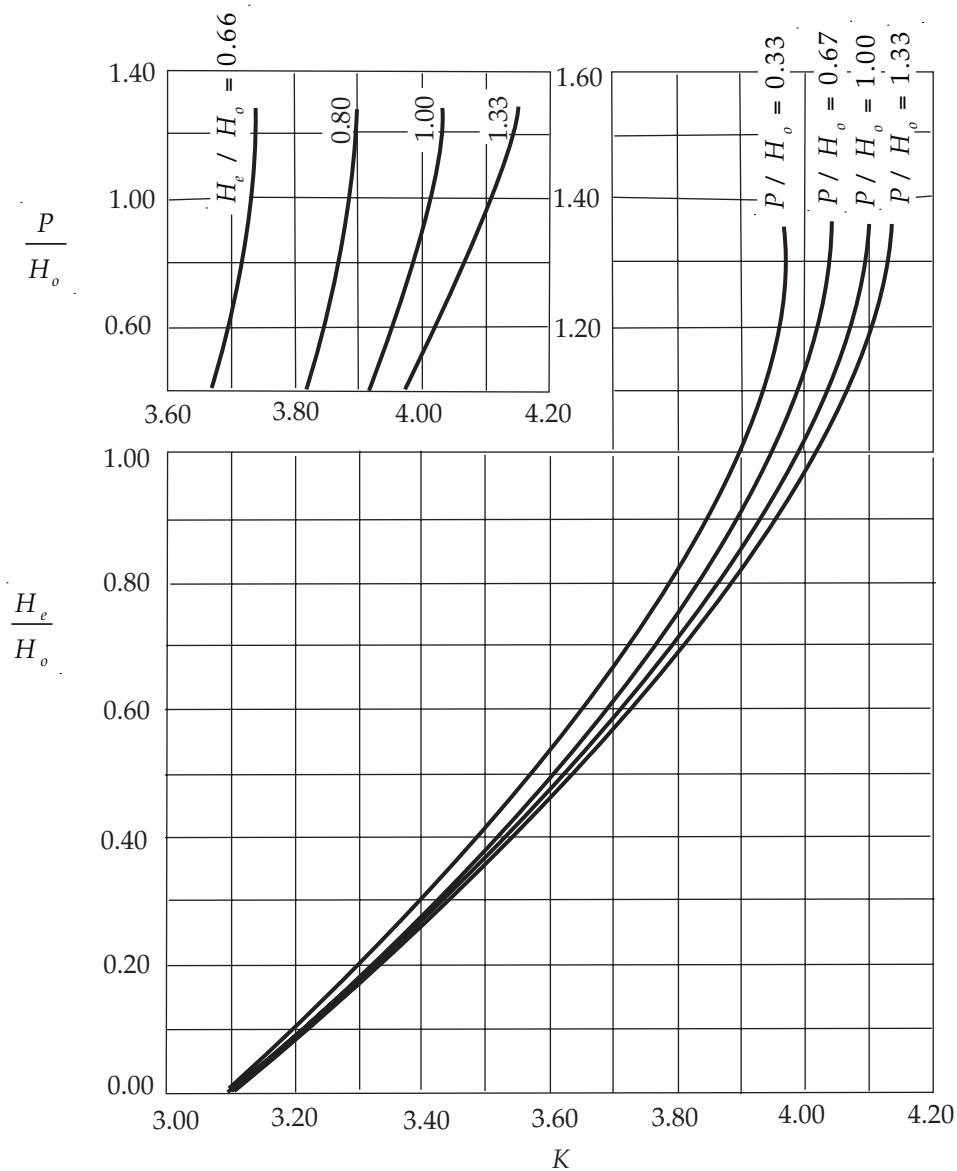


Figura 37. Coeficientes de descarga, criterio *USACE*, 1990.

### 7.1.2. EFECTO DE CARGAS DIFERENTES A LAS DE PROYECTO

Diffícilmente un vertedor trabajará en condiciones de carga de diseño, por ello es necesario revisar el comportamiento de la obra de excedencias bajo cargas diferentes. Una variación en la carga implica un cambio en el coeficiente de descarga. Se han obtenido valores experimentales que consideran este efecto, en la Fig. 37, se presenta el criterio del USACE y en las Figs. 38 y 39, el del USBR.

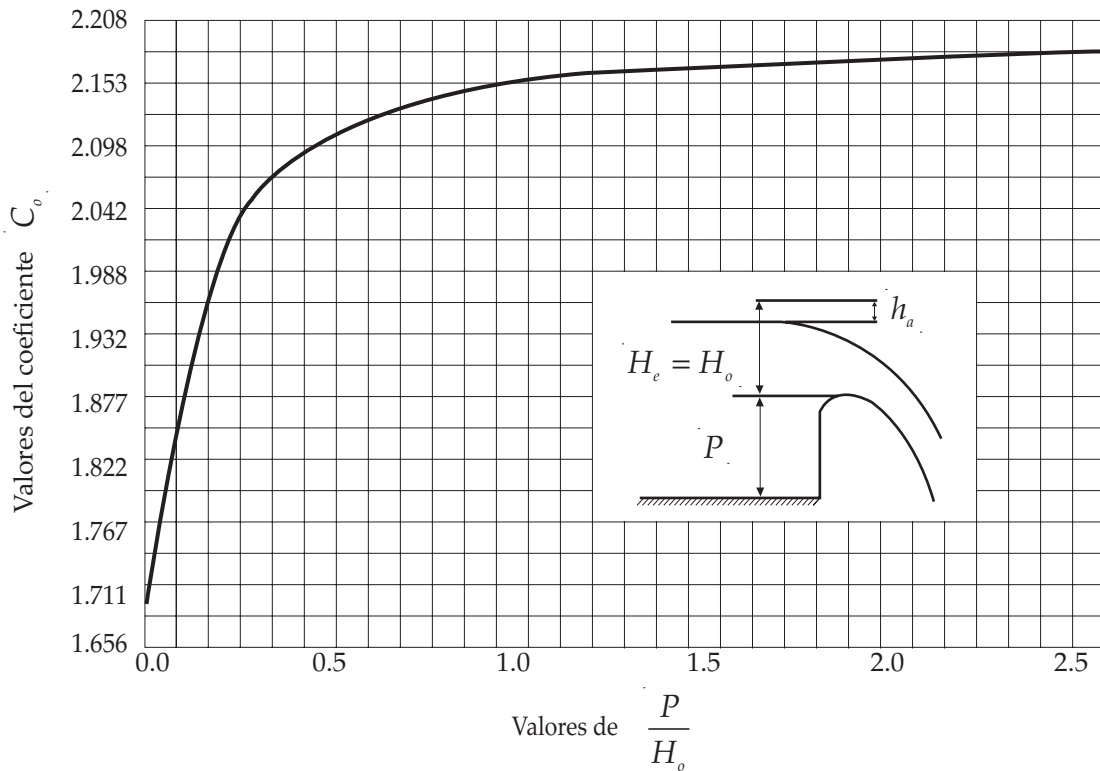


Figura 38. Coeficientes de descarga, criterio USBR, *Design of Small Dams*, 1987.

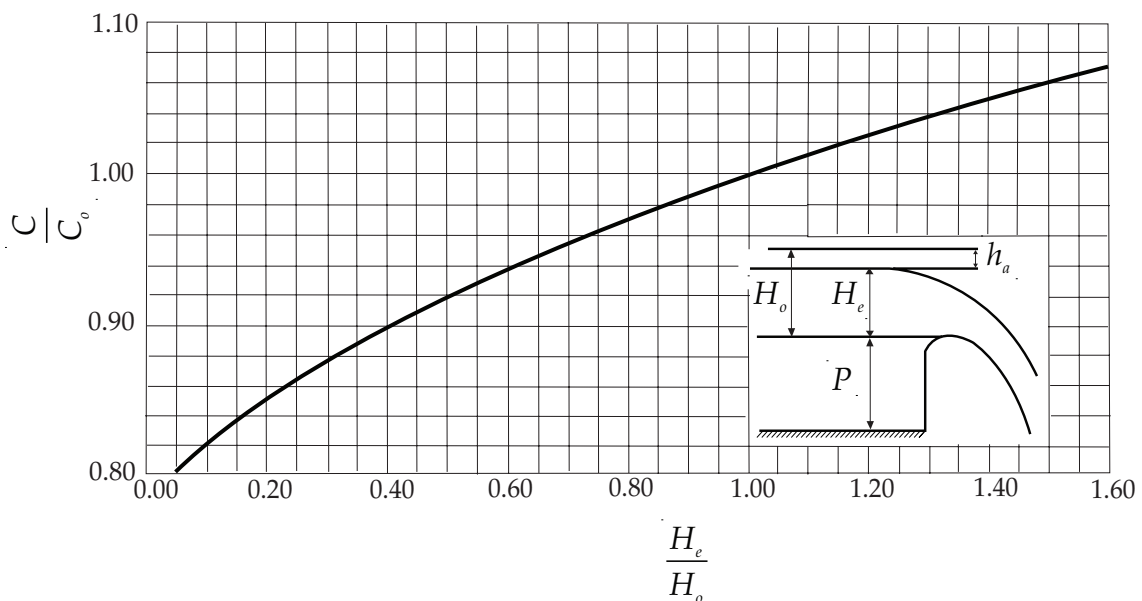


Figura 39. Coeficientes de descarga para cargas diferentes a las de proyecto, criterio USBR, *Design of Small Dams*, 1987.

### 7.1.3. EFECTO DE LA PENDIENTE DEL TALUD AGUAS ARRIBA

Este efecto también ha sido estudiado experimentalmente, y los valores de los coeficientes bajo estas condiciones son función de la relación  $P/H_o$ , se presentan en las Figs. 40 (Criterio USBR) y 41 (Criterio USACE).

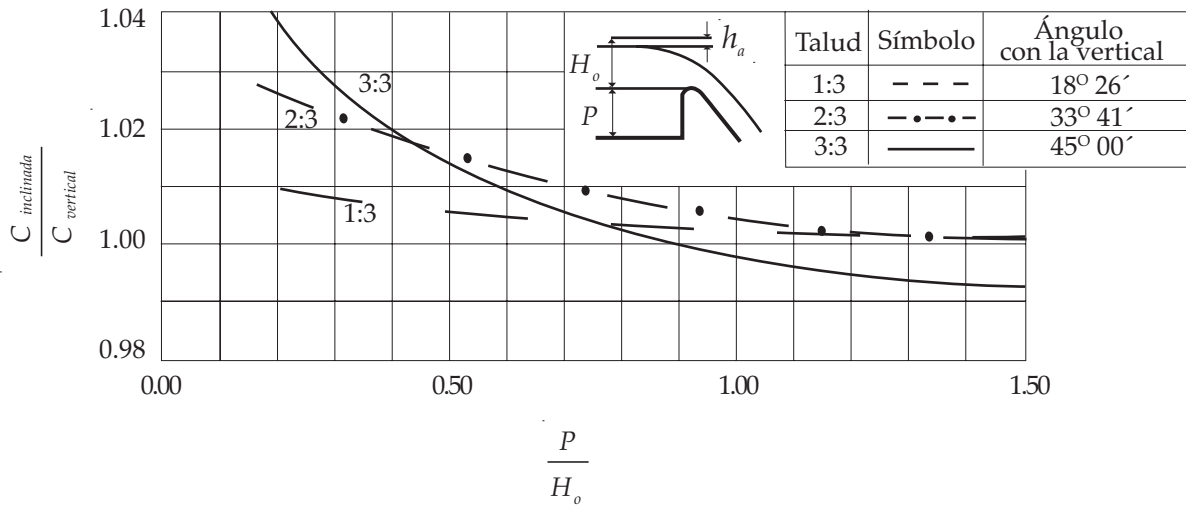


Figura 40. Coeficiente de descarga para cimacios con paramento aguas arriba inclinado, criterio USBR, *Design of Small Dams*, 1987.

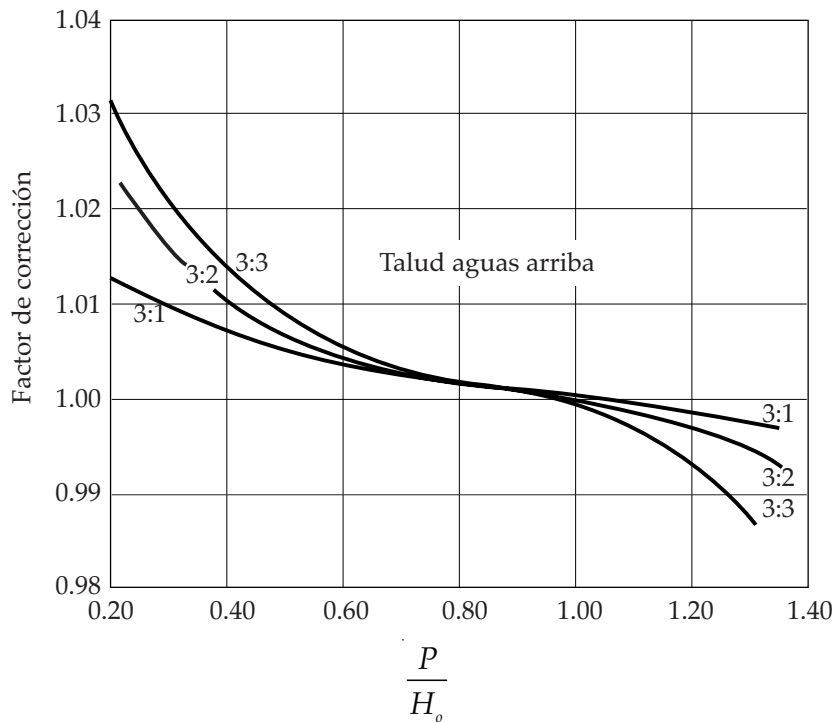


Figura 41. Coeficiente de descarga para cimacios con paramento aguas arriba inclinado, criterio USACE.

### 7.1.4 EFECTO DE AHOGAMIENTO

Se presenta cuando las condiciones aguas abajo del cimacio son tales que se tienen tirantes capaces de afectar a la descarga en el vertedor. En general estas condiciones pocas veces se presentan en las presas, y sólo en casos muy especiales o en canales los vertedores trabajan ahogados.

En la Fig. 42, se muestra el criterio del USBR para hacer la corrección del coeficiente de descarga debido al efecto de ahogamiento.

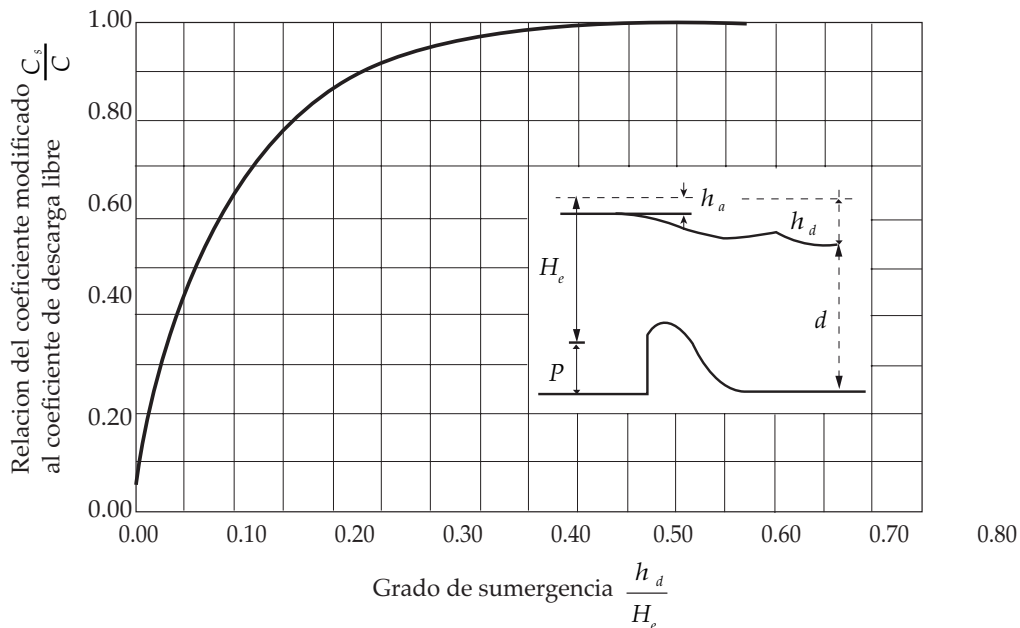


Figura 42. Relación de coeficientes de descarga debido al efecto de ahogamiento, criterio *USBR*, *Design of Small Dams*, 1987.

donde:

$h_d$ , Pérdidas de carga (m)

**Ejemplo 3.** Calcular el coeficiente de descarga de un vertedor con una carga de diseño de 6.80 m, y una profundidad de llegada de 5.00 m, sabiendo que el talud del paramento aguas arriba es 3:3. Use el criterio del *USBR*.

**Solución:**

El coeficiente de descarga está afectado por la profundidad de llegada y por el talud del paramento aguas arriba.

Se calculará primero la relación entre la profundidad de llegada y la carga de diseño:

$$\frac{P}{H_o} = \frac{5.00}{6.80} = 0.74$$

de la Fig. 38, con el valor  $P / H_o = 0.74$ , se obtiene:

$$C_o = 2.13$$



este valor deberá corregirse por efecto de la inclinación del talud. Empleando la Fig. 40 y con el valor de  $P / H_o = 0.74$ , se obtiene:

$$\frac{C_{inclinado}}{C_{vertical}} = 1.04$$

entonces:

$$C_{inclinado} = 2.13(1.04)$$

el valor final de  $\gamma$  será:

$$\gamma = 2.16$$

Las pilas sobre el cimacio o los estribos causan contracciones en el flujo, la longitud neta de la cresta debe disminuirse por este efecto, a la nueva longitud se le llama longitud efectiva y puede calcularse con la ecuación:

$$L_e = L - (NK_p + K_a)H_e \quad (25)$$

donde:

- $H_e$ , Carga total sobre la cresta (m).
- $K_a$ , Coeficiente de contracción por estribos.
- $K_p$ , Coeficiente de contracción por pilas.
- $L$ , Longitud total neta en la cresta (m).
- $L_e$ , Longitud efectiva en la cresta (m).
- $N$ , Número de pilas.

Los valores de  $K_p$  dependen de la forma de la nariz de la pila, y de la relación de la carga real  $H_e$  y la carga de diseño del vertedor  $H_o$ . En la Fig. 43, se muestran los valores propuestos por el USACE. Vale la pena hacer notar que la pila número 4 es la más favorable desde el punto de vista de la contracción, pero induce presiones negativas, por lo tanto se recomienda el empleo de los tipos dos y tres.

El valor de  $K_a$  se puede obtener de las Figs. 44 y 45, para el caso de cortinas de concreto o estribos adyacentes a cortinas de enrocamiento. Donde  $R_e$  corresponde al radio de los estribos.

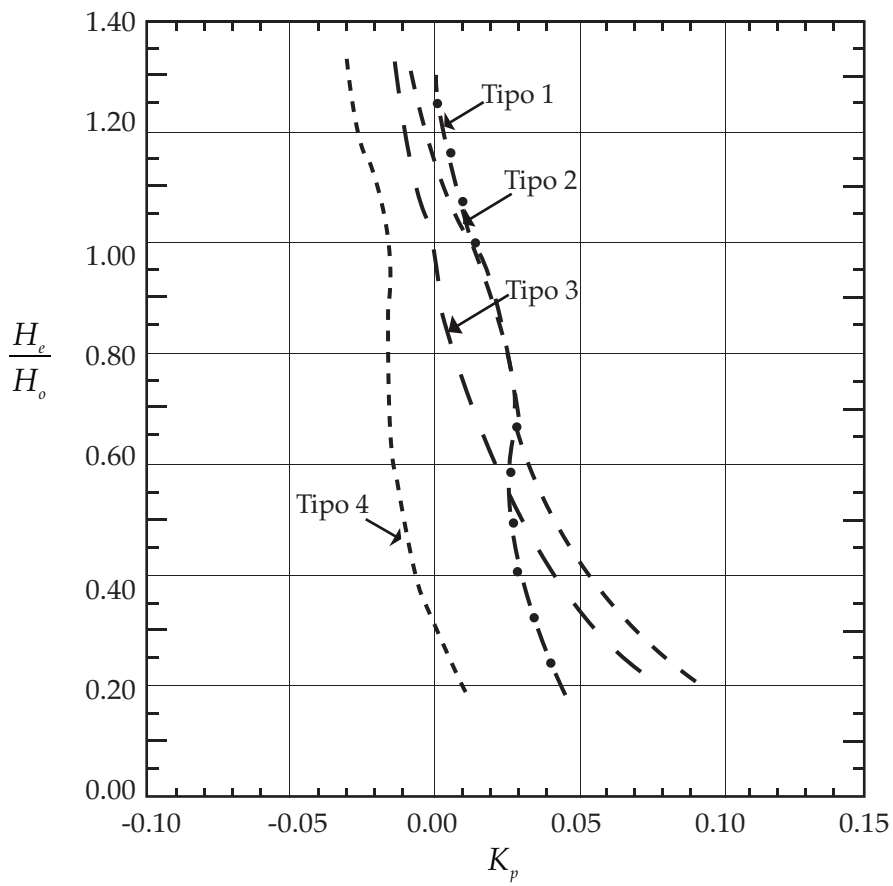
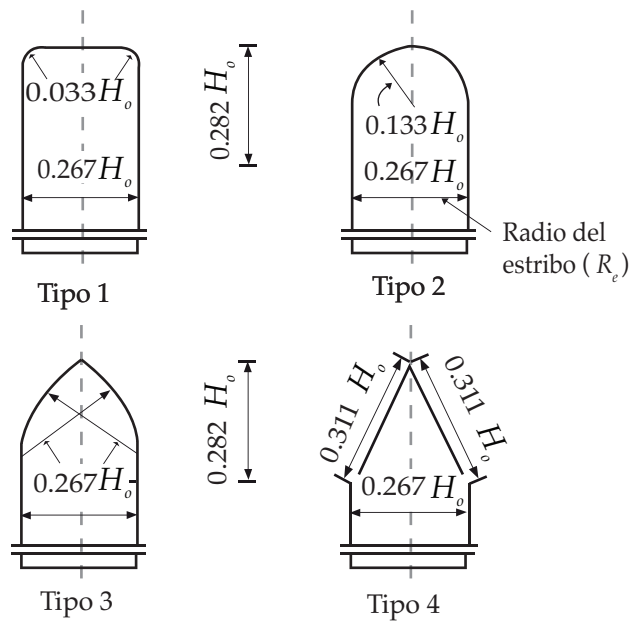


Figura 43. Coeficiente de contracción por pilas, USACE, 1990.

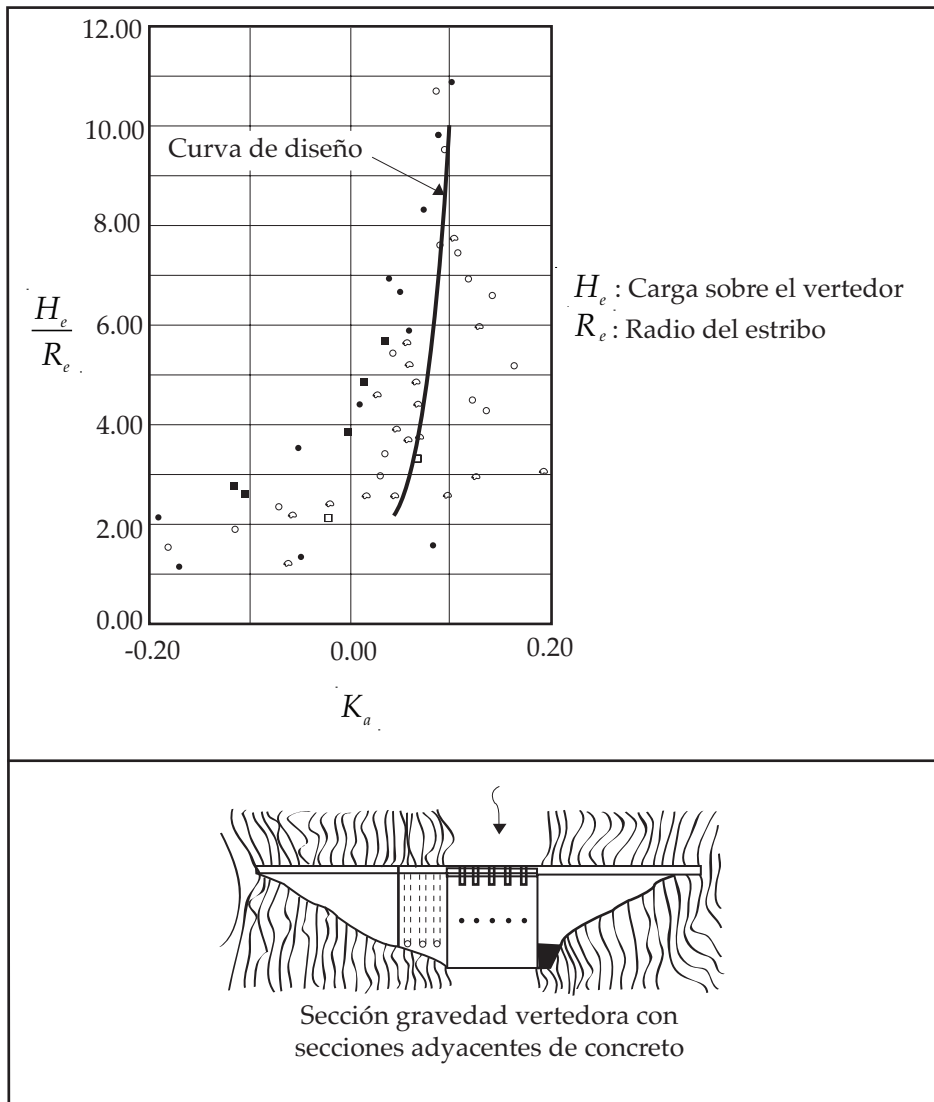


Figura 44. Coeficiente de contracción por estribo, USACE, 1990.

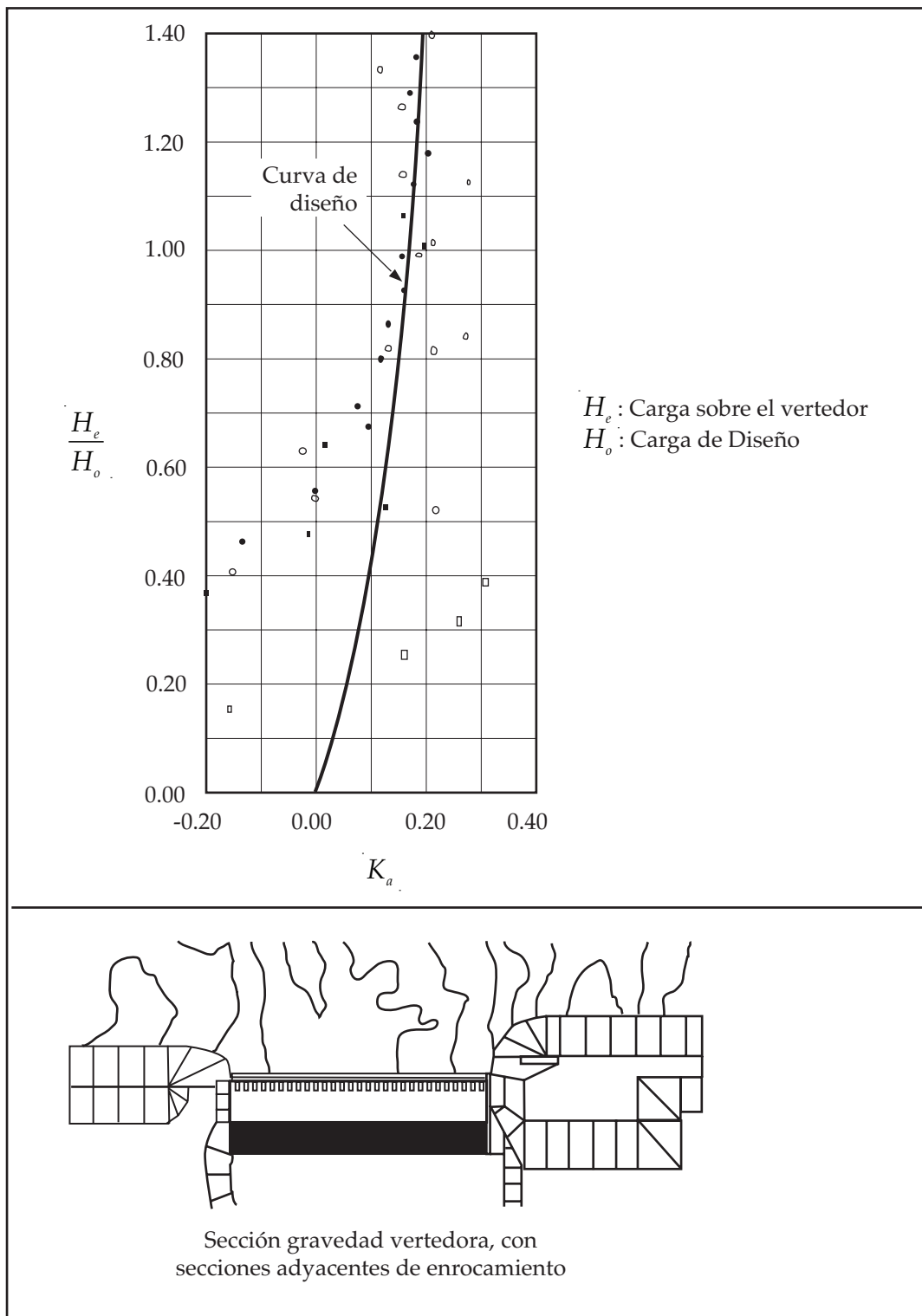


Figura 45. Coeficientes de contracción por estribo, USACE, 1990.

**Ejemplo 4.** Calcular la longitud efectiva de un vertedor cuya carga de diseño  $H_o$  es de 6.18 m, su longitud neta de cresta es  $L = 82.26$  m, tiene 8 pilas tipo 3, una carga  $H_e$  igual a 4.14 m, y radio de estribo  $R_e = 1.65$  m.

**Solución:**

Se empleará la ecuación 25:

$$L_e = L - 2 \left( NK_p + K_a \right) H_e$$

con la relación:

$$\frac{H_e}{H_o} = \frac{4.14}{6.18} = 0.67$$

y de la Fig. 43 se obtiene:  $K_p = 0.015$

para el cálculo del coeficiente por estribo se usará la Fig. 44 y la relación:

$$\frac{H_e}{R_e} = \frac{4.14}{1.65} = 2.51$$

se obtiene:  $K_a = 0.050$

si ahora se sustituye en la ecuación 25:

$$L_e = 82.26 - 2 \left[ 8(0.015) + 0.050 \right] (4.14)$$

$$L_e = 80.85 \text{ m}$$

**Ejemplo 5.** Calcular la curva elevaciones-gastos de un vertedor con las características siguientes:

Gasto de diseño:  $Q_o = 5900.00 \text{ m}^3/\text{s}$

Carga de diseño:  $H_o = 21.24 \text{ m}$

Elevación de la cresta: 472.00 msnm

Elevación del piso del canal de llegada: 466.10 msnm

Pendiente de la rápida: 0.53

Número de pilas = 4

Ancho de la pila = 7.08 m

Longitud de la pila = 37.17 m

Altura máxima a partir del piso del canal = 33.04 m

Longitud de la nariz, inclinación  $9^\circ$  adelante = 8.50 m

Tipo de la pila: 2

Corrección por estribo ( $K_a$ ) = 0

## Emplear el criterio propuesto por el USACE

### Solución:

De la ecuación 14,  $Q = CL_e H_e^{3/2}$  se conocen  $\Psi$  y  $H_e$ , por lo que hay que calcular los valores de  $\Psi$  y  $L_e$ , y después proponer varias cargas  $H_1, H_2, \dots, H_n$  y sus correspondientes  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ .

Cálculo del coeficiente de descarga:

Con la relación:

$$\frac{P}{H_o} = \frac{472.00 - 466.10}{21.24} = 0.28$$

de la Fig. 37 con  $H_e / H_o = 1.00$ , se obtiene:

$$K = 3.90$$

con la ecuación:

$$C = \frac{K}{\sqrt{3.28}} = \frac{3.90}{\sqrt{3.28}}$$

el coeficiente  $\Psi$ , vale:  $C = 2.15$

Este coeficiente deberá modificarse para diferentes cargas de análisis no así por efectos del talud aguas arriba dado que es vertical, tampoco por efecto de ahogamiento puesto que se considera que la pendiente y la longitud de la rápida son suficientes para no afectar al coeficiente de descarga.

La longitud neta se puede calcular con la ecuación 25:

$$L_e = L - 2(NK_p + K_a)H_e$$

como se pretende colocar cuatro pilas tipo 2, y con  $H_e / H_o = 1.00$  de la Fig. 43 se obtiene:

$$K_p = 0.014$$

despejando para  $L_e$  de la ecuación 14 y sustituyendo, se obtiene:

$$L_e = \frac{Q_o}{CH_o^{3/2}} = 27.99 \text{ m}$$

y la longitud neta será:

$$L_e = L - \circledast(NK_p + K_a)H_e$$

de la ecuación anterior despejamos para  $L$  y sustituimos:

$$L = L_e + 2 \left( NK_p + K_a \right) H_e$$

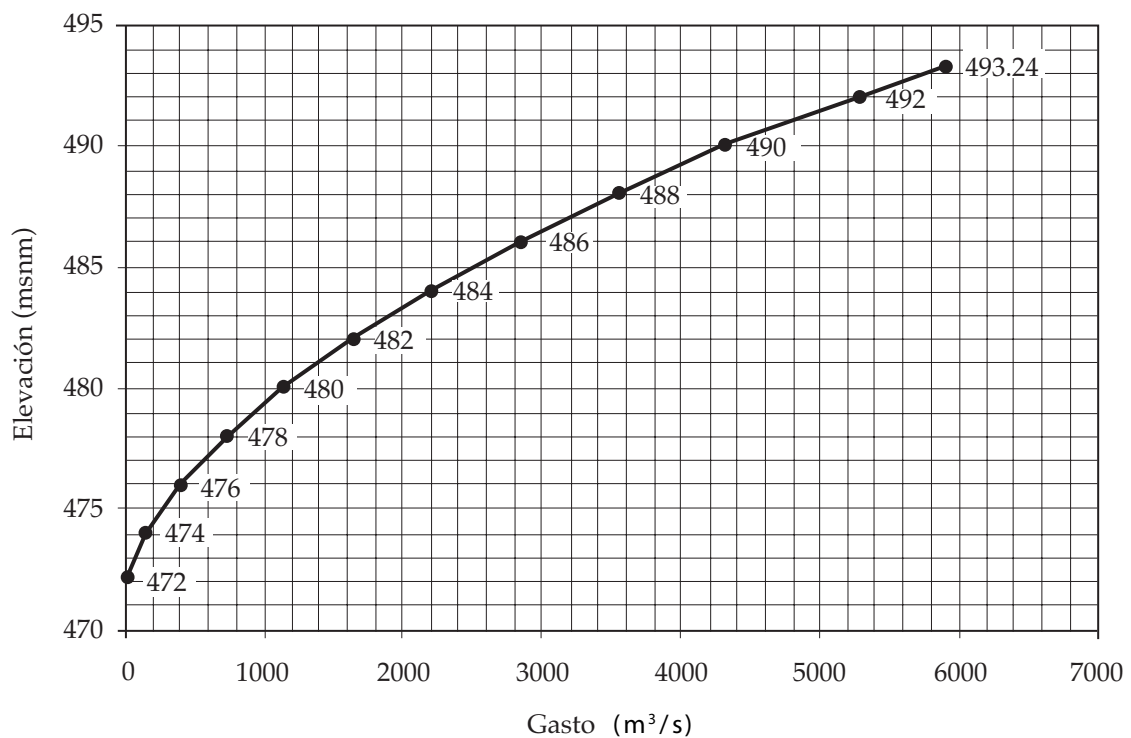
$$L = 27.99 + 2 \left[ 4 \left( 0.014 \right) + 0 \right] \left( 21.24 \right)$$

$$L = 30.37 \text{ m}$$

en la Tabla No. 11, se presenta el cálculo de la curva elevaciones-gastos, ver Figura 46.

**Tabla No. 11. Resultados del Ejemplo 5. Elevaciones-gastos.**

Elevación (msnm)	$H_e$ (m)	$H_e/H_0$	$K$	$C$	$K_p$	$L_e$ (m)	$Q$ (m <sup>3</sup> /s)
472.00	0.00	----	----	----	----	----	0.00
474.00	2.00	0.09	3.18	1.75	0.12	28.51	141.60
476.00	4.00	0.19	3.28	1.81	0.10	27.23	394.57
478.00	6.00	0.28	3.36	1.85	0.08	26.77	729.89
480.00	8.00	0.38	3.44	1.90	0.06	26.34	1131.93
482.00	10.00	0.47	3.53	1.95	0.05	26.61	1640.08
484.00	12.00	0.57	3.63	2.00	0.04	26.53	2210.35
486.00	14.00	0.66	3.70	2.04	0.03	26.67	2854.48
488.00	16.00	0.75	3.76	2.08	0.03	26.79	3558.94
490.00	18.00	0.85	3.83	2.12	0.03	26.77	4323.16
492.00	20.00	0.94	3.87	2.14	0.02	27.65	5284.41
493.24	21.24	1.00	3.90	2.15	0.01	28.00	5900.00



**Figura 46. Curva elevaciones - gastos del Ejemplo 5.**



**Ejemplo 6.** Diseñar un vertedor con cimacio sin control para descargar 6000.00 m<sup>3</sup>/s. El tirante del agua en la entrada del canal de acceso es de 26.00 m. Debido a condiciones geológicas y topográficas se ha establecido que la profundidad de llegada  $P$  debe ser 13.00 m. La longitud del canal de acceso es de 150.00 m con sección rectangular y con un coeficiente de *Manning*  $n = 0.025$ , para garantizar su estabilidad el cimacio debe tener un talud 1:1.

Sobre la cresta se construirá un puente y por razones de tipo estructural las pilas deberán ser tipo 3 y medir 3.50 m de ancho, los claros del puente no deben ser mayores de 10.00 m. Los aleros de los estribos serán de enrocamiento, se construirá una rápida con pendiente  $S_r = 0.45$  de 250.00 m de longitud, lo cual implica que no hay efecto de ahogamiento.

Emplear el criterio del *USACE*

En la Fig. 47 se presenta la estructura hidráulica de este problema.

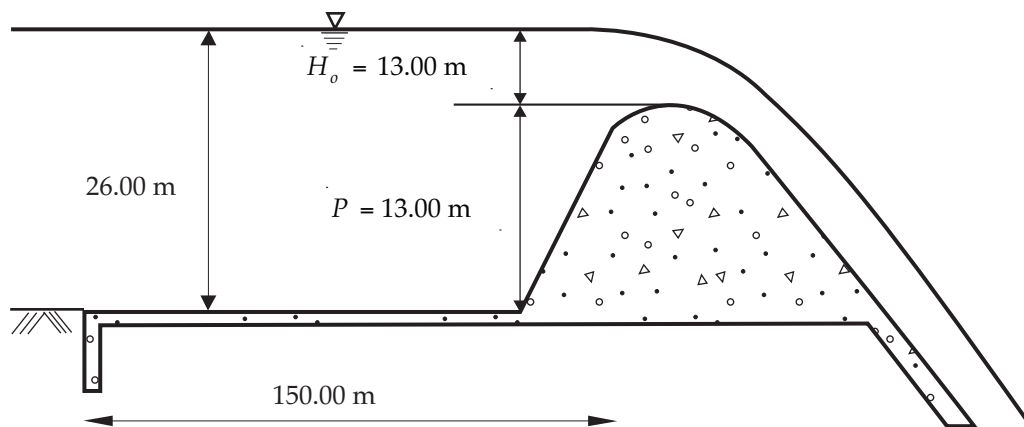


Figura 47. Estructura hidráulica del Ejemplo No. 6.

**Solución:**

Primero deben determinarse las pérdidas en el canal de acceso, para ello es necesario conocer la velocidad de llegada, antes se calculará el gasto unitario empleando la ecuación 4, suponiendo en principio un coeficiente de descarga  $C = 2.00$ :

$$q = CH_o^{3/2} = 2.00 (13.00)^{3/2} = 93.74 \text{ m}^2/\text{s}$$

la velocidad de llegada de acuerdo a la ecuación 5 será:

$$V_a = \frac{q}{H_o + P} = \frac{93.74}{26.00} = 3.60 \text{ m/s}$$

y la carga de velocidad de llegada  $h_a$ :

$$h_a = \frac{V_a^2}{2g} = \frac{3.60^2}{2.00(9.81)} = 0.66 \text{ m}$$

con la ecuación de *Manning* y considerando el radio hidráulico igual a la profundidad del canal de acceso, se puede calcular la pendiente de energía:

$$S = \left( \frac{V_a n}{R_h^{2/3}} \right) = \left( \frac{3.60(0.025)}{26.00^{2/3}} \right) = 0.01025$$

la pérdida por esfuerzo cortante en el canal es:

$$h_f = (S)(L_c) = (0.01025)(150.00) = 1.54 \text{ m}$$

además se acepta que las pérdidas por entrada al canal son  $0.15 h_a$ , entonces:

$$h_e = 0.15(h_a) = 0.15(0.66) = 0.10 \text{ m}$$

la pérdida total será:

$$h_t = h_f + h_e = 1.54 + 0.10 = 1.64 \text{ m}$$

la carga de diseño  $H_o$  valdrá entonces:

$$H_o = 13.00 - 1.64 = 11.36 \text{ m}$$

Para obtener el valor de  $C$ , es necesario calcular la relación  $P/H_o$  y con ayuda de la Fig. 37 se conoce el valor de  $K$ :

$$\frac{P}{H_o} = \frac{13.00}{11.36} = 1.14$$

de la figura mencionada y con  $H_e / H_o = 1.00$  :

$$\sphericalangle = 3.99$$

así, el valor de  $C$  se obtiene con la ecuación 24:

$$C = \frac{K}{\sqrt{3.28}} = \frac{3.99}{\sqrt{3.28}}$$

$$C = 2.20$$

este valor de  $C$  debe corregirse por efecto de la inclinación del talud (*USACE*), así de la Fig. 41 se obtiene:

$$\text{Factor de corrección} = 0.999$$

y entonces:

$$C_{inc} = 0.999(2.20) = 2.20$$

como se estableció que no hay efecto de ahogamiento, el valor final del coeficiente de descarga es  $C = 2.20$ .

Puede notarse que el valor  $C = 2.00$  elegido inicialmente, no coincide con el obtenido,  $C = 2.20$ , por ello el cálculo debe repetirse, hasta igualar la magnitud de ambos valores.

Proponiendo ahora el valor de  $C = 2.20$

$$q = CH_o^{3/2} = 2.20 (13.00)^{3/2} = 103.12 \text{ m}^2/\text{s}$$

la velocidad de llegada de acuerdo a la ecuación 5 es:

$$V_a = \frac{q}{H_o + P} = \frac{103.12}{26.00} = 3.97 \text{ m/s}$$

y la carga de velocidad de llegada  $h_a$ :

$$h_a = \frac{V_a^2}{2g} = \frac{3.97^2}{2.00(9.81)} = 0.80 \text{ m}$$

con la ecuación de *Manning* y considerando el radio hidráulico igual a la profundidad del canal de acceso, se puede calcular la pendiente de energía:

$$S = \left( \frac{V_a n}{R_h^{2/3}} \right) = \left( \frac{3.97 (0.025)}{26.00^{2/3}} \right) = 0.01131$$

la pérdida por esfuerzo cortante en el canal es:

$$h_f = (S)(L_c) = (0.01131)(150.00) = 1.70 \text{ m}$$

además se acepta que las pérdidas por entrada al canal son  $0.15 h_a$ , entonces:

$$h_e = 0.15(h_a) = 0.15(0.80) = 0.12 \text{ m}$$

la pérdida total será:

$$h_t = h_f + h_e = 1.70 + 0.12 = 1.82 \text{ m}$$

la carga de diseño  $H_o$  valdrá entonces:

$$H_o = 13.00 - 1.82 = 11.18 \text{ m}$$

para obtener el valor de  $C$ , es necesario calcular la relación  $P/H_o$  y con ayuda de la Fig. 37 se conoce el valor de  $K$ :

$$\frac{P}{H_o} = \frac{13.00}{11.18} = 1.16$$

de la figura mencionada y con  $H_e/H_o = 1.00$ :

$$K = 3.99$$

así, el valor de  $C$  se obtiene con la ecuación 24:

$$C = \frac{K}{\sqrt{3.28}} = \frac{3.99}{\sqrt{3.28}}$$

$$C = 2.20$$

este valor de  $C$  debe corregirse por efecto de la inclinación del talud, así de la Fig. 41 se obtiene:

$$\text{Factor de corrección} = 0.999$$

y entonces:

$$C_{inc} = 0.999(2.20) = 2.20$$

no hay efecto de ahogamiento, por lo tanto, el valor final del coeficiente de descarga es:

$$C = 2.20.$$

Ahora se calculará la longitud efectiva de la cresta empleando la ecuación 23:

$$L_e = \frac{Q_0}{CH_o^{3/2}} = \frac{6000.00}{(2.20)(11.18)^{3/2}} = 72.96 \text{ m}$$

Para calcular la longitud neta deben hacerse las siguientes consideraciones: si los claros del puente no deben ser mayores de 10.00 m, se necesitarán 7 pilas. Además los coeficientes  $K_p$  y  $K_a$  pueden obtenerse de las Figs. 43 y 45 respectivamente empleando la relación:

$$\frac{H_e}{H_o} = \textcircled{\otimes}$$

se obtiene entonces:

$$K_p = 0$$

$$K_a = 0.170$$

así, la longitud total neta es:

$$L = L_e + \textcircled{\otimes}(NK_p + K_a)H_o$$

sustituyendo:

$$L = 72.96 + 2(7(0) + 0.170)11.18 = 76.76 \text{ m}$$

Si cada pila debe medir 3.50 m de ancho y se requieren 7, la longitud total para alojar el vertedor será de:

$$L_T = 76.76 + 7(3.50) = 101.26 \text{ m}$$

El cálculo del perfil del cimacio, así como de la curva elevaciones-gastos del vertedor se deja como ejercicio al lector.

**Ejemplo 7.** Determinar la elevación de la cresta de un vertedor, si la longitud efectiva es  $L_e = 84.00$  m. El gasto de diseño vale  $Q_o = 6500.00$  m<sup>3</sup>/s, la superficie libre del agua para el gasto de diseño no debe sobrepasar la elevación 953.00 msnm y la elevación del piso del canal de llegada es 900.00 msnm, ver Figura 48. Considere un coeficiente de descarga  $C = 1.90$ .

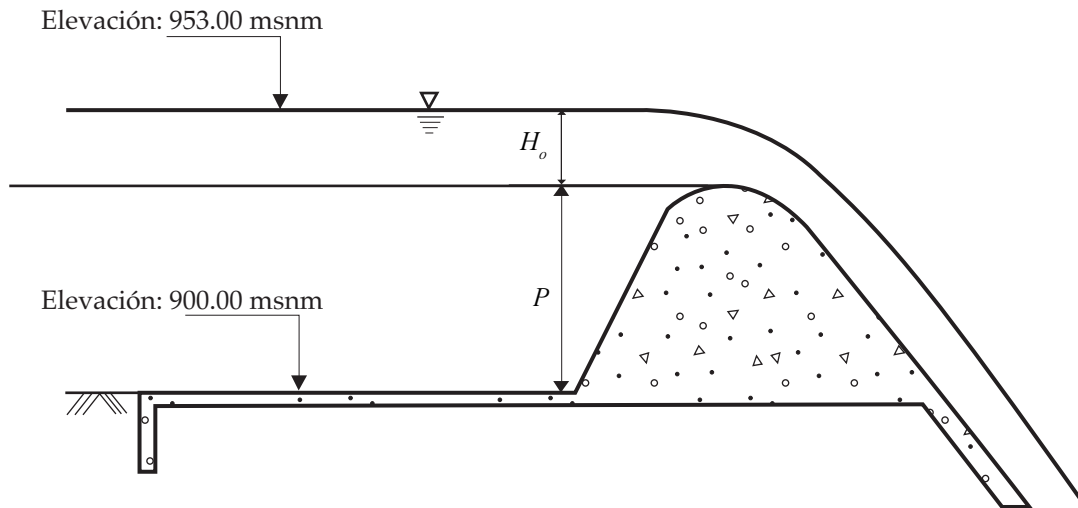


Figura 48. Estructura hidráulica del Ejemplo No. 7.

**Solución:**

Si se considera en un principio despreciable el efecto de la velocidad de llegada, se puede conocer la carga sobre el vertedor despejando para  $H_o$ , la ecuación 14, se tiene:

$$H_o = \left( \frac{Q_o}{CL_e} \right)^{2/3} = \left( \frac{6500.00}{1.90(84.00)} \right)^{2/3} = 11.84 \text{ m}$$

La velocidad de llegada vale:

$$V_a = \frac{6500.00}{53.00(84.00)} = 1.46 \text{ m/s}$$

la carga de velocidad:

$$h_a = \frac{V_a^2}{2g} = \frac{1.46^2}{2.00(9.81)} = 0.11 \text{ m}$$

entonces, la carga total de diseño será:

$$H_t = H_o + h_a$$

$$H_t = 11.84 + 0.11 = 11.95 \text{ m}$$

la elevación de la cresta es:

$$\text{Elev. Cresta} = 953.00 - 11.84 = 941.16 \text{ msnm}$$

y la profundidad de llegada  $P$ :

$$P = 941.16 - 900.00 = 41.16 \text{ m}$$

Como la relación es  $P/H_0 > 1.00$ , se considera que la hipótesis inicial de considerar despreciable la velocidad de llegada es acertada.

Debido a la gran curvatura de los cimacios no es posible aplicar la ecuación de *Bernoulli* en esta zona, es por ello que para determinar el perfil del agua es necesario recurrir a experimentos de laboratorio o a integrar las ecuaciones de *Navier-Stokes* o del flujo con potencial.

En el mercado existen un buen número de programas computacionales que permiten calcular la red de flujo sobre un cimacio. Si se considera el flujo irrotacional y se supone un perfil o frontera superior de la red, se calcula ésta y se analiza si la frontera inferior coincide con el perfil del cimacio, de no ser así se rectifica la frontera superior y se procede de la misma manera.

Otro camino es utilizar curvas obtenidas en laboratorio como las mostradas en la Fig. 49 obtenidos por el *USACE*, para cimacios con pilas y sin ellas, para diferentes cargas sobre el vertedor.

#### Perfil del agua sin pilas

$$H_e / H_o = 0.5$$

$$y / H_o = -0.0193(x / H_o)^5 + 0.0082(x / H_o)^4 + 0.087(x / H_o)^3 + 0.2471(x / H_o)^2 + 0.3064(x / H_o) - 0.3703$$

$$H_e / H_o = 1.00$$

$$y / H_o = -0.0116(x / H_o)^5 + 0.0223(x / H_o)^4 + 0.0596(x / H_o)^3 + 0.1949(x / H_o)^2 + 0.345(x / H_o) - 0.7574$$

$$H_e / H_o = 1.33$$

$$y / H_o = -0.077(x / H_o)^5 + 0.0235(x / H_o)^4 + 0.0405(x / H_o)^3 + 0.1622(x / H_o)^2 + 0.3677(x / H_o) - 0.9963$$

#### Perfil del agua al centro del claro

$$H_e / H_o = 0.5$$

$$y / H_o = -0.0088(x / H_o)^5 + 0.0248(x / H_o)^4 + 0.0499(x / H_o)^3 + 0.2858(x / H_o)^2 + 0.3019(x / H_o) - 0.3822$$

$$H_e / H_o = 1.00$$

$$y / H_o = -0.0096(x / H_o)^5 + 0.0106(x / H_o)^4 + 0.0824(x / H_o)^3 + 0.2217(x / H_o)^2 + 0.2955(x / H_o) - 0.8062$$

$$H_e / H_o = 1.33$$

$$y / H_o = -0.0452(x / H_o)^5 + 0.0886(x / H_o)^4 + 0.1225(x / H_o)^3 + 0.0872(x / H_o)^2 + 0.2573(x / H_o) - 1.0709$$

### Perfil del agua a lo largo de las pilas

$$H_e / H_o = 0.5$$

$$y / H_o = -0.0182(x / H_o)^5 + 0.0307(x / H_o)^4 + 0.0458(x / H_o)^3 + 0.2131(x / H_o)^2 + 0.3405(x / H_o) - 1.3678$$

$$H_e / H_o = 1.00$$

$$y / H_o = -0.0211(x / H_o)^5 + 0.0181(x / H_o)^4 + 0.0628(x / H_o)^3 + 0.279(x / H_o)^2 + 0.46(x / H_o) - 0.7863$$

$$H_e / H_o = 1.33$$

$$y / H_o = -0.055(x / H_o)^5 + 0.0954(x / H_o)^4 + 0.1073(x / H_o)^3 + 0.3755(x / H_o)^2 + 0.499(x / H_o) - 1.0773$$

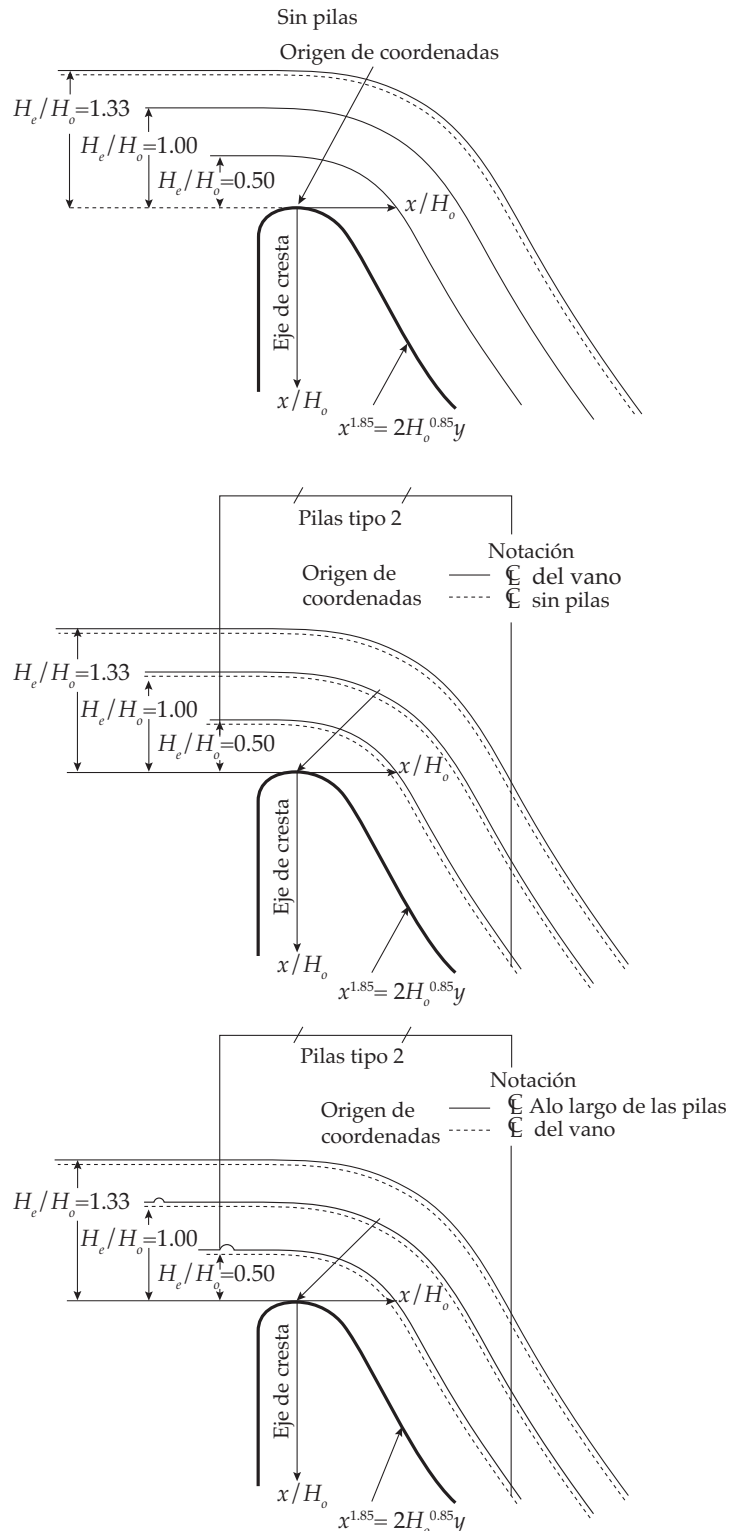


Figura 49. Perfil del agua sobre un cimacio para velocidades de llegada despreciables, USACE, 1990.



**Ejemplo 8.** Calcular el perfil del agua en un cimacio diseñado con una carga  $H_o = 5.00$  m empleando el criterio de *USACE*. No se construirán pilas sobre el vertedor.

**Solución:**

Para el cálculo del perfil del agua, se emplean las ecuaciones vistas al inicio de éste capítulo. Donde además se considera la siguiente relación:

$$\frac{H_e}{H_o} = \frac{5.00}{5.00} = 1.00$$

Con el valor anterior y teniendo en cuenta que no se construirán pilas sobre el vertedor, se puede determinar la ecuación que se va a utilizar.

Finalmente, las coordenadas del perfil serán las que se presentan en la Tabla número doce.

**Tabla 12.** Cálculo del perfil del agua en el vertedor del Ejemplo No. 8.

Estación (m)	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00	10.00	11.00	12.00	13.00	14.00	15.00
$x$ (m)	-5.00	-4.00	-3.00	-2.00	-1.00	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00
$x/H_o$	-1.00	-0.80	-0.60	-0.40	-0.20	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80
$y/H_o$	-0.93	-0.93	-0.90	-0.87	-0.82	-0.76	-0.68	-0.58	-0.47	-0.32	-0.15	0.06	0.29	0.56	0.86
$y$ (m)	-4.67	-4.63	-4.52	-4.34	-4.10	-3.79	-3.40	-2.92	-2.33	-1.60	-0.74	0.29	1.47	2.81	4.29

Debido a que es poco frecuente que la carga de diseño de un vertedor se presente, algunas agencias diseñan los cimacios con cargas menores, lo cual permite además obtener un diseño más económico.

De pruebas de laboratorio se ha podido conocer que cuando la carga de proyecto es aproximadamente el 75 % de la carga máxima, se presentan presiones negativas sobre la cresta y que la magnitud de estas es de aproximadamente la mitad de la carga de proyecto.

En la Fig. 50 se presenta la distribución de presiones típica en un vertedor con una carga  $H_e = 1.33 H_0$ .

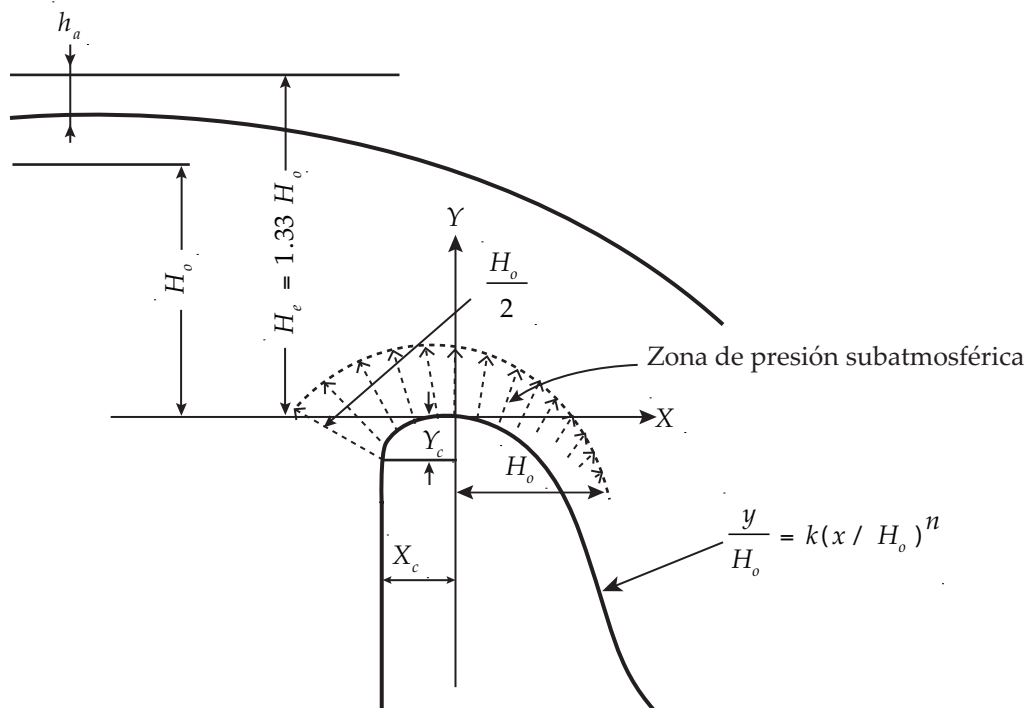


Figura 50. Distribución de presiones sobre un cimacio con carga  $H_e = 1.33 H_0$ , según el USBR, Design of Small Dams, 1987.

Como se recordará el diseño de cimacios sin control se realiza, tratando de que su perfil se asemeje a la línea de corriente inferior de una vena fluida cayendo libremente de un vertedor de pared delgada.

Sin embargo, en muchas ocasiones, por ejemplo cuando se desea conservar una carga mayor para generar energía, o almacenar agua para riego o abastecimiento urbano; o cuando es necesario un manejo más cuidadoso de las avenidas aguas abajo de la presa, se colocan compuertas, ver Figs. 7 y 8. Esta situación genera otro tipo de problemas relacionados con su operación, que como se señaló en la sección 2 pueden llegar a causar daños aguas abajo de las presas.

Los tipos de compuertas más comunes son las radiales y las deslizantes descritas anteriormente, siendo las primeras las más usadas en grandes obras. Existen además otras como las de tambor, las *Stony* (debido al apellido de su inventor *F. G. M. Stony*) que casi no se usan en la actualidad, o algunas otras que toman el nombre de las empresas que las fabrican.

Colocar compuertas genera dos tipos de problemas: de diseño y de operación. En el primer grupo se pueden citar los relativos al diseño de las pilas y su efecto sobre el perfil del agua, el coeficiente de descarga y las presiones sobre el cimacio. En el segundo caso los problemas están asociados al funcionamiento del vaso, del cual se derivan las políticas de operación de las compuertas.

Cuando se coloca una compuerta todo el funcionamiento hidráulico cambia, esto es, si la compuerta funciona abierta parcialmente, la trayectoria del agua se asemejará más a la de un chorro libre que a la caída de un vertedor de pared delgada. Es por eso que deben hacerse ajustes al diseño del cimacio cuando se pretende emplear compuertas para controlar el cimacio.

La curva de un chorro originado por un orificio vertical está dada por la ecuación

$$-Y_{ch} = \frac{X_{ch}^2}{4H_c} \quad (26)$$

donde:

$X_{ch}$ ,  $Y_{ch}$  Coordenadas de un sistema cartesiano con origen en el centro del orificio.  
 $H_c$ , Carga sobre el centro del orificio.

Si el orificio está inclinado un ángulo  $\theta$ , la ecuación 26, se transforma en:

$$-Y_m = X_{ch} \tan \theta + \frac{X_{ch}^2}{4H_c \cos^2 \theta} \quad (27)$$

donde:

$\theta$ , Ángulo de inclinación del orificio

$Y_m$ , Ordenada del orificio al origen

Puede notarse entonces que las trayectorias de la lámina vertiente y del chorro son diferentes, y si por ejemplo, se diseña con la ecuación de la lámina vertiente y se emplean compuertas con aberturas pequeñas y cargas grandes, se producirán presiones negativas en el cimacio en la zona aguas abajo de la compuerta.

Si por el contrario se diseña con la trayectoria del chorro se tendrá un cimacio más ancho, más estable, pero menos eficiente. Entonces al diseñar un cimacio con control por medio de compuertas deberán analizarse los factores: eficiencia, economía y estabilidad.

Existen sin embargo otras posibilidades, por ejemplo si se diseña con la trayectoria de la lámina vertiente y se emplean compuertas, para reducir las presiones negativas aguas abajo de ellas, se pueden colocar las compuertas después de la cresta del cimacio, haciendo que el funcionamiento hidráulico sea el de un chorro inclinado, y la trayectoria del agua se parecerá más a la de la lámina vertiente.

La descarga en un vertedor controlado por compuertas radiales se puede calcular con la ecuación:

$$Q_v = \frac{2}{3} \sqrt{2g} C L_a (H_1^{3/2} - H_2^{3/2}) \quad (28)$$

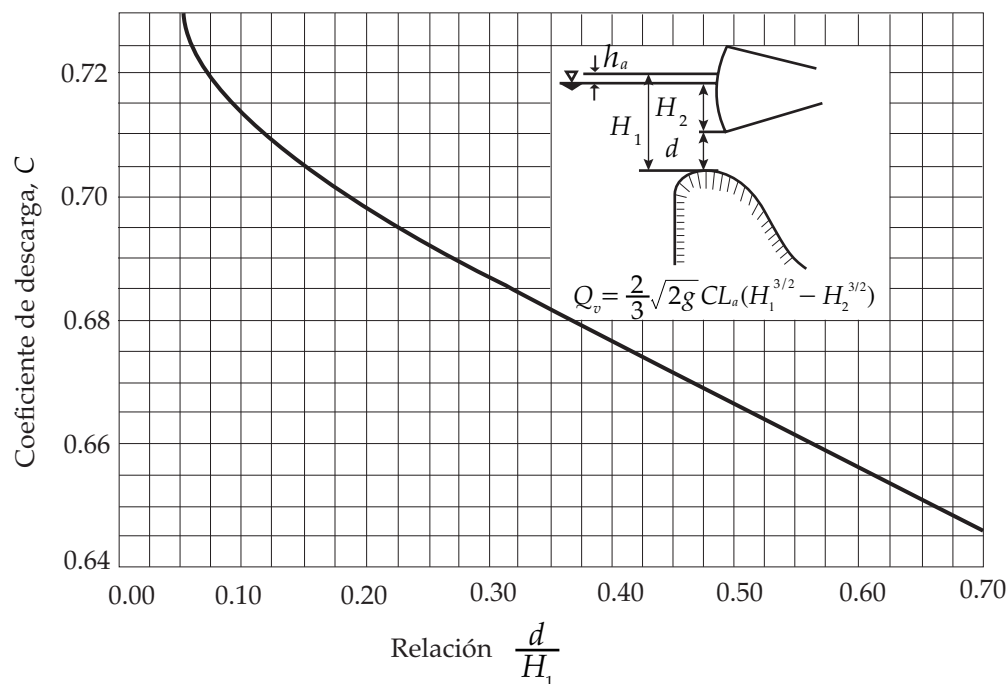


Figura 51. Coeficiente de descarga para cimacios controlados con compuertas, USBR, 1987.

donde:

$Q_v$ , Descarga en el vertedor.

$H_o$ , Carga al fondo del orificio.

$H_u$ , Carga al labio inferior de la compuerta.

$L_a$ , Ancho efectivo de la cresta.

$C_d$ , Coeficiente de descarga, que puede obtenerse de la Figura 51.

En resumen, para ubicar una compuerta sobre la cresta vertedora, es necesario:

- a) Determinar la evolución de las subpresiones sobre el cimacio en función de la carga hidráulica, considerando constante la posición de la compuerta y las características de la misma.
- b) Determinar la evolución de las subpresiones sobre el cimacio en función de la posición de la compuerta sobre el mismo.
- c) Determinar la descarga con respecto a las características de la compuerta.

Del análisis de estas condiciones y las correspondientes pruebas de laboratorio se podrá hacer la selección del mejor tipo de compuertas.

Como se anotó anteriormente, se puede demostrar que las presiones negativas o subpresiones decrecen conforme el labio de la compuerta se ubica aguas abajo de la cresta del cimacio.

Los volúmenes de agua descargados, después de pasar por la estructura de control, son enviados al río aguas abajo de la presa, esto se hace por medio de los conductos de descarga, exceptuándose este conducto en los vertedores de caída libre (por ejemplo en una presa de arco). Los conductos de descarga son básicamente de dos tipos: en canal o en túnel.

Los canales pueden construirse a cielo abierto excavados sobre la superficie del terreno, o colocados sobre el cuerpo de la presa. Los túneles se construyen en el cuerpo de la cortina (presas de materiales cementados) o en las laderas.

Las dimensiones de los conductos de descarga, están determinados por consideraciones hidráulicas, pero la forma de la sección transversal, su perfil longitudinal, su longitud, ampliaciones, curvas, etc., están influenciadas por características topográficas y geológicas del lugar. Es recomendable que en los conductos de descarga el flujo se mantenga uniforme y sin cambios en el tipo de régimen.

La sección transversal de los conductos de descarga en canal son: rectangulares o trapeciales, con taludes que dependen de la geología de la zona. Si se trata de túneles, las secciones más usuales son la circular o la de herradura.

Para conocer la velocidad y los tirantes a lo largo del conducto se aplica la ecuación de la energía, dicha ecuación es la siguiente:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_T \quad (29)$$

donde:

$Z_1$  y  $Z_2$  , Carga de posición (m).

$\frac{P_1}{\gamma}$  y  $\frac{P_2}{\gamma}$  , Carga de presión (m).

$\frac{V_1^2}{2g}$  y  $\frac{V_2^2}{2g}$ , Carga de velocidad (m).

$h_T$ , Sumatoria de las pérdidas en el tramo (m).

Las pérdidas pueden ser de dos tipos:

- Locales, son las producidas por entrada, transiciones, cambios de dirección, etc.
- Por esfuerzo cortante.

Las que más influyen en la pérdida de energía son las segundas y en el caso de canales pueden evaluarse con la ecuación de *Manning*:

$$h_f = \left( \frac{V^2 n^2}{R_h^{4/3}} \right) L_t \quad (30)$$

donde:

$h_f$ , Pérdidas por cortante en (m).

$V$ , Velocidad media en la sección transversal (m/s).

$n$ , Coeficiente de rugosidad.

$R_h$ , Radio hidráulico de la sección transversal (m).

$L_t$ , Longitud del tramo considerado (m).

Cuando la pendiente del canal es igual o mayor del 10 %, la carga de presión en la ecuación de la energía debe corregirse así:

$$\frac{P}{\gamma} = y_p \cos^2 \tau \quad (31)$$

$$\frac{P}{\gamma} = d_p \cos \tau \quad (32)$$

donde:

$\frac{P}{\gamma}$ , Carga de presión.

$y_p$ , Tirante del flujo vertical a la plantilla del canal.

$d_p$ , Tirante del flujo perpendicular a la plantilla del canal.

$\tau$ , Ángulo de inclinación de la plantilla.

Cuando el canal tiene perfil longitudinal curvo, la fuerza centrífuga incrementa las presiones, por lo tanto es necesario modificar la carga de presión, esto se hace cuando:

$$R_p > 0.215 d V^2 \quad (33)$$

donde:

$R_p$ , Radio de curvatura (m).

$d$ , Tirante hidráulico (m).

$V$ , Velocidad del flujo (m/s).

La carga de presión en la ecuación de la energía quedará corregida así:

$$\frac{P}{\gamma} = \left( 1 \pm \frac{V^2}{R_p} \right) d \cos \theta \quad (34)$$

Si se trata de canales cóncavos se considera el signo positivo, y negativo para canales convexos. Actualmente existen en el mercado una serie de programas computacionales que permiten calcular el perfil del agua en canales con diferentes secciones trabajando a superficie libre y son bastante precisos.

Cuando las velocidades en el conducto de descarga exceden a los 15 m/s, existe el riesgo de que se presente inclusión de aire. Esto ocurre porque al desarrollarse la capa límite en el conducto e interceptar a la superficie libre del flujo, se desarrolla gran turbulencia que atrapa a las moléculas de aire en contacto con el agua iniciándose así la inclusión de aire, este fenómeno es fácil de observar en un conducto de descarga pues se forman las llamadas "aguas blancas".

Otro problema que se presentan en las superficies expuestas a flujos de alta velocidad es la erosión, ésta se debe a la cavitación y se puede presentar atrás de cualquier obstáculo, cambio de dirección o rugosidad de la conducción.

## 12.1. CAVITACIÓN

La cavitación es un fenómeno que consiste en la formación de cavidades llenas de vapor de agua dentro del flujo, esto sucede cuando se presentan presiones negativas iguales o menores que la presión de vaporización del fluido.

Existe una clasificación de los niveles de cavitación, desde el inicio de la misma o cavitación incipiente, hasta la supercavitación que es la etapa en la que se forman estelas huecas, *Daily J. Harleman D., 1975.*

Para el caso de obras de excedencia, es común aceptar que la cavitación se inicia cuando aparecen las primeras manchas blancas sobre la superficie expuesta a flujo de alta velocidad, *Echávez G., 1979.*

Las condiciones de cavitación pueden expresarse por medio del número de Thoma:

$$\sigma = \frac{h_p - h_v}{V^2 / 2g} \quad (35)$$

donde:

$\sigma$ , Índice de cavitación.

$h_p$ , Carga de presión (m).

$h_v$ , Carga de vaporización (m).



Una vez que las cavidades se han formado, existe la posibilidad de que se separen burbujas llenas de vapor, que al pasar a una zona de mayor presión se condensan repentinamente con reducciones de volumen de 100 a 1000 veces, si ello sucede cerca de una frontera rígida inducirá esfuerzos de hasta 10 000 kg/cm<sup>2</sup>, siendo esto el origen de los daños en las superficies expuestas a este fenómeno, ver Figura cincuenta y dos.

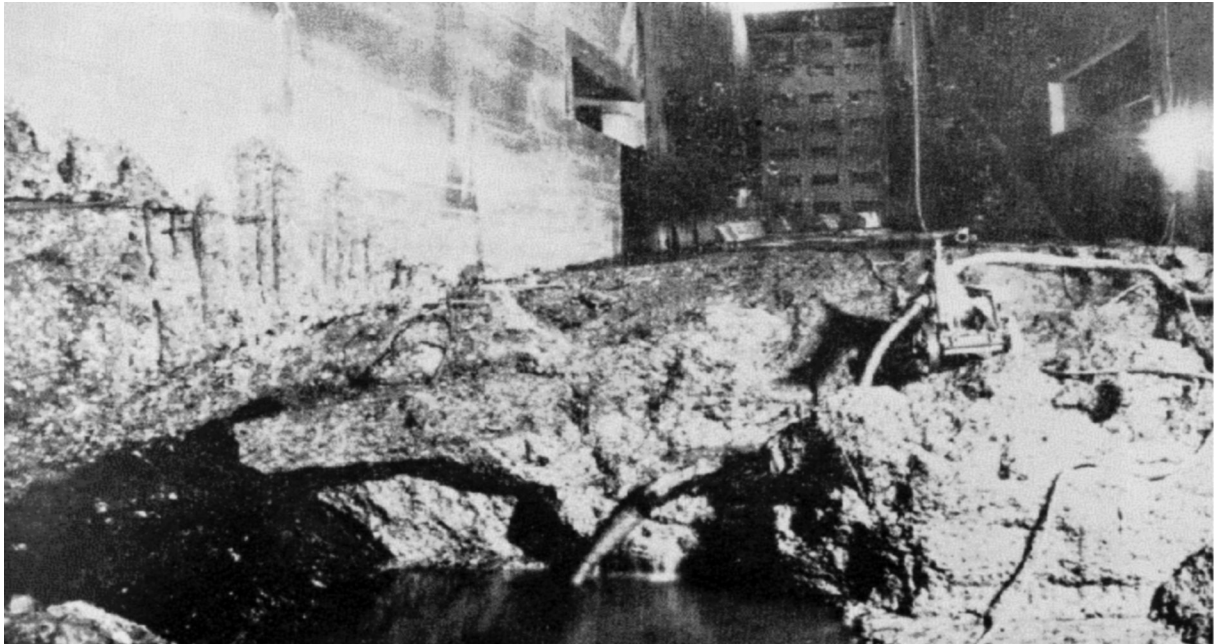


Figura 52. Daños por cavitación en una obra hidráulica.

En una obra hidráulica puede presentarse erosión por cavitación ante cualquier cambio de dirección, atrás de un obstáculo, o debido a la rugosidad de la superficie sobre la cual ocurre el flujo de alta velocidad. Este último caso puede ser el más crítico, debido a las grandes áreas que sería necesario proteger si se quieren evitar perjuicios, además debe tenerse en cuenta que una vez que el daño se inicia, él mismo sirve de obstáculo para acelerar el proceso de erosión.

#### 12.1.1. MÉTODOS DE PREDICCIÓN

Para efectos de diseño o revisión de obras ya construidas es necesario contar con métodos de predicción, que permitan saber si la obra es susceptible a daños por cavitación. Existen varios métodos para predecir posibilidades de cavitación en irregularidades aisladas como los de *Shalnev K.*, 1951, *Holl J.W.*, 1965, *Ball J. W.*, 1973, *Echávez G.*, 1971, *Govinda R.*, 1979, *Thiruvengadam A.*, 1961 y *Rosanov N.*, 1965, entre otros.

Sin embargo para efectos prácticos es más común tratar de predecir en qué zonas hay posibilidad de erosión por cavitación debida a superficies rugosas, a continuación se presenta el método de *Echávez G.*, 1979, quien propuso evaluar el índice local de cavitación,  $\sigma_k$ , para una superficie sujeta a ciertas condiciones hidráulicas, y compararlo con el índice de cavitación local incipiente,  $\sigma_{ki}$ , obtenido en laboratorio para situaciones similares, si  $\sigma_{ki} > \sigma_k$ , existe la posibilidad de cavitación.

En el caso de superficies rugosas el índice de cavitación local  $\sigma_k$ , según el mismo autor puede calcularse con la ecuación:

$$\sigma_{\bar{k}n} = \frac{hp - hv}{\frac{V_{\bar{k}n}^2}{2g}} \quad (36)$$

donde:

$\bar{k}n$ , Rugosidad equivalente de *Nikuradse* de la superficie (m).

$V_{\bar{k}n}$ , Velocidad del flujo a una distancia  $\bar{k}$  de la superficie (m/s).

Las demás variables ya han sido definidas. La velocidad  $V_{\bar{k}n}$  a su vez puede calcularse con la fórmula:

$$\frac{V_{\bar{k}n}}{\sqrt{2gh_v}} = \frac{1.68}{0.33 + \log\left(\frac{x_a}{\bar{k}n}\right)} \quad (37)$$

donde:

$h_v$ , Caída vertical, medida desde la superficie libre del vaso a la superficie del escurrimiento (m).

$x_a$ , Distancia de la cresta del cimacio al punto de análisis (m).

Es importante hacer notar que Echávez sugiere hacer correcciones por curvatura al índice local de cavitación en el piso  $\sigma_{kp}$ , considerando como piso a una sección transversal para un ángulo con respecto a la vertical de  $\pm 40^\circ$  y con vértice en el centro de la sección, como se indica a continuación:

$$\sigma_{kp} = 0.76 \sigma_k \quad (38)$$

donde:

$\sigma_{kp}$ , Índice de cavitación local en el piso para curvas verticales cóncavas.

Los valores de los índices de cavitación incipiente  $\sigma_i$ , se presentan en la Fig. 53, y la variación de los valores de  $hv$ , se presentan en la Figura cincuenta y cuatro.

### 12.1.2. PROTECCIÓN CONTRA DAÑOS DEBIDOS A CAVITACIÓN

La mejor protección contra los daños por cavitación es el buen diseño y una adecuada construcción de la obra. Sin embargo como ya se indicó anteriormente, muchas veces al diseñar contra cavitación se llega a la proposición de acabados imposibles de realizar en la práctica, además el problema de los daños por cavitación puede presentarse en obras ya construidas, y en este caso también existen dos opciones, proteger las superficies afectadas incrementando su resistencia o tomar medidas que inhiban el fenómeno de cavitación. En cuanto al incremento de la resistencia de las superficies, puede decirse que básicamente se han usado concretos mejorados o recubrimientos epóxicos para

proteger superficies expuestas a cavitación, pueden consultarse los trabajos de Colgate D., 1959, los del USBR, 1947, 1952, el de Nowothy H., 1942, y los de Echávez G. y Arreguín F., 1976, entre otros. Aquí se citarán solamente para mostrar algunos resultados, los obtenidos por Inozemtsev, 1965, que en una revisión bibliográfica llegó a las siguientes conclusiones:

- La resistencia a la erosión por cavitación del concreto se incrementa con la reducción de la relación agua-cemento, con el incremento de la resistencia a la compresión y a la tensión, con el vibrado del concreto o usando polvo de acero en la mezcla.
- Las recomendaciones sobre el tamaño máximo de los agregados del concreto son muy variables, Grünw W., 1960, recomienda 5 mm, Govinda R., 1961, 20 mm y Gainzburg T., 1959, 60 mm; se considera además que el mejor agregado para estos casos es el granito.

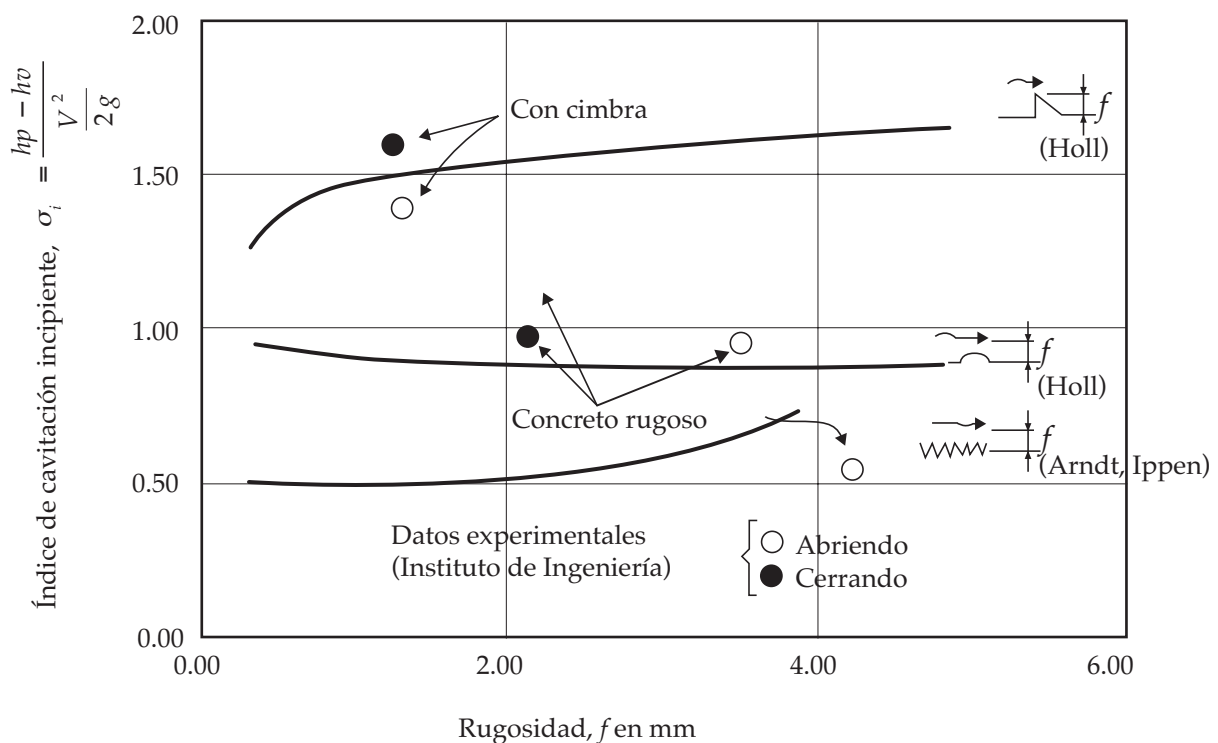
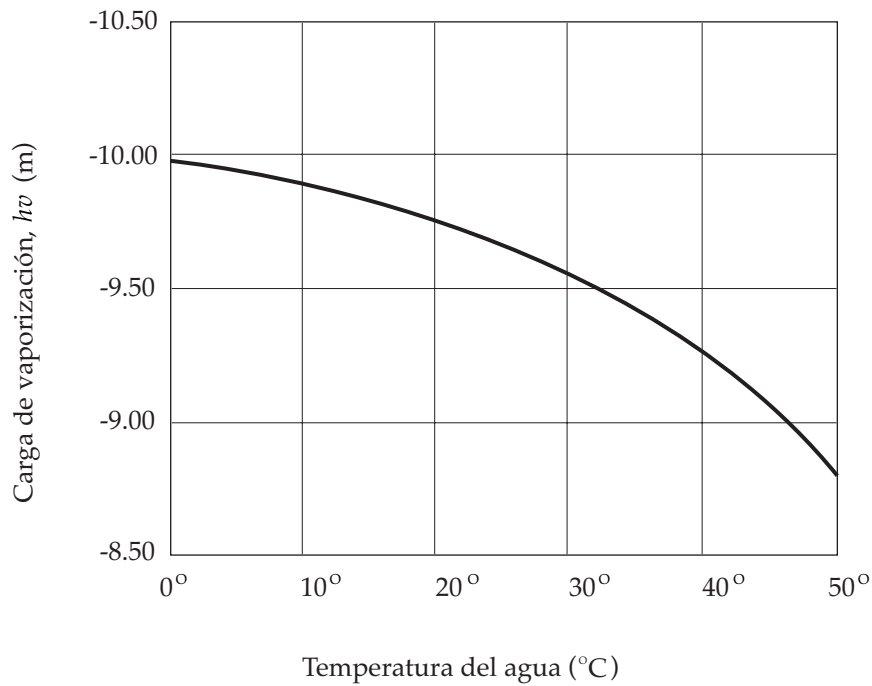


Figura 53. Índices de cavitación incipiente, Echávez G., 1971.

- Se puede proteger la superficie de concreto por medio de láminas de hule, sin embargo no existe forma de lograr buena adherencia entre las dos superficies, los recubrimientos se han hecho con base en pinturas que incrementan la vida del concreto de 3 a 20 veces, y su resistencia es de 10 a 20 veces menor que la de las láminas de acero.
- La resistencia del concreto plástico hecho a base de resinas epóxicas y sin agregados, o con agregados de acero, es de 1.8 a 2.0 veces menor que la del acero al carbono, mientras que el concreto hecho a base de resinas de cloruro de polivinilo, PVC, fue 1.5 veces más resistente que el acero dulce.



**Figura 54. Carga de vaporización del agua, Echávez G., 1971.**

Los resultados experimentales de este mismo autor lo llevaron a las siguientes conclusiones:

- a) La resistencia del concreto a erosión por cavitación se incrementa de 5 a 20 veces si se hace una adecuada selección de materiales y el proceso constructivo es bueno.
- b) Los concretos plásticos tienen de 10 a 200 veces la resistencia de concretos normales.

En México en 1976, Echávez y Arreguín hicieron experimentos sobre probetas de concreto, ver Fig. 55, colocadas en un canal con velocidades de 21, 32 y 42 m/s, y probaron una serie de pinturas y resinas epóxicas, así como concretos mejorados con fibras de acero y granito, ver Fig. 56, encontrando que este tipo de medidas retrasa pero no inhibe el daño sobre las superficies de las obras hidráulicas.



Figura 55. Probeta experimental de concreto, colocada en el canal de alta velocidad, del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México.

ESQUEMA DE LOS ENSAYES Y PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS MÁS IMPORTANTES			
Probeta No.	Esquema	Daños	Observaciones al final de la prueba
6	SIKADUR LO - MOD	No presentó daños	Se notan manchas claras
	SIKADUR HI - MOD	7:00 Aparecen pequeñas porosidades	Se notan manchas claras
7	SIKADUR LO - MOD	No se notaron daños	Sin daños
	SIKADUR HI - MOD	No se apreciaron daños	Sin daños
8	Concreto con fibras planas	0:30 Se notan porosidades 1:00 Se notan las fibras en la zona dañada	Daños apreciables
	Concreto normal	5:00 Se notan porosidades	Daños apreciables
9	Concreto con fibras cilíndricas	1:00 Se desprendieron varias fibras en la superficie y se inició el daño del concreto	Daños apreciables
	Concreto normal	1:00 Se notan porosidades	Daños apreciables

Figura 56. Probeta experimental de concreto, colocada en el canal de alta velocidad del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, para probar diferentes pinturas y resinas epóxicas, así como concretos mejorados con fibras de acero y granito.

## 12.2. AERACIÓN NATURAL

El proceso de atrapamiento de aire por los flujos de alta velocidad, se ha tratado de explicar mediante la teoría del desarrollo de la capa límite, *Anderson A. y Straub F., 1960*. Ésta consiste básicamente en comparar el espesor de la capa límite con el tirante del flujo, cuando estos sean iguales la capa límite habrá alcanzado la superficie libre del agua y se iniciará la aeración. Cabe hacer notar que algunos autores sugieren que la energía de la turbulencia debe ser mayor que la de la tensión superficial del fluido para que el fenómeno suceda, el punto de intersección se llama punto crítico. Los primeros métodos para ubicar este punto fueron desarrollados por *Lane E. W., 1939, Hickox G. H., 1945, y Halbronn G., 1952*.

*Straub F., y Anderson A., 1960*, dividieron al flujo en dos regiones: superior e inferior, en función de la concentración de aire ( $c_t$ ), ver Fig. 57. La región inferior consiste de burbujas de aire distribuidas en el flujo por las fluctuaciones turbulentas; la región superior, consiste de una mezcla agua-aire en forma de rocío, el tirante que separa a las dos se llama de transición ( $d_t$ ).

Por otra parte *Kéller R. y Wood I., 1974*, dividieron el perfil del agua en la dirección de la misma definiendo tres zonas: en desarrollo con flujo parcialmente aerado; en desarrollo con flujo totalmente aerado y con flujo totalmente aerado, ver Fig. 58. Esta división es muy importante, pues permite conocer, una vez determinado el punto crítico, la distancia a la cual se tiene una concentración elevada de aire en el agua, que permitiera por ejemplo proteger en forma natural la obra contra la cavitación.

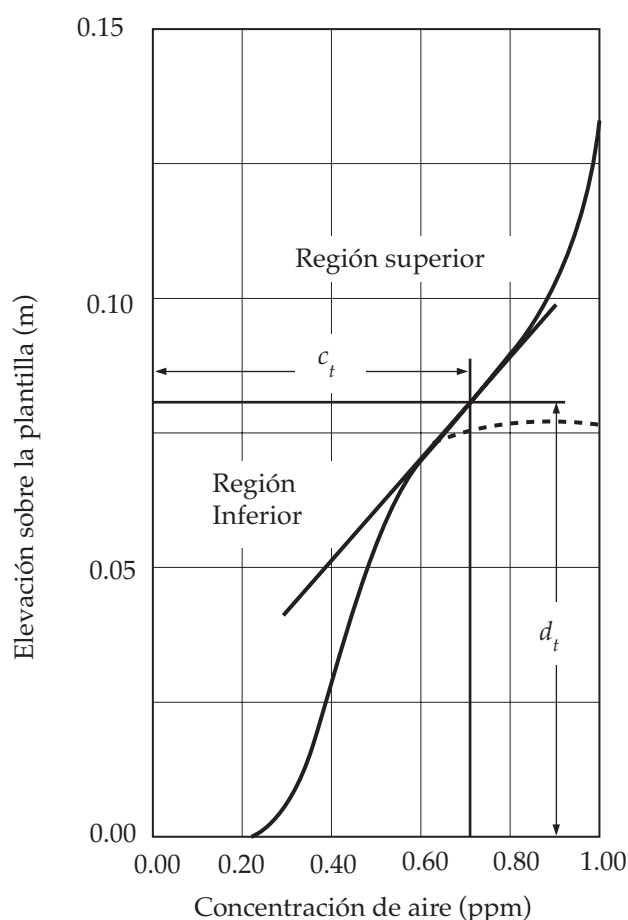


Figura 57. Estructura del flujo aerado, Straub y Anderson, 1960.

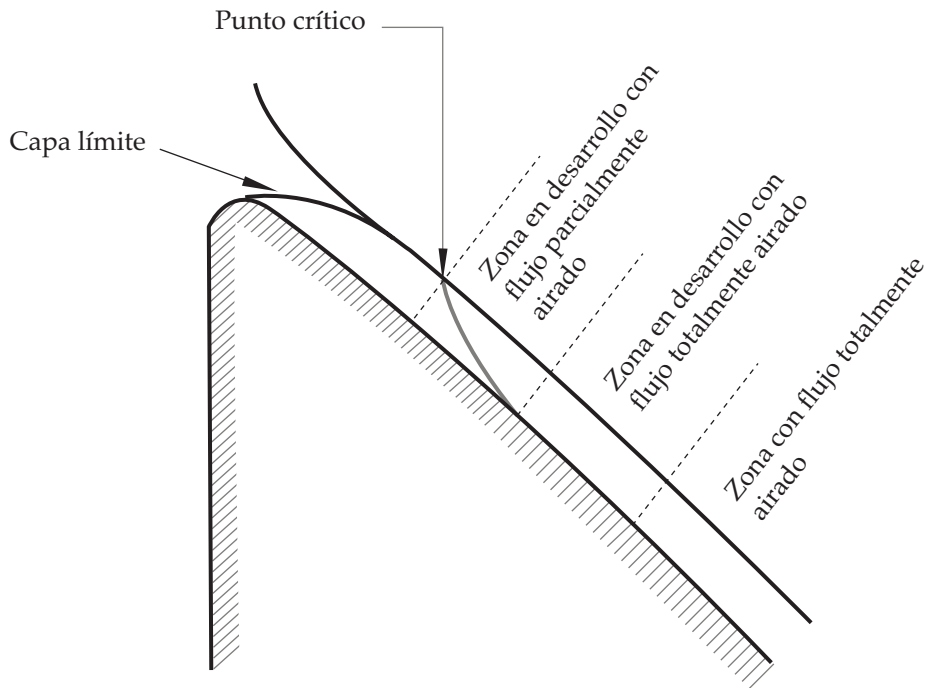


Figura 58. Estructura del flujo aerado, Keller y Wood, 1974.

Gangadharaiah T. y Rao L., 1970, desarrollaron las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento, y de energía para flujo aerado, y relacionaron la concentración media de aire con el número de *Froude*, y las pérdidas de carga para un flujo uniformemente aerado.

Keller R. y Wood I., 1974, publicaron un importante trabajo que permite conocer la concentración de aire en la zona en desarrollo, con flujo parcialmente aerado. Por otra parte Falvey T. H., 1979, a partir de análisis dimensional y utilizando datos de modelo y prototipo, relacionó la concentración media  $\bar{c}$ , con el número de *Froude*.

### 12.2.1. MODELO TEÓRICO. REGIÓN INFERIOR

Arreguín F. y Echávez G, 1984, formularon un modelo teórico, tomando en cuenta la experiencia adquirida en el fenómeno de arrastre de sedimentos de fondo en el flujo y la teoría de la longitud de mezcla de Prandtl, Shames I., 1967. Consideraron la regionalización propuesta por Straub y Anderson, 1960, y específicamente la región inferior porque el interés se centró en los efectos de la aeración en la plantilla del canal.

La distribución de la concentración de aire en un flujo turbulento depende de las características de las burbujas de aire incluido, de las condiciones hidráulicas del flujo y de la geometría del canal. Una burbuja aislada en un flujo no turbulento, se desplazará en dirección paralela a la plantilla del canal debido al arrastre del flujo, pero también tiende a subir a causa de la flotación, en este caso la trayectoria depende de la distribución de velocidades del flujo y de la velocidad de ascenso de la burbuja. Cuando se trata de un conjunto de burbujas en un flujo turbulento, se presentan dos efectos: un movimiento general de la masa de burbujas y una difusión de ellas debida a la turbulencia.

Para explicar la transferencia de burbujas de un plano a otro se utilizó la teoría de la longitud de mezcla de *Prandtl*, quien sustituye el término de viscosidad cinemática aparente propuesto por *Boussinesq*, por una magnitud que llamó longitud de mezcla, que tiene la ventaja de tener una interpretación física más sencilla, de esta manera puede obtenerse la concentración media de aire en un flujo de agua,  $\bar{c}$ .

$$\bar{c} = \frac{1}{y_m} \int_0^{y_m} c dy_o \quad (39)$$

donde:

$y_m$ , Tirante de la mezcla (m).

$c$ , Concentración de aire (ppm).

$dy_o$ , Derivada del tirante  $y_o$ .

Por otro lado el gasto de la mezcla  $Q_m$ , así como el gasto de agua  $Q_w$  valen:

$$Q_m = V_m b y_m \quad (40)$$

$$Q_w = (1 - \bar{c}) Q_m \quad (41)$$

$$Q_w = V_w b y_w \quad (42)$$

donde:

$b$ , Ancho de plantilla (m).

$V_m$ , Velocidad de la mezcla (m/s).

$y_w$ , Tirante del agua (m).

Sustituyendo 41 en 40 y ordenando:

$$V_m = \frac{Q_w}{(1 - \bar{c}) b y_m} \quad (43)$$

el número de *Froude* para flujo aireado  $F_{ra}$  valdrá entonces:

$$F_{ra} = \frac{V_m}{(g y_m)^{1/2}} \quad (44)$$

y la relación entre el número de *Froude* para un flujo no aireado  $F_{rw}$  y uno aireado  $F_{ra}$  con la concentración media serán:

$$F_{rw} = (1 - \bar{c}) \frac{Q_m}{g^{1/2} b y_w^{3/2}} \quad (45)$$

$$F_{ra} = \frac{Q_w}{(1 - \bar{c}) b g^{1/2} y_m^{3/2}} \quad (46)$$



la proporcionalidad de la velocidad media del flujo aireado y no aireado en la región inferior se puede obtener de las ecuaciones 40, 41 y 42:

$$\frac{V_w}{V_m} = (1 - \bar{c}) \frac{y_m}{y_w} \quad (47)$$

El análisis teórico fue complementado con mediciones en un canal de alta velocidad con un gasto máximo de 0.50 m<sup>3</sup>/s, que permite alcanzar velocidades de 42, 32 y 21 m/s, donde se construyó un aereador, en la toma del mismo se colocó un tubo unido a un anemómetro, ver Fig. 59, de tal manera que se pudiera medir la velocidad del aire  $\bar{V}_1$  que entraba al flujo, así con la velocidad del aire y el área del aereador  $\bar{A}_1$ , se podía obtener el gasto de aire incluido  $Q_{a_1}$ :



Figura 59. Probeta con aereador, en cuya toma se colocó un tubo unido a un anemómetro.

$$Q_{a_1} = \bar{A}_1 \bar{V}_1 \quad (48)$$

Por otro lado, el gasto de la mezcla agua-aire  $Q_m$  en la sección medidora se obtuvo con la siguiente ecuación:

$$Q_m = V_m A_{\otimes} \quad (49)$$

donde:

$V_m$ , Velocidad de la mezcla.

$A_{\otimes}$ , Área de la sección medidora.

Además de la definición de concentración de aire:

$$c = \frac{Q_a}{Q_a + Q_w} = \frac{Q_a}{Q_m} \quad (50)$$

donde:

$Q_a$ , Gasto de aire.

$Q_w$ , Gasto de agua.

Se puede obtener el gasto de aire medido:

$$dQ_{am} = cdQ_m \quad (51)$$

Entonces se procedió a hacer una serie de mediciones de concentración de aire aguas abajo del aereador, desde la plantilla del canal hasta la profundidad donde ya no se registraba aire en el flujo, obteniéndose relaciones  $c - y_o$  y  $c - Q_m$ . De esta manera si se integra la ecuación 51 se obtiene el gasto de aire medido:

$$\iint_A dQ_{am} = \iint_A cdQ_m \quad (52)$$

### 12.2.2. ZONA EN DESARROLLO. FLUJO PARCIALMENTE AEREADO

La regionalización en la dirección del flujo se hizo en base al criterio de Keller R. y Wood I., 1974. Con objeto de delimitar y analizar las regiones de flujo aereado se utilizarán las siguientes definiciones propuestas por Arreguín F.-Echávez G., 1984.

Tirante límite de la región aireada  $y_{c=0}$ , corresponde al punto donde la concentración es nula.

Tirante de concentración 8.00%,  $y_{c=0.08}$

Tirante de concentración 2.00%,  $y_{c=0.02}$

Tirante de transición  $y_t$ , es el límite entre la región superior e inferior.

Tirante total  $y_T$ , es la profundidad total del flujo aereado, o sea la distancia de la plantilla a la superficie libre del flujo.

Espesor de la capa aireada  $e_{aT}$ , medida desde la superficie libre del flujo al límite inferior de la región aireada, es decir  $e_{aT} = y_T - y_{c=0}$ .

Espesor de la región  $e_{ai}$ , considerada del límite inferior a la zona de transición, o sea  $e_{ai} = y_t - y_{c=0}$ .

Espesor de la región superior  $e_{as}$ , es la región comprendida entre la superficie libre del flujo y la zona de transición,  $e_{as} = y_T - y_t$ .

De los perfiles medidos en cada estación se seleccionaron aquellos que tenían como límite inferior la concentración  $y_{c=0}$ , de esta manera se estableció una relación entre las profundidades  $y_{c=0}$ , y la distancia  $x_f$ . El límite inferior de la región aireada  $y_{c=0}$ , decrece en forma parabólica de acuerdo a la ecuación:

$$\frac{y_{c=0}}{y_o} = 1.823 - 0.118 \frac{x_f}{D_1} + 0.002 \left( \frac{x_f}{D_1} \right)^2 \quad (53)$$

donde:

$y_o$ , es el tirante del flujo no aereado y  $D_1$  es el tirante en el punto de inyección.

$x_f$ , es la distancia entre el aereador y el fondo del canal.

Es importante hacer notar que para que el aire toque la plantilla del canal es necesario que se cumpla la relación  $x_f/D_1 = 35$ , ver Fig. 60, es decir después del punto I de inyección debe existir una distancia de  $x_f = 35 D_1$ , para que el aire toque el fondo del canal. Este dato indica que es difícil proteger una obra sólo con aeración natural, a excepción de obras en que se tengan gastos pequeños, como lo señalan Kudriashov, Zharov, Rozanov y otros, 1983, quienes establecen esta posibilidad para gastos unitarios menores de 9.00 m<sup>2</sup>/s.

También Keller R., Lai K. y Wood I. 1974, señalan de las experiencias obtenidas en un flujo aerado con velocidad de 7.00 m/s que “aparentemente la región aireada nunca constituye más de la mitad del tirante total”.

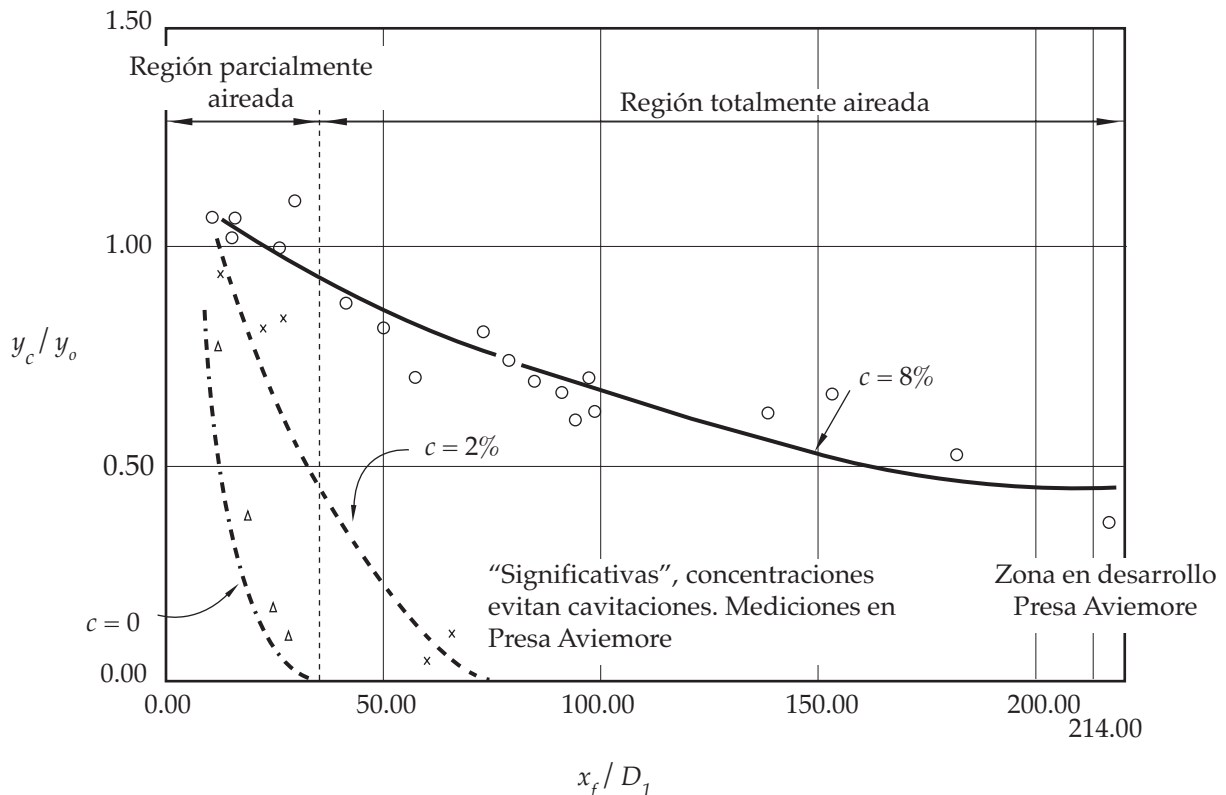


Figura 60. Relación entre tirantes  $y_{c=0.02}$  y  $y_{c=0.08}$  con las condiciones de flujo no aerado, Arreguín F., 1985.

### 12.2.3. ZONA EN DESARROLLO. FLUJO TOTALMENTE AERADO

En esta zona como ya se había indicado el aire ha tocado la plantilla y se desarrolla a partir de  $x_f/D_1 = 35$ . Las definiciones de variables, así como las principales relaciones entre éstas ya han sido señaladas en el inciso anterior.

A diferencia del crecimiento de los parámetros del flujo aerado en la zona parcialmente aireada, en la zona totalmente aireada decrecen. Puede notarse el comportamiento de los tirantes a los cuales la concentración de aire vale 8.00% y 2.00%.

Concentración 8.00%. En este caso se obtiene la ecuación:

$$\frac{y_{c=0.08}}{y_o} = 1.116 - 0.006 \frac{x_f}{D_1} + 0.000014 \left( \frac{x_f}{D_1} \right)^2 \quad (54)$$

Si se utiliza el criterio de la primera derivada, puede obtenerse el punto donde la pendiente de la curva se hace nula, es decir el punto a partir del cual la línea de concentración 8.00% ya no baja, esto sucede en:

$$\frac{x_f}{D_1} = 217 \quad (55)$$

y corresponde a una relación:

$$\frac{y_{c=0.08}}{y_o} = 0.46 \quad (56)$$

la ecuación correspondiente a la concentración del 2.00% es:

$$\frac{y_{c=0.02}}{y_o} = 1.294 - 0.028 \frac{x_f}{D_1} + 0.00012 \left( \frac{x_f}{D_1} \right)^2 \quad (57)$$

y el punto donde la curva de concentración del 2.00% toca la plantilla es:

$$\frac{x_f}{D_1} = 66 \quad (58)$$

Puede notarse de estos resultados que proteger una obra contra cavitación, mediante aeración natural es muy difícil, pues no solo lograr que se tenga una concentración del 2.00% en la plantilla implica que después del punto de inyección, se tenga una longitud  $x_f = 66 D_1$ . La concentración del 8.00% sólo se da hasta la relación  $y_{c=0.08} / y_o = 0.46$ , y no toca la plantilla.

## 12.3. AERACIÓN INDUCIDA

Se llama aeración inducida al fenómeno de inclusión de aire, por medio de dispositivos artificiales construidos en la obra.

### 12.3.1. ANTECEDENTES

*Peterka A. J., 1965*, estudió la relación entre concentración de aire y daños por cavitación para flujo de alta velocidad (30.00 m/s), y encontró que para  $c = 7.40\%$  no se presentan daños en el concreto y que estos son pequeños para  $c = 2.00\%$ , ver Figura sesenta y uno.

### 12.3.2. GEOMETRÍA DE LOS AERADORES

En la Fig. 62, se presenta la geometría de los dispositivos aeradores, y en la Fig. 63 los principales tipos, y algunas formas de ventanas de aeración. Como puede observarse, la ranura, el escalón y el deflector o una combinación de ellos, son las formas más comunes para lograr la separación del agua de la superficie del vertedor.

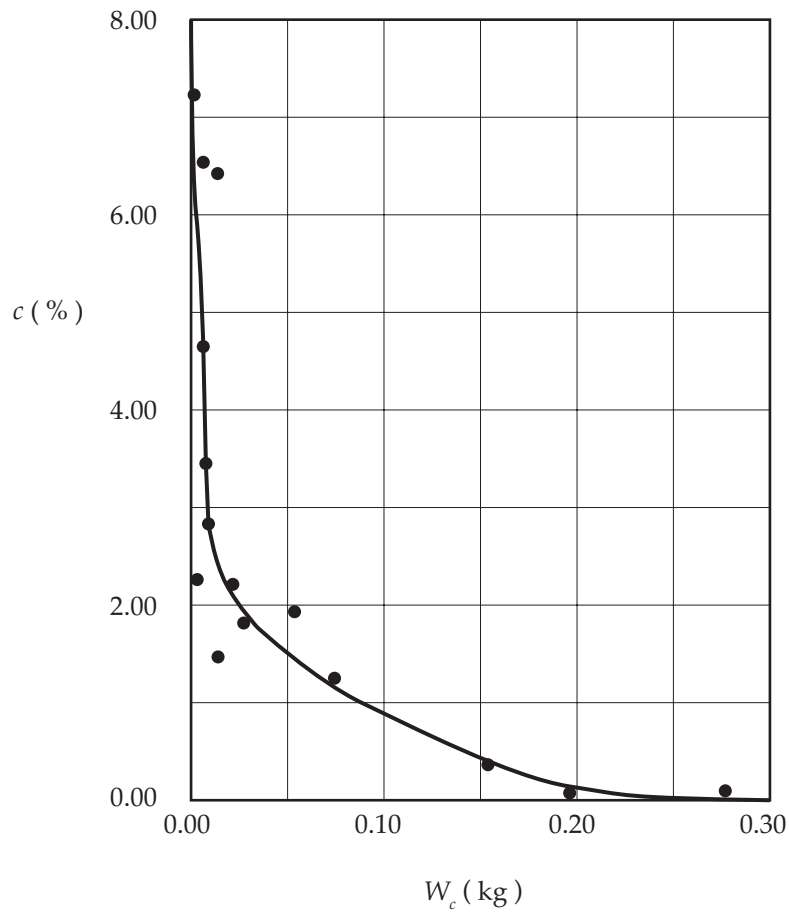


Figura 61. Pérdidas de concreto en peso debidas a cavitación, en función de la concentración de aire, *Peterka, 1965.*

donde:

$W_c$ , Peso del concreto (kg).

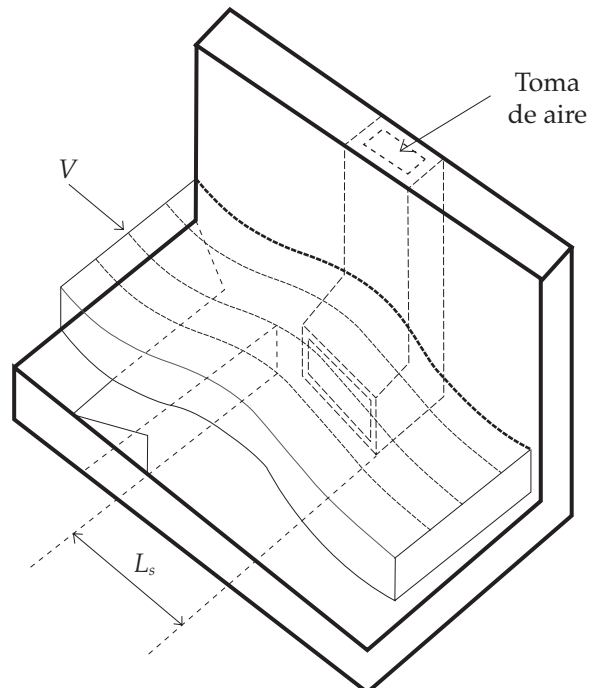
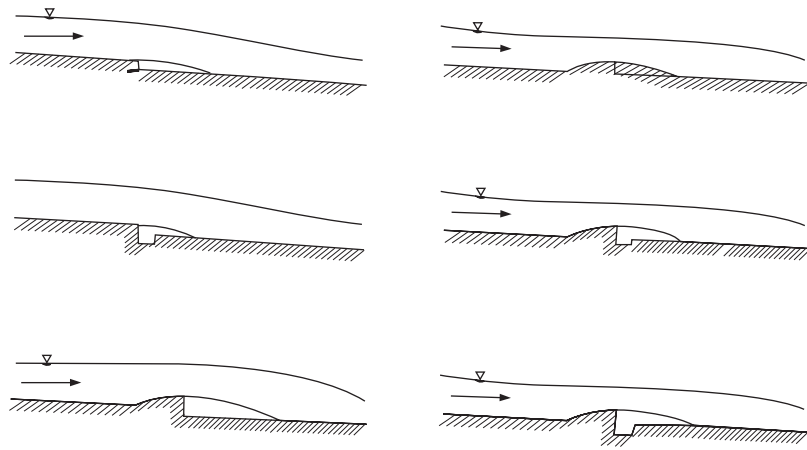


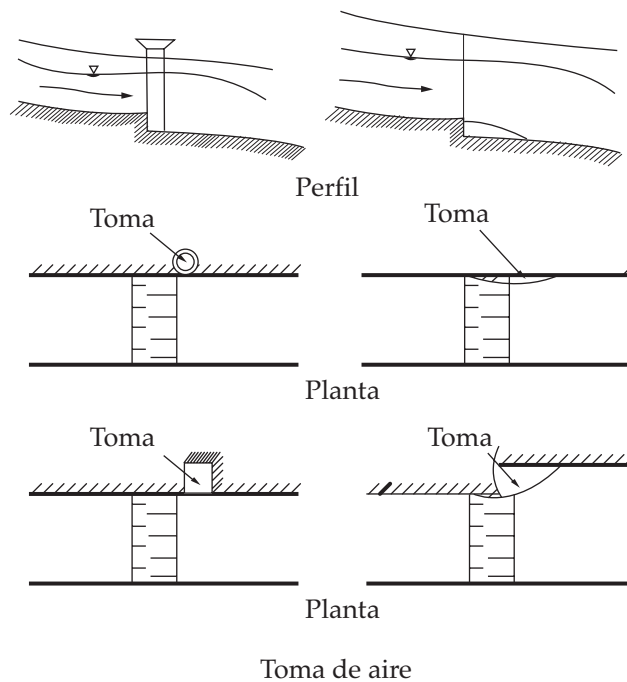
Figura 62. Geometría de los aereadores, *Pinto N.L., 1982.*

donde:

$L_s$ , Longitud del aereador (m).



Tipos básicos: escalones y deflectores



Toma de aire

**Figura 63. Principales tipos de escalones, deflectores y tomas de los aereadores, Pinto N.L., 1982.**

Las ranuras tienen como desventajas que se ahogan con gastos pequeños, provocan áreas expuestas al cortante de poca longitud y su drenaje es deficiente, como ventaja puede decirse que son fáciles de construir sobre todo en túneles.

Los escalones producen pocos disturbios en el flujo, sin embargo el área expuesta al cortante es pequeña con respecto al deflector.

En cuanto a los deflectores puede decirse que introducen grandes cantidades de aire, son útiles para gastos considerables, pueden ser construidos fácilmente en obras en servicio y se han utilizado sobre todo en canales a cielo abierto. Una desventaja es que producen ondas en el flujo.

En general estos tipos de estructuras no se utilizan en forma aislada, sino como combinación de dos o tres de ellos.

### 12.3.3. MECANISMO DE LA AERACIÓN

La mejor descripción del funcionamiento de un aereador la han hecho *Volkart P. y Rutchmann P.*, 1984, de acuerdo a su modelo, el flujo puede dividirse en cuatro zonas:

- a) De aproximación. Es la zona inmediata al aereador, en ésta el flujo puede ser o no aereado, dependiendo de las condiciones aguas arriba, ver Figura 64.
- b) De transición. Que corresponde al flujo sobre el deflector del aereador, esta zona puede reducirse a cero en el caso de escalones o ranuras.
- c) De aeración. A su vez se subdivide en las siguientes zonas:
  - c.1) De turbulencia o cortante. En ésta los esfuerzos cortantes que actúan en las líneas de corriente inferiores son pequeños y el flujo aún es acelerado, sin embargo son suficientes para iniciar el movimiento del aire en la cavidad formada bajo el chorro, se inicia en el labio de la salida del aereador y su final depende de la geometría y de las condiciones de aproximación.
  - c.2) De rocío o spray. En esta zona la energía de la turbulencia es mayor que la de la tensión y se inicia el atrapamiento de aire por parte del flujo.
  - c.3) De mezcla. Se presenta en la zona donde se produce el impacto del chorro contra la plantilla del canal. Vale la pena anotar que hacia aguas arriba de esta zona se produce un retroceso del flujo como lo habían señalado *Echávez G. - Arreguín F.*, 1982, debido a que el chorro se bifurca.
- d) De pérdida de aire o desariación. Es la zona donde el aire empieza a escapar del flujo debido a la flotación de las burbujas.

El comportamiento de la presión en la plantilla del canal bajo la cavidad, así como el cambio en la concentración de aire en las diferentes zonas, se presenta en la misma Figura sesenta y cuatro.

### 12.3.4. DEMANDA DE AIRE

*Hamilton*, 1980, estableció que la demanda de aire de un aereador  $q_a$ , puede calcularse con la ecuación:

$$q_a = K_H V_r L_c \quad (59)$$

donde:

$q_a$ , Volumen de aire demandado por el chorro, por unidad de tiempo y por unidad de ancho del vertedor.

$V_r$ , Velocidad media sobre la rampa.

$L_c$ , Longitud de la cavidad.

$K_H$ , Constante, cuyo valor según *Hamilton*, 1980, se encuentra entre 0.01 y 0.035.

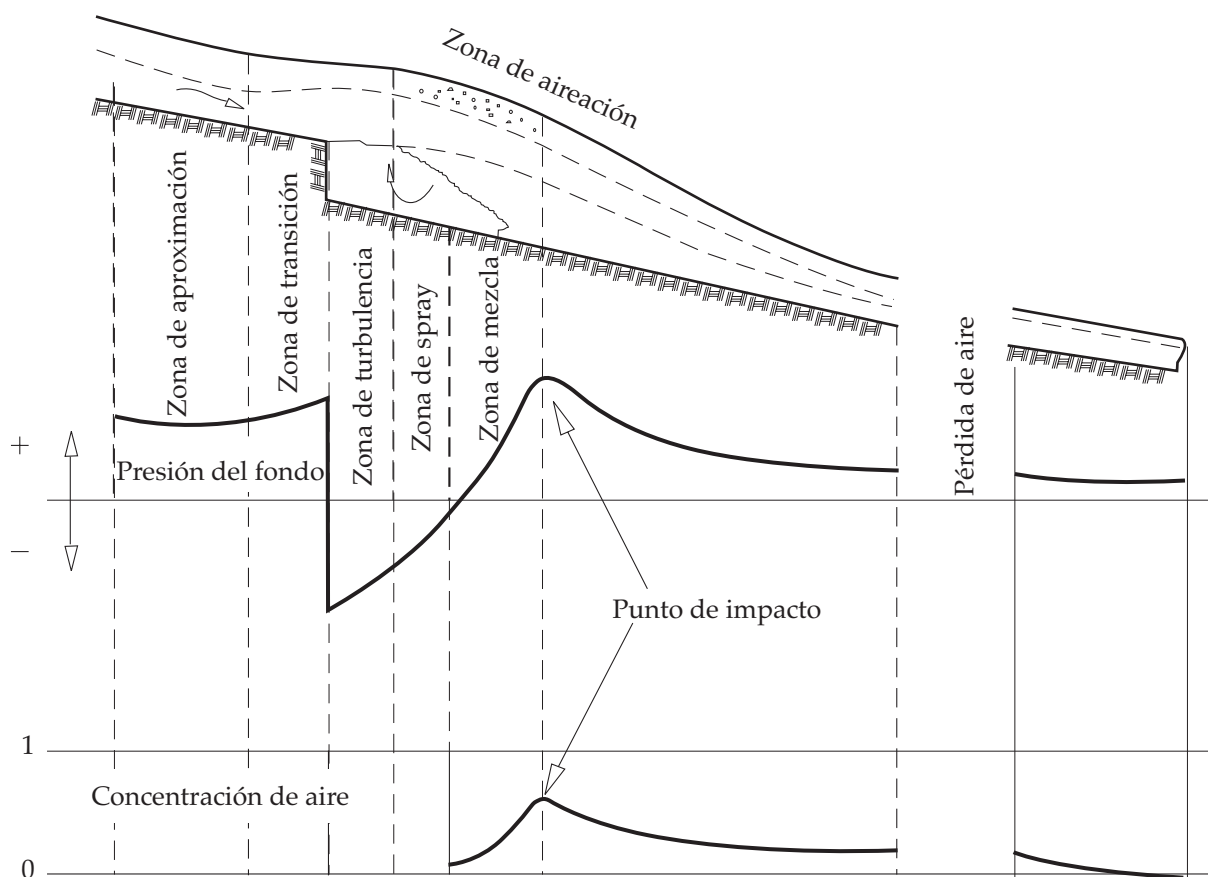


Figura 64. Funcionamiento de aereadores, Volkart P., Rutchmann P., 1983.

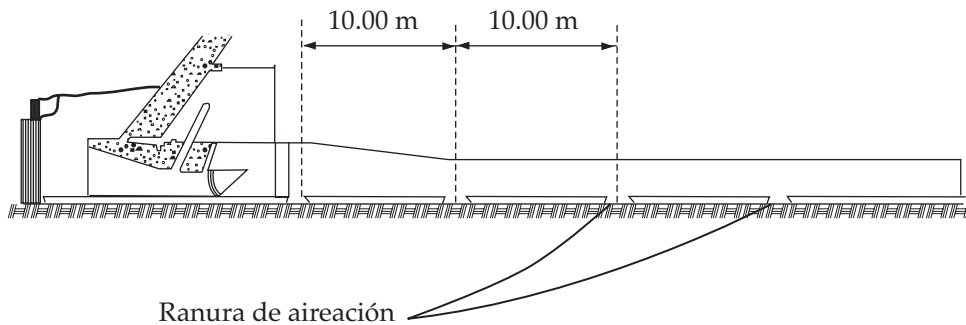
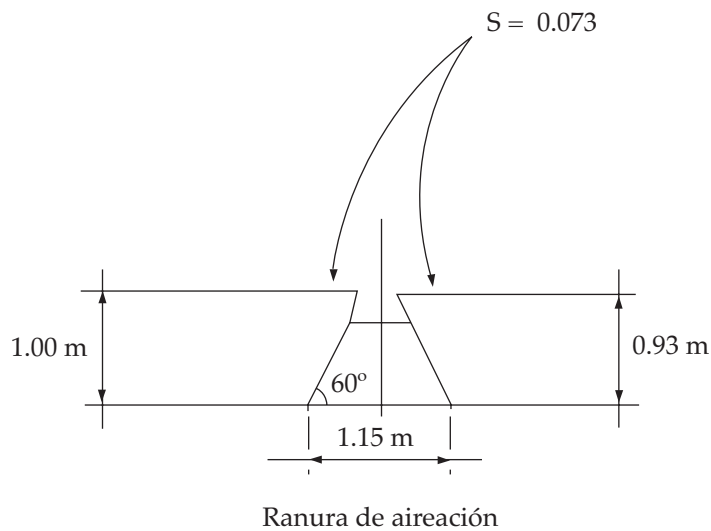
### 12.3.5. ESPACIAMIENTO DE LOS AERADORES

Una vez que el aire es incluido en el agua, las burbujas tienden a ser arrastradas aguas abajo por la corriente, y a subir debido a la flotación de las mismas, además como el flujo es turbulento la difusión tenderá a separar la masa de burbujas.

Así, la concentración de aire será menor conforme el flujo se aleja del aereador disminuyendo con esto la protección que el aire brinda a las superficies expuestas a cavitación. Cuando esto suceda será necesario colocar un nuevo dispositivo aereador, que incluya aire en el flujo y así sucesivamente.

En la presa *Calacuccia*, ver Fig. 65, se colocaron ranuras aereadoras a cada 10.00 m, en una obra diseñada para descargar  $100.00 \text{ m}^3/\text{s}$ , con una carga de 61.40 m. En la presa *Bratsk*, ver Fig. 66, los aereadores se colocaron con una separación de 41.40 m, funcionando aceptablemente para gastos unitarios de  $29.00 \text{ m}^2/\text{s}$ . Aunque existen reportes, Pinto S., Neidert S. H., 1982, de que finalmente no fue necesario construir el aereador aguas abajo, y que sólo con un dispositivo se protegen 100.00 m de vertedor. En la presa *Nurek*, ver Fig. 67, los aereadores se colocaron con separaciones de: 10.00, 12.00, 14.00 y 15.00 m, y se ha concluido después de algún tiempo de operación, que el número de aereadores es excesivo. En la Hidroeléctrica *Foz de Areia*, el espaciamiento de los aereadores fue de 72.00 m y 90.00 m, habiéndose encontrado un funcionamiento adecuado. En la presa *Guri* en Venezuela las distancias protegidas por aereadores varía de 5.00 a 150.00 m. En la P.H. San Roque el espaciamiento entre aereadores, fue de 50.00 m, para tramos donde las velocidades variaban entre 30.00 y 40.00 m/s y de 60.00 m para velocidades mayores.





**Figura 65. Ranuras de aeración en la presa Calacuccia, Arreguín F., 1985.**

### 12.3.6. INCREMENTO DE TIRANTES

Uno de los aspectos que deben revisarse una vez que el flujo se ha aerado, es el incremento del tirante en el mismo, pues esto podría rebasar el bordo libre de los canales o ahogar los túneles en el caso de que los dispositivos se colocaran en obras ya construidas, o bien podrían hacer que el costo de obras nuevas se incrementara hasta límites inadmisibles.

Debe considerarse que el incremento del tirante no solo se debe a la inclusión de aire, sino que el chorro al ser deflectado requerirá un bordo libre o un diámetro mayor en el caso de un túnel, para contener al flujo dentro de la obra.

Un caso que puede dar una buena idea es el de la presa *Bratsk*, en este caso se reporta, *Engineering Report of Design, 1974*, que el tirante en el flujo aerado puede incrementarse al doble sin considerar la zona de rocío, y al triple si se toma en cuenta ésta.

### 12.3.7. IMPACTO DEL CHORRO

Existen reportes del funcionamiento de la P. H. *Yellow Tail*, Gal'perin R.S., 1977, en el sentido de que no se causan daños por este efecto. "No se observaron daños en la superficie de concreto del recubrimiento del túnel en zona de impacto del chorro".

### 12.3.8. FLUCTUACIONES DE PRESIÓN PROVOCADAS POR LOS AERADORES

Las fluctuaciones de presión en el vertedor de la hidroeléctrica *Bratsk* medidas en prototipo son relativamente pequeñas. Las fluctuaciones estándar medidas en la superficie del deflector son del orden de  $\sigma_p = 0.040 - 0.045 \text{ kg/cm}^2$ , con valores máximo de 5 a 6  $\sigma_p$ .

Además las fluctuaciones de presión medidas en diferentes puntos del vertedor tenían poca correlación, *Gal'perin R. S., 1977*, concluye que para el caso específico de esta presa, el efecto de los aeradores sobre la presa es "insignificante".

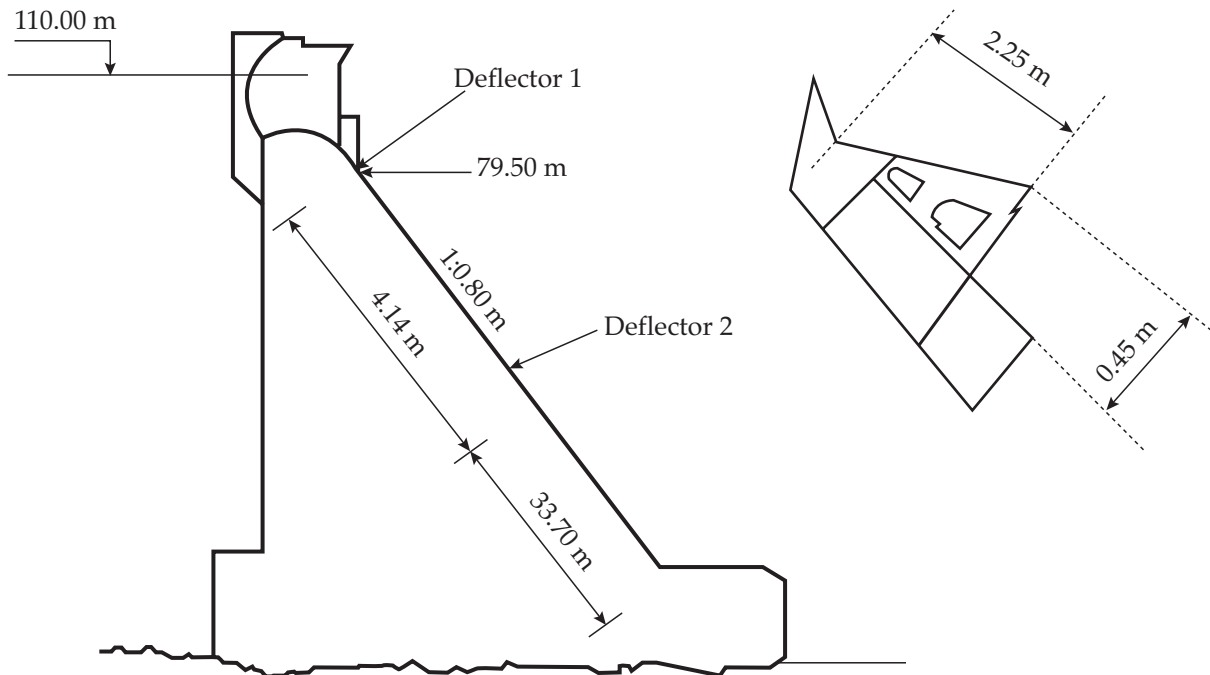


Figura 66. Aeradores de la presa *Bratsk*, *Quintela A. C., 1980*.

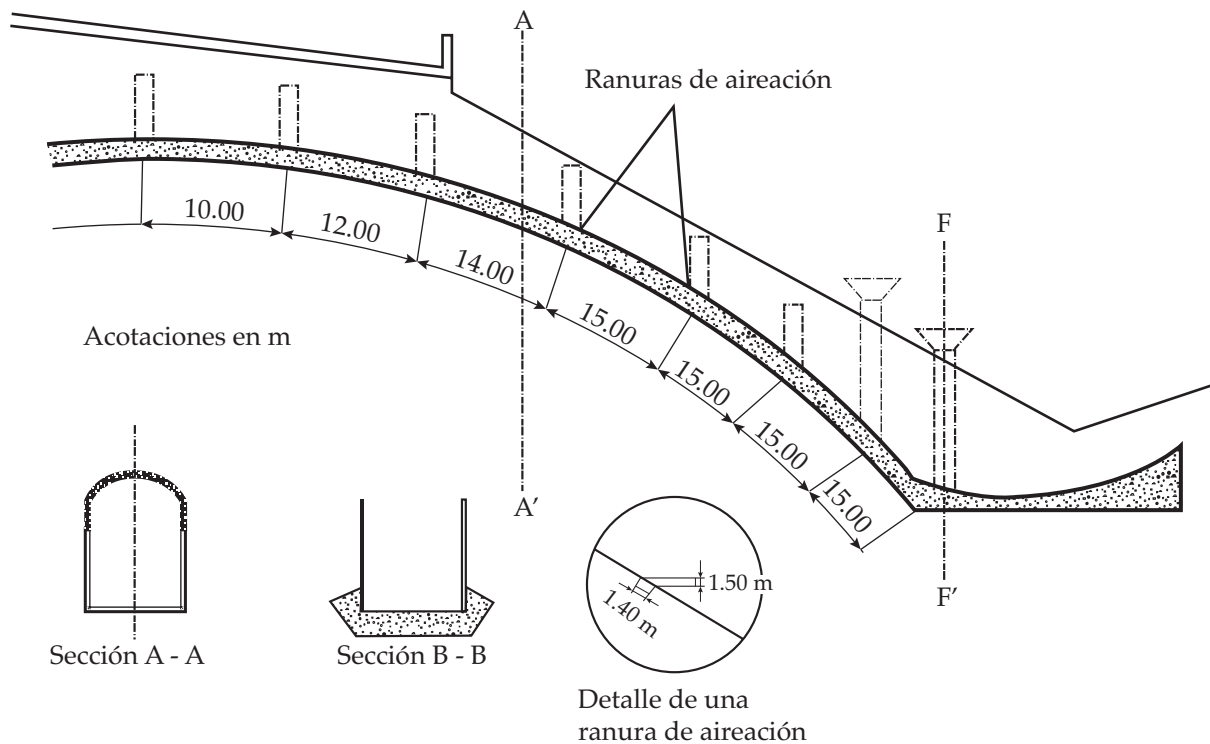


Figura 67. Aeradores de la presa *Nurek*, *Quintela A. C., 1980*.

### 12.3.9. DESAERACIÓN

La pérdida de aire en el flujo se debe básicamente a los efectos de la fluctuación de las burbujas, de la difusión y en el caso de curvas cóncavas verticales de la influencia de la fuerza centrífuga.

*Kudriashov G. V.* y otros, 1983, reportan que en la hidroeléctrica *Bratsk* la pérdida de aire es del 0.40% por metro lineal, en tanto que *Prusza Z., Mantellini P. y Semenkov V.*, 1983, proponen las siguientes relaciones mostradas en la tabla número trece:

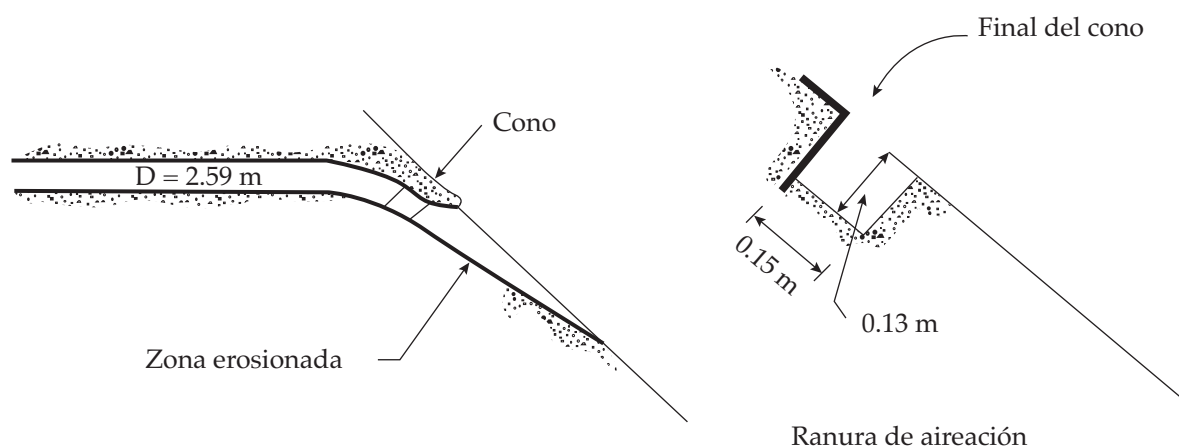
**Tabla No. 13. Porcentajes propuestos para la pérdida de aire por metro lineal.**

Tipo de tramo	Porcentaje de pérdida
Recto	0.15-0.20 % por metro lineal
Cóncavo	0.50-0.60 % por metro lineal
Convexo	0.15-0.20 % por metro lineal

### 12.3.10. AERADORES CONSTRUIDOS

A continuación se presentan algunas de las obras hidráulicas que actualmente cuentan con sistemas de aeración:

*Obra de toma de la presa Grand Coulee.* Tiene un cono al final de la tubería forzada que reduce el diámetro de 2.59 a 2.36 m, y trabaja con cargas de 61.00 a 76.00 m, ver Fig. 68, año con año se presentaban fuertes daños provocados por cavitación, en 1960 se decidió colocar el sistema de aeración y desde entonces no han ocurrido daños.

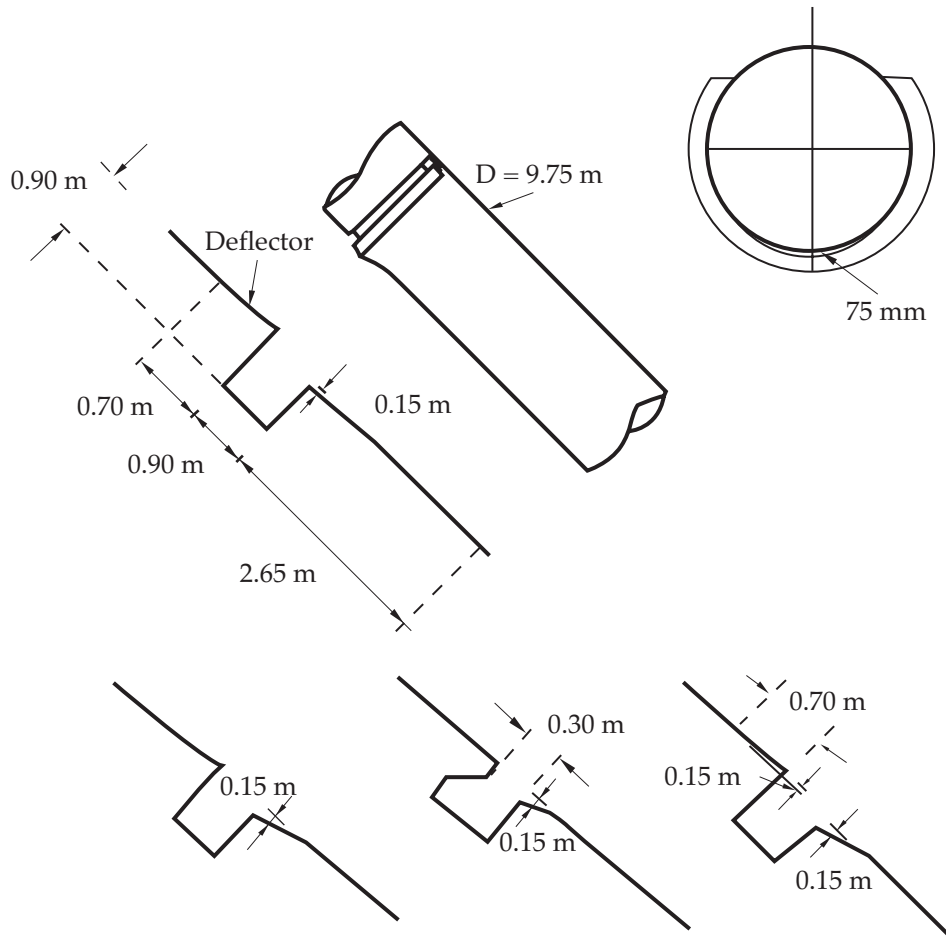


**Figura 68. Ranura de aeración en la presa Grand Coulee, Quintela A. C., 1980.**

*Obra de toma de la presa Calacuccia.* Esta obra diseñada para un gasto de 100.00 m<sup>3</sup>/s, con una carga de 61.40 m, es controlada por compuertas radiales de 1.60 por 2.00 m, y fue construida con una serie de ranuras aereadoras aguas abajo de las compuertas, ver Fig. 65, después de 8000 horas de operación no se registraron daños en el concreto.

*Vertedor de la presa Yellowtail.* Este vertedor en túnel está formado por dos tramos, uno con una inclinación de  $55^\circ$ , unido por medio de una curva vertical con un tramo horizontal que fue parte de la obra de desvío. El diámetro del túnel es de 9.75 m y fue diseñado para un gasto de  $2600.00 \text{ m}^3/\text{s}$ , con una carga de 147.70 m pudiendo alcanzar velocidades de hasta  $49.00 \text{ m/s}$ .

Después de sufrir grandes daños por cavitación, se colocaron aereadores de  $0.90$  por  $0.90 \text{ m}$ , ver Fig. 69. Es importante notar el deflector y el desnivel entre las superficies aguas arriba y aguas abajo del mismo.



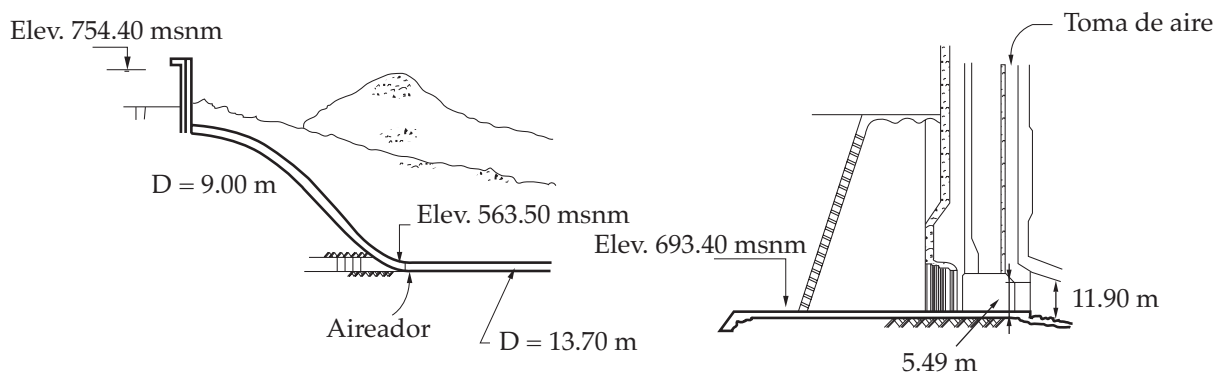
**Figura 69.** Aereadores de la presa Yellowtail, *Quintela A. C., 1980.*

*Obra de toma de la presa Mica.* Esta toma está diseñada para un gasto de  $1000.00 \text{ m}^3/\text{s}$ , con una carga de 61.00 m, ver Fig. 70. En este caso la aeración se logró por medio de escalones o sea por medio de grandes diferencias de nivel entre dos tramos. Se construyeron dos aereadores, el primero después de las compuertas con un desnivel de 2.75 m y el segundo aguas debajo de la curva vertical, con una diferencia de niveles de 4.50 m.

*Vertedor de la presa Bratsk.* Esta presa de concreto de 100.00 m de altura, tiene una rápida con pendiente de 1.00:0.80, ver Fig. 66. En el vertedor existe un aereador colocado 30.00 m aguas abajo de la cresta, es un deflector hueco y el aire es incluido por la zona de separación en las pilas.

*Vertedor de la presa Nurek.* Este vertedor en túnel con diámetro de 10.00 m, fue diseñado para un gasto de 2400.00 m<sup>3</sup>/s y el flujo puede llegar a alcanzar velocidades de 42.00 m/s, ver Fig. 67, cuenta con 8 aereadores cuya geometría se presenta en la misma figura.

*Vertedor de la presa Guri.* En esta presa se han incluido una serie de aereadores de diferente tipo: rampas, escalones y combinaciones de ellos, alimentados desde las pilas de las compuertas, o por medio de ventanas en las paredes, con lo cual se ha logrado reducir al mínimo los daños por cavitación que frecuentemente se presentaban.



**Figura 70. Sistema de aeración en la presa Mica, Arreguín F., 1985.**

*Vertedor de la presa Foz de Areia.* Esta presa de enrocamiento de 160.00 m de altura, tiene un vertedor de 400.00 m de largo por 70.60 m de ancho, diseñado para descargar 11000.00 m<sup>3</sup>/s, el cual fue protegido con tres rampas aereadoras, los resultados indican que la aeración ha inhibido casi totalmente a la cavitación.

*La presa San Roque, Eccher L., Siegenthaler A., 1982,* tiene un vertedor diseñado para descargar 12800.00 m<sup>3</sup>/s, el canal de descarga mide 105.00 m de ancho y 550.00 m de largo, con una pendiente máxima de 1:4, y pueden producirse velocidades de hasta 45.00 m/s. Para evitar erosión por cavitación en el vertedor se construyeron tres aereadores con deflector.

*Vertedor de la presa General Ramón Corona, Trigomil, Jalisco, México.* El vertedor se aloja en el centro de la sección gravedad, y fue diseñado para una avenida de diez mil años de período de retorno, gasto de 4 000.00 m<sup>3</sup>/s y una longitud de 75.00 m. A la elevación 160.00 msnm de la rápida se construyó un aereador para evitar el riesgo de cavitación. Este tipo de dispositivo es el primero que se diseña y construye en México, Arreguín, 2005, ver Figuras setenta y uno y setenta y dos.

PRESA TRIGOMIL 2  
EDO. DE JALISCO

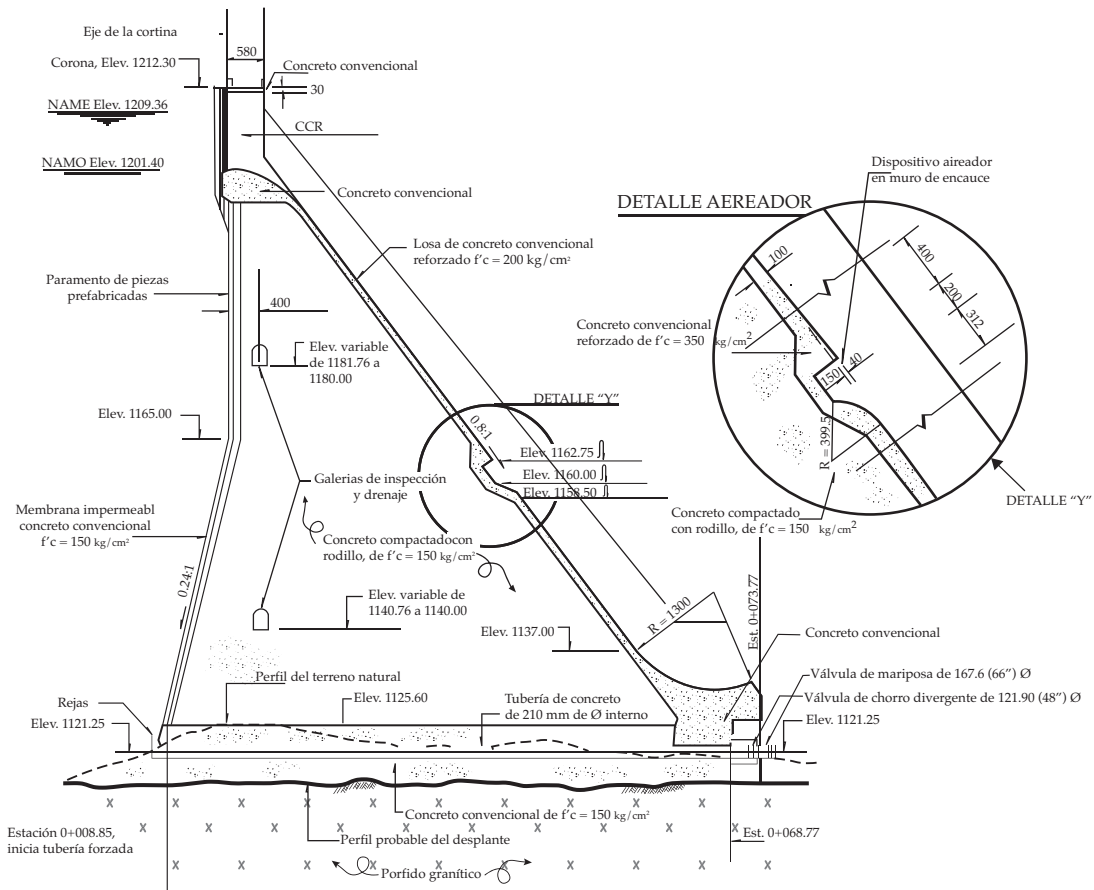
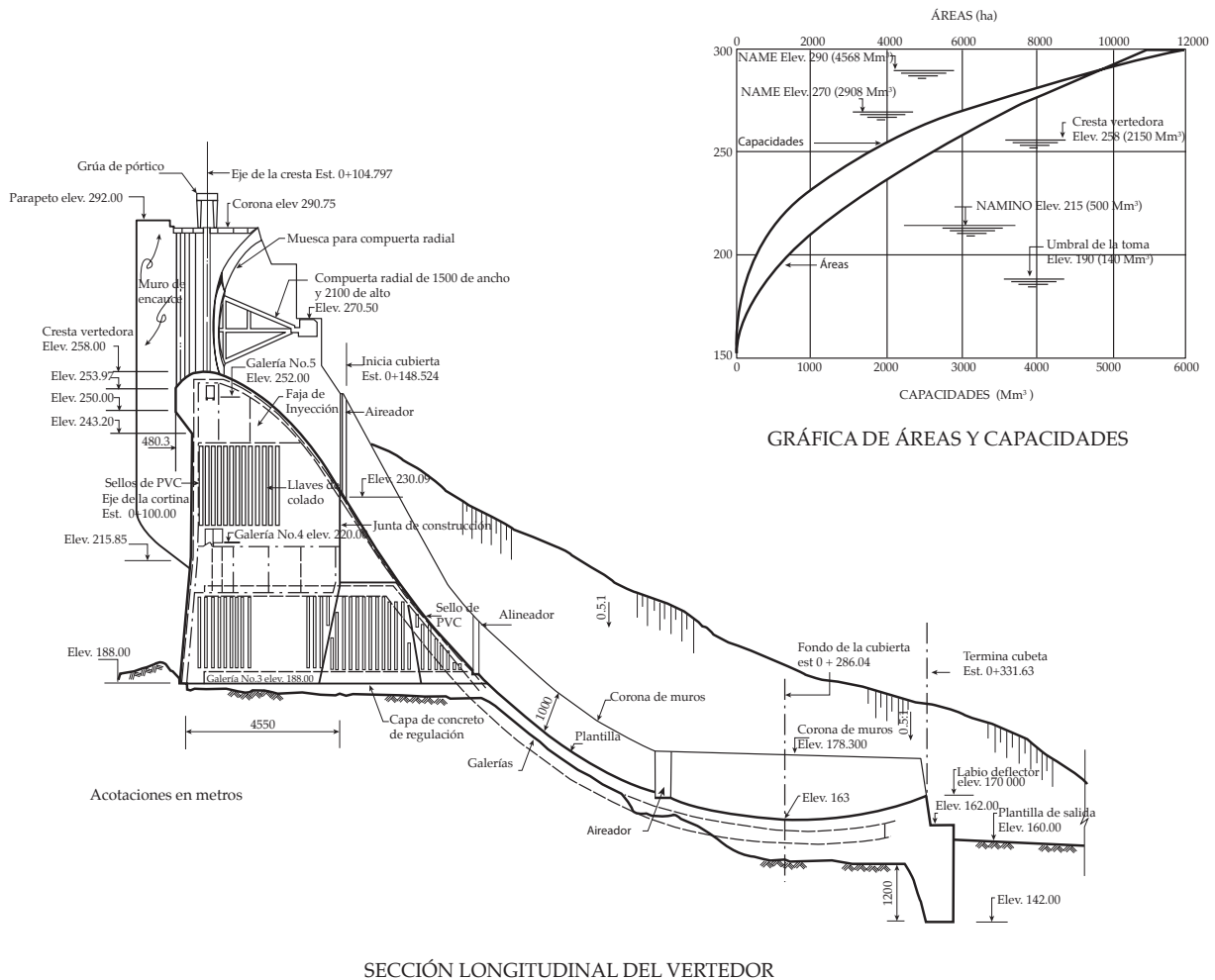


Figura 71. Aerator de la presa Trigomil, México, CONAGUA, 1999.



Figura 72. Aerator de la presa Trigomil, México, CONAGUA, 1999.

Vertedor de la presa Luis Donaldo Colosio, "Huites", Sinaloa, México. Esta estructura tiene cuatro compuertas de 15.50 por 21.00 m, con dos canales de descarga y está situada en la parte izquierda de la cortina sección gravedad, diseñada para un gasto de 22,445.00 m<sup>3</sup>/s, cuenta con tres aereadores, ver Figs. 73 y 74, en esta última puede verse el funcionamiento adecuado de los aereadores.



**Figura 73. Sección longitudinal del vertedor de la presa Luis Donaldo Colosio, obsérvense los tres aereadores, CONAGUA, 1999.**



Figura 74. Aereadores de la presa Huites, CONAGUA, 2005.



Figura 75. Aereadores de la presa Aguamilpa.

Vertedor del P. H. Aguamilpa, Nayarit, México. La presa Aguamilpa, ubicada sobre el río Santiago, tiene un vertedor con seis compuertas de 12.00 por 19.00 m, con dos canales de descarga, para un gasto de 14 936 m<sup>3</sup>/s, está provisto con un aereador a 48.00 m del cimacio, ver Figura setenta y cinco.





**Figura 76. Aereador de la presa Corral de Palmas en el Estado de Nuevo León.**

*Vertedor de la presa Corral de Palmas, Nuevo León, México.* Esta presa construida para controlar las avenidas del río Santa Catarina que afectan a la ciudad de Monterrey, tiene un vertedor de cresta libre con longitud de 80.00 m, diseñado para un gasto de 2 660 m<sup>3</sup>/s, provisto de un aereador a 48.00 m del cimacio, ver Figura setenta y seis.



**Figura 77. Aereadores de la P.H. el Cajón, CFE, 2005.**

*P. H. El Cajón, Nayarit, México.* El proyecto hidroeléctrico el Cajón, construido sobre el río Santiago, Nayarit, tiene un vertedor diseñado para un gasto de  $14\,864\text{ m}^3/\text{s}$ , cuenta con cinco aereadores que se ubican a cada 100 m, el primero de ellos a 242 m de la cresta vertedora, están constituidos por un escalón deflector y una rampa, a todo lo ancho de los canales, ver Figura setenta y siete.

### 12.3.11. COMPORTAMIENTO DEL AIRE DESPUÉS DE UN AERADOR

Para conocer el comportamiento de la concentración de aire en el sentido del eje del conducto, es necesario establecer relaciones que incluyan entre otras variables a la distancia  $x_f$  y el gasto de aire  $q_a$  inducido por el aereador. Una forma de atacar este problema es resolver la ecuación de difusión.

*Carshaw y Jaeger, 1947*, propusieron una solución para la ecuación de difusión, para calcular la distribución de concentración o temperatura aguas abajo de una línea fuente dada, esta solución es la siguiente:

$$c(x_e, y_e) = \frac{q_a}{2\pi D_x} K_o \left( \frac{\bar{U} \sqrt{x_e^2 + y_e^2}}{2D_x} \right) \exp \left( \frac{\bar{U}_x}{2D_x} \right) \quad (60)$$

donde:

$c(x_e, y_e)$ , Concentración en el punto  $(x_e, y_e)$ .

$D_x$ , Coeficiente de difusión.

$K_0$ , Función modificada de *Bessel* de segunda clase y orden cero.

$\bar{U}$ , Velocidad del agua.

$\bar{U}_x$ , Velocidad del agua en la componente horizontal.

Además  $K_0(x_e)$  se define así:

$$K_0(x_e) = -\left\{\ln(x/2) + \gamma_e\right\} I_0(x_e) + \frac{x_e^2}{2^2} + \frac{x_e^4}{2^2(4^2)}(1+1/2) + \frac{x_e^6}{2^2(4^2)(6^2)}(1+1/2+1/3) + \dots \quad (61)$$

donde:

$\gamma_e$ , Constante de *Euler* y vale 0.5772156.

$I_0$ , Función modificada de *Bessel* de primera especie y orden cero, definida de la siguiente manera:

$$I_0(x_e) = +\frac{x_e^2}{(2^2)} + \frac{x_e^4}{(2^2)(4^2)} + \frac{x_e^6}{(2^2)(4^2)(6^2)} + \dots \quad (62)$$

Como en este caso en particular interesa conocer la concentración de aire cerca de la plantilla, es decir los valores  $y_e/x_e$  son pequeños, la ecuación 60 puede transformarse de acuerdo con *Hinze, J.O., 1975*, como se muestra a continuación:

$$c(x_e, y_e) = \frac{q_a}{2\sqrt{\pi D_x \bar{U}_x}} \exp\left(-\frac{\bar{U} y_e^2}{4D_x x_e}\right) \quad (63)$$

dado que cuando  $y_e \rightarrow 0$ ,  $\exp\left(-\frac{\bar{U} y_e^2}{4D_x x_e}\right) \rightarrow 1$  entonces la ecuación 63 se reduce a:

$$c(x_e, y_e) = \frac{q_a}{2\sqrt{\pi D_x \bar{U}_x}} \quad (64)$$

despejando  $D_x$ :

$$D_x = \frac{q_a^2}{4\pi c^2 \bar{U}_x} \quad (65)$$

Para calcular los coeficientes de difusión se hicieron mediciones en la instalación de alta velocidad, con el equipo y en la forma que se indicó anteriormente.

Con las mediciones hechas y con el auxilio de la ecuación 65 se obtuvieron los coeficientes de difusión  $D_x$ , en la Fig. 78, se presenta la relación  $x_e/y_e - D_x/q_a$  donde  $x_e$  es la distancia del aerador a la zona de interés, e  $y_e$  es el tirante para el flujo teórico no aerado. En este caso  $D_x \otimes q_a$  aumenta con  $x_e/y_e$ .

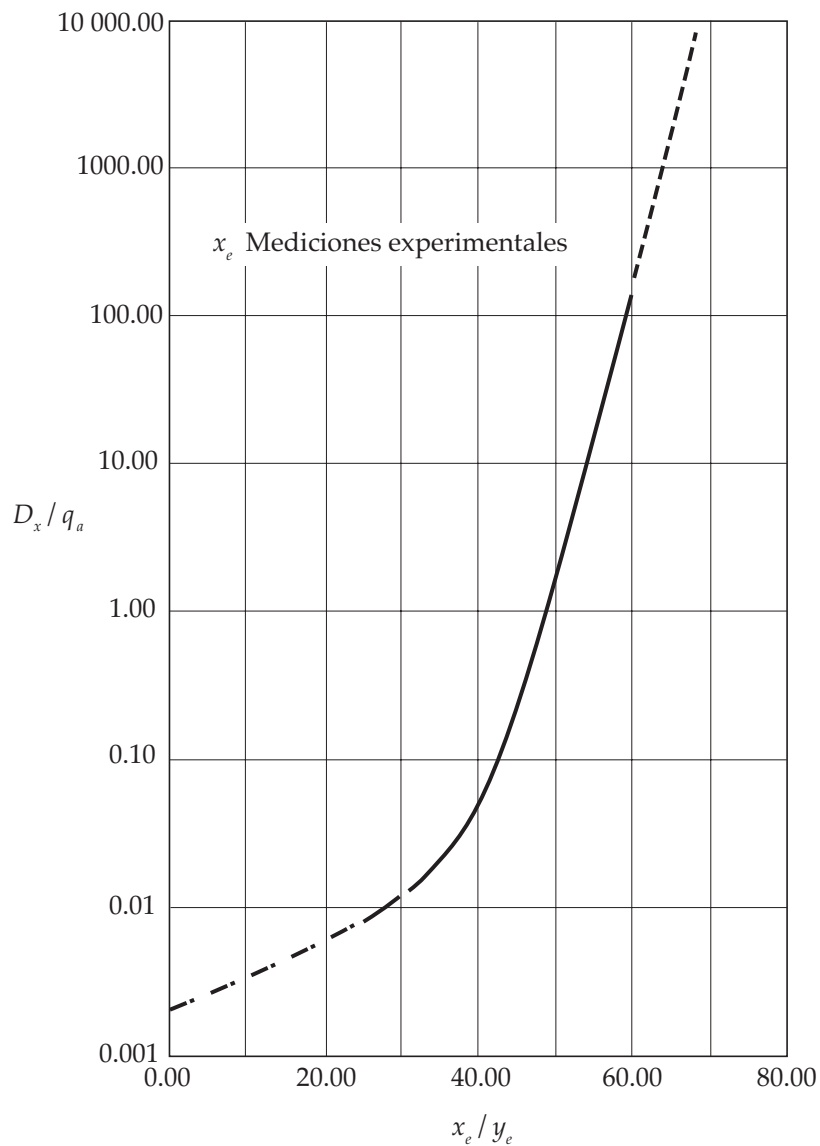


Figura 78. Relación  $x_e/y_e - D_x/q_a$  para el canal de alta velocidad, Arreguín F., 1985.

### 12.3.12. MÉTODO PROPUESTO POR ARREGUÍN F., 1985

Para conocer la concentración de aire "c" cerca de la plantilla a diferentes distancias del aereador se propone el siguiente método:

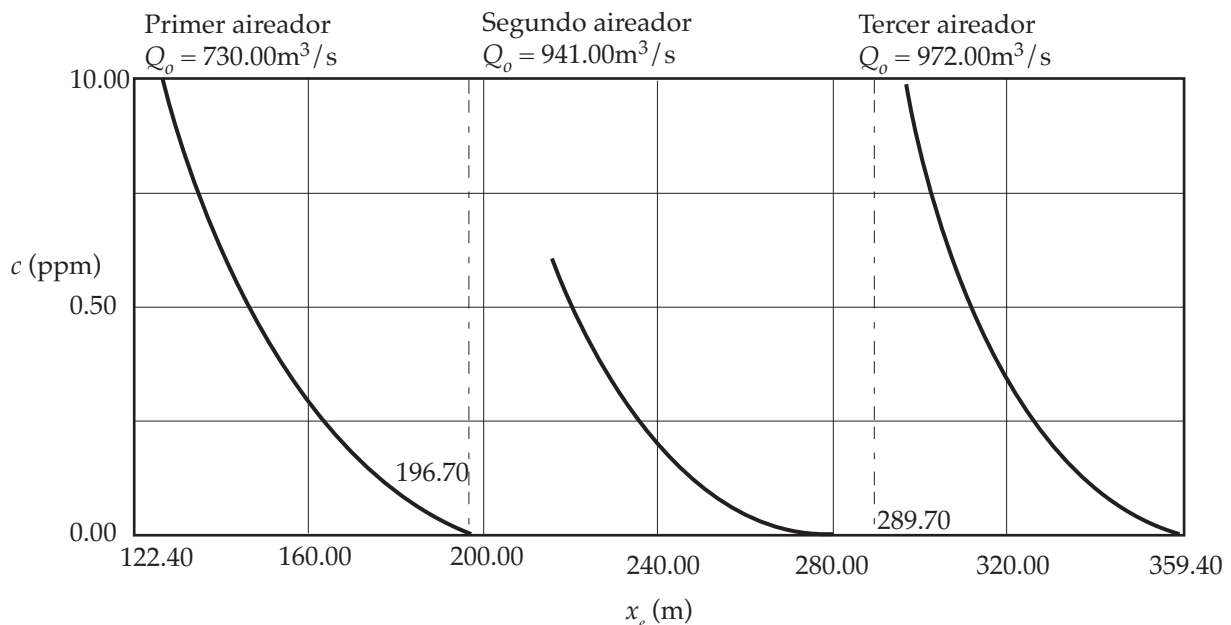
1. Calcular el perfil teórico del agua sin aire incluido.
2. Obtener la velocidad  $v$  y la relación  $x_e/y_e$ .
3. Con el auxilio de la Fig. 78 obtener  $D_x/q_a$ .
4. Calcular  $q_a = Q_a/b$ .
5. Obtener  $D_x$ .
6. Con la ecuación 64 calcular la concentración  $c$  en la sección de interés, considerando que  $D_x$  es función de  $x_e$ , y por lo tanto es necesario calcularlo en cada estación.

Si lo que interesa es calcular la distancia entre aereadores, se debe aplicar el método hasta encontrar la concentración prefijada para proteger la obra.

**Ejemplo 9. Revisar la separación de los aereadores de las siguientes presas, utilizando el método de Arreguín F.**

- a) La P.H. *Foz de Areia*, Brasil, Pinto S., Neidert S. H., 1982.
- b) La P.H. *Guri*, Venezuela, Marcano, Castillejo, 1984.
- c) Un modelo de la Presa San Roque, *Eccher L., Siegenthaler A., 1982.*

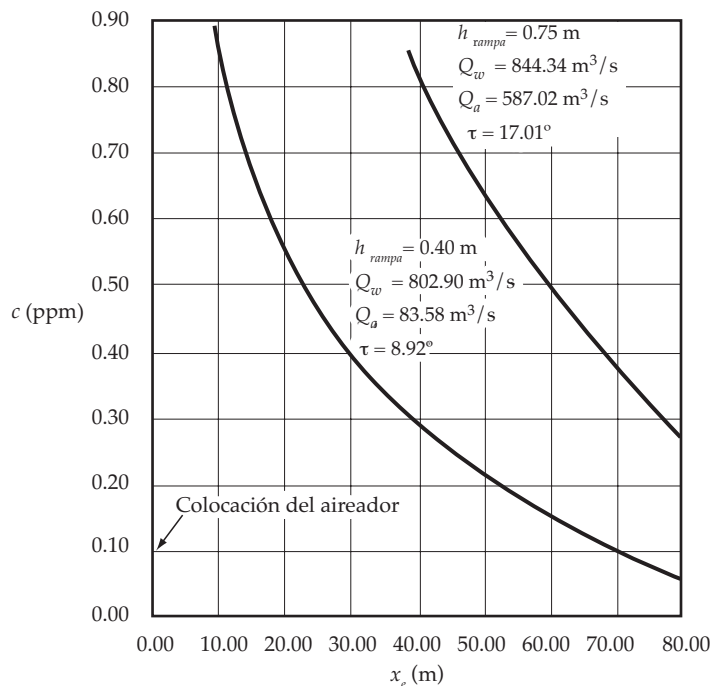
Para el caso de la presa Foz de Areia se obtuvieron las concentraciones a partir de los aereadores. En la Fig. 79, puede observarse que de acuerdo al método propuesto para un gasto de 3300.00 m<sup>3</sup>/s la distancia entre el primer y segundo aereador está totalmente protegida, pues a este último llega una concentración mayor del 2.00%, la distancia entre el segundo y tercer aereador, y entre éste y la cubeta deflectora, tendrían algunos problemas de cavitación en los últimos metros.



**Figura 79. Concentraciones de aire c contra distancia a partir de los aereadores. Presa Foz de Areia, Brasil. Q = 3300.00 m<sup>3</sup>/s, Arreguín F., 1985.**

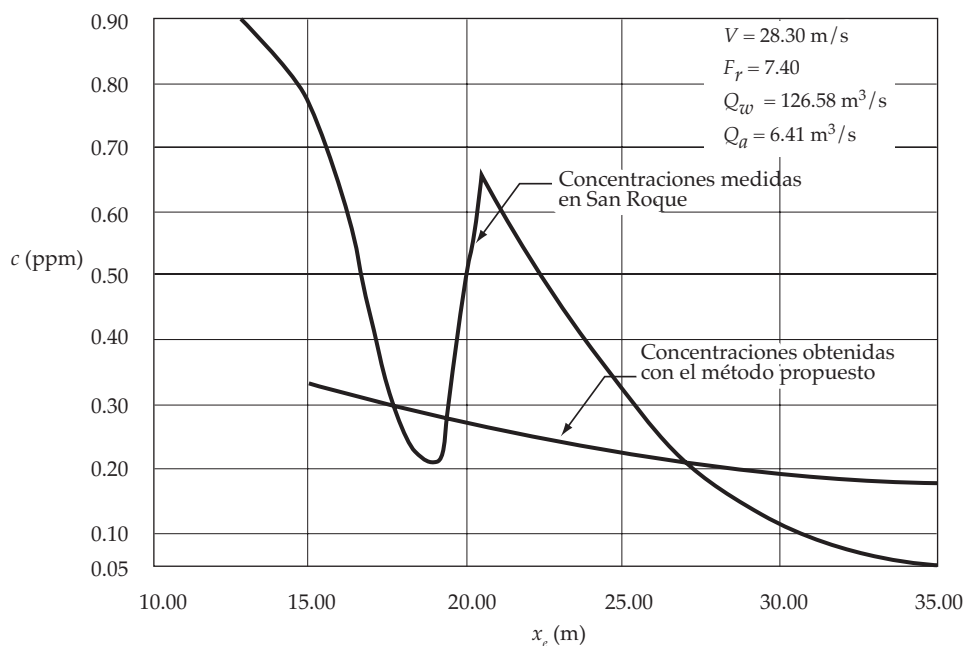
Para la presa *Guri* se obtuvo la variación de la concentración, para aereadores con diferente ángulo de deflector, ver Fig. 80, en esta puede observarse además, como ya se había anotado la influencia de dicho ángulo sobre la cantidad de aire incluido.

En el caso de la presa San Roque se hicieron mediciones de concentración de aire en modelo, estos son comparados con los obtenidos aplicando el método propuesto, ver Fig. 81. Como puede notarse en este caso la coincidencia no es muy buena, sin embargo son dudosas las mediciones reportadas, pues existen zonas donde la concentración se incrementa sin razón aparente.



**Figura 80. Concentraciones para aereadores con diferente altura de rampa en el vertedor de la presa Guri, Venezuela, Arreguín F., 1985.**

donde:  $\tau$ , Ángul de la rampa con la horizontal ( $^{\circ}$ )



**Figura 81. Comparación de las mediciones hechas en el modelo de la presa San Roque y las obtenidas con el método propuesto, Arreguín F., 1985.**

### 12.3.13. PERFIL DEL CONDUCTO Y BORDE LIBRE

El perfil longitudinal del conducto de descarga en el caso de un canal a cielo abierto debe adaptarse a las condiciones geológicas y topográficas del sitio. Se recomienda que siempre se haga en corte y de ser posible sobre roca sana. Su perfil se traza con tramos rectos unidos por medio de curvas verticales. Cuando sean necesarias las curvas verticales convexas, éstas deben ser bastante tendidas para evitar presiones negativas en la plantilla y la separación del flujo. Para que no se presente separación en la plantilla de la curva, ésta debe seguir la ecuación de la trayectoria de un chorro inclinado:

$$y_s = x_s \tan \alpha + \frac{x_s^2}{6(d_c + h_c) \cos^2 \alpha} \quad (66)$$

donde:

$d_c + h_c$ , Energía específica del escurrimiento al principio de la curva.

$x_s, y_s$ , Coordenadas de la curva referida a un sistema cartesiano con origen en el inicio de la curva y el eje Y dirigido hacia abajo.

$\alpha$ , Ángulo de la plantilla del canal al inicio de la curva.

En las curvas verticales cóncavas se recomienda que la plantilla del conducto se defina por medio de un arco circular con radio  $R$ , lo suficientemente grande para reducir las fuerzas dinámicas que producen presiones positivas altas sobre la plantilla. El radio  $R$  debe ser el valor más grande de:

$$R \geq 0.215 d_c V_c^2 \quad (67)$$

$$R \geq 10 d_c \quad (68)$$

donde:

$d_c$ , Tirante del flujo a la entrada de la curva.

$V_c$ , Velocidad del flujo a la entrada de la curva.

$\curvearrowright$ , Radio de curvatura.

Además se recomienda que la liga entre el pie del cimacio y el canal de descarga sea una curva circular con un radio no menor de cinco veces el tirante, y que la plantilla del codo vertical entre la rama inclinada y horizontal de un túnel de descarga no tenga un radio menor que 2.5 veces el diámetro del conducto.

Finalmente en el diseño del canal de descarga deberá considerarse un bordo libre ( $BL$ ), que de acuerdo al *USBR*, puede calcularse con la ecuación:

$$BL = 0.60 + 0.037 V d^{1/3} \quad (69)$$

donde:

$BL$ , Bordo libre (m).

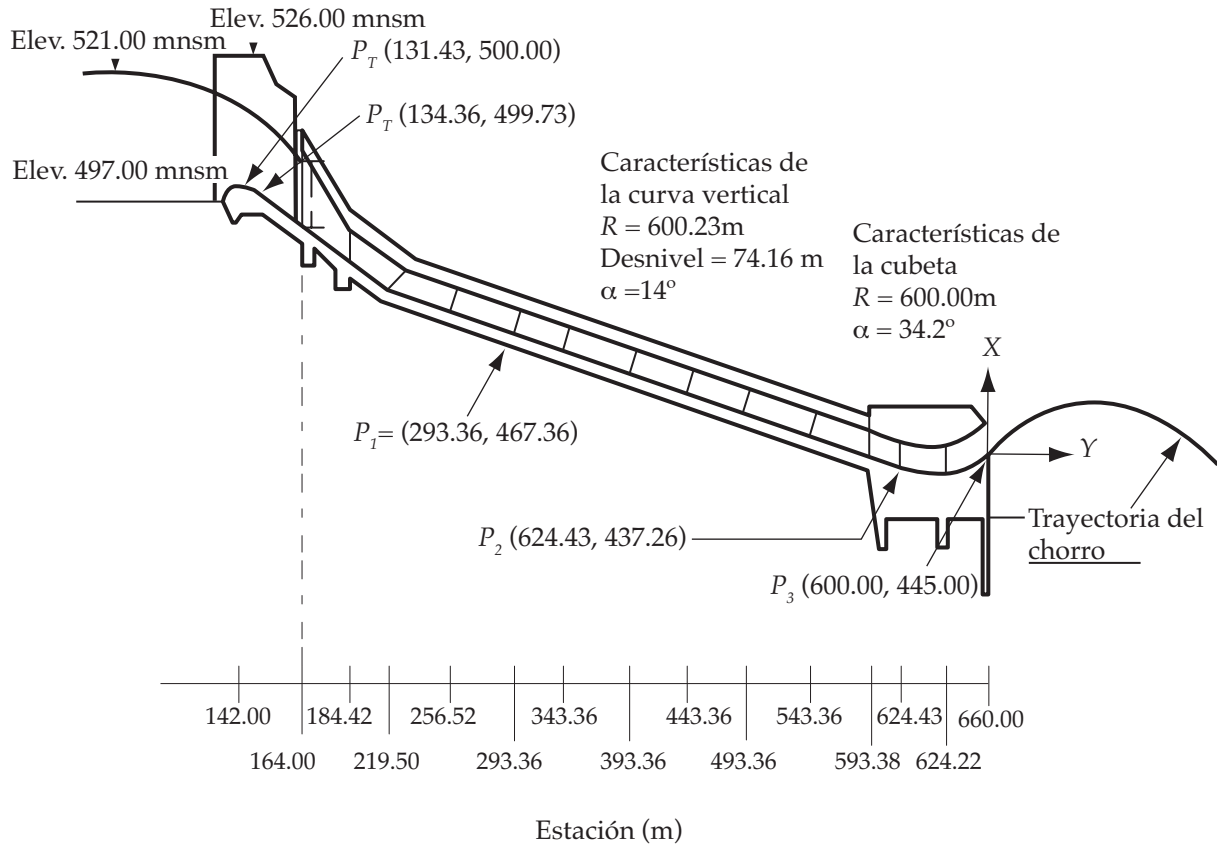
$\curvearrowright$ , Tirante hidráulico (m).

$V$ , Velocidad del agua (m/s).

Es recomendable también evitar curvas horizontales en estos casos, pues los flujos de alta velocidad provocarían trayectorias helicoidales en el flujo.

Si el conducto de descarga es un túnel, se diseñará para trabajar parcialmente lleno en toda su longitud, por lo tanto, su pendiente debe garantizar que el área hidráulica máxima sea el 75 % del área total del túnel.

**Ejemplo 10.** Calcular el perfil del agua para el canal de descarga mostrado en la Fig. 82. Se tiene un gasto de diseño de  $Q_o = 5000.00 \text{ m}^3/\text{s}$ . La sección del canal es trapecial con una base  $b = 43.40 \text{ m}$  y taludes  $0.25:1.00$ . El coeficiente de rugosidad de *Manning* es  $n = 0.014$ . El cimacio fue diseñado con el criterio de *USACE*, con talud aguas arriba vertical. El tirante  $d_2$  en la estación 164.00 es 5.964 m.



**Figura 82. Datos del Ejemplo No.10.**

**Solución:**

EL cálculo del perfil del agua se realizó a partir de la estación 164.00, haciendo las correcciones por curvatura, en los tramos comprendidos entre las estaciones 164.00 a 256.52 y 642.22 a 660.00, como se aprecia en la Fig. 82, el cálculo se presenta en la Tabla número catorce.



Tabla No.14 Cálculo del perfil con correcciones por curvatura.

Estación (m)	Z (m)	d (m)	d cos τ (m)	A (m <sup>2</sup> )	P <sub>m</sub> (m)	R <sub>h</sub> (m)	V <sup>2</sup> /2g (m)	E (m)	S <sub>f</sub>	S <sub>fm</sub>	dV <sup>2</sup> /gr (m)	H' <sub>f</sub> (m)	Δx (m)	h <sub>f</sub> (m)	H <sub>f</sub> (m)
164.00	490.78	5.96		267.73	56.74	4.72	17.78	23.74	0.00864				0.00		514.52
184.42	484.65	5.0	4.86	226.81	54.75	4.14	24.78	29.63	0.01432	0.01148		514.29	20.42	0.23	514.29
219.50	474.13	4.30	4.12	191.18	53.01	3.62	34.86	39.46	0.02424	0.01928	0.50	513.59	35.01	0.68	513.61
256.52	470.76	4.16	4.15	184.97	52.71	3.52	37.24	41.90	0.02685	0.02555	0.52	512.66	37.31	0.95	512.66
293.36	467.41	4.04	4.02	179.24	52.43	3.42	39.66	44.21	0.02961	0.02823	0.53	511.62	36.84	1.04	511.62
343.36	462.86	3.87	3.85	171.49	52.04	3.30	43.38	47.18	0.03398	0.03180		510.03	50.04	1.59	510.03
393.36	458.31	3.75	3.73	166.06	51.77	3.21	46.21	49.94	0.03757	0.03577		508.25	50.00	1.79	508.24
443.36	453.76	3.64	3.63	161.43	51.55	3.132	48.89	52.52	0.04103	0.03930		506.28	50.00	1.97	506.27
493.36	449.21	3.55	3.54	157.45	51.35	3.07	51.40	54.94	0.04437	0.04270		504.15	50.00	2.14	504.14
543.36	444.66	3.48	3.46	154.01	51.18	3.01	53.72	57.19	0.04756	0.04596		501.85	50.00	2.30	501.84
593.36	440.11	3.41	3.40	151.00	51.03	2.96	55.89	59.28	0.05059	0.04907		499.39	49.99	2.45	499.39
624.43	437.28	3.39	3.38	150.17	51.00	2.95	56.51	60.52	0.05148	0.05103	0.64	497.81	31.00	1.58	497.81
642.22	435.66	3.37	3.36	149.23	50.94	2.93	57.22	61.22	0.05249	0.05199	0.64	496.88	17.79	0.93	496.88
660.00	443.66	3.66	3.34	162.15	51.58	3.14	48.47	52.34	0.04047	0.04648	0.59	496.00	17.88	0.83	496.05

\* Valores afectados debido al ajuste por curvatura

**Ejemplo 11.** Calcule el bordo libre de la estructura hidráulica del Ejemplo No. 10.

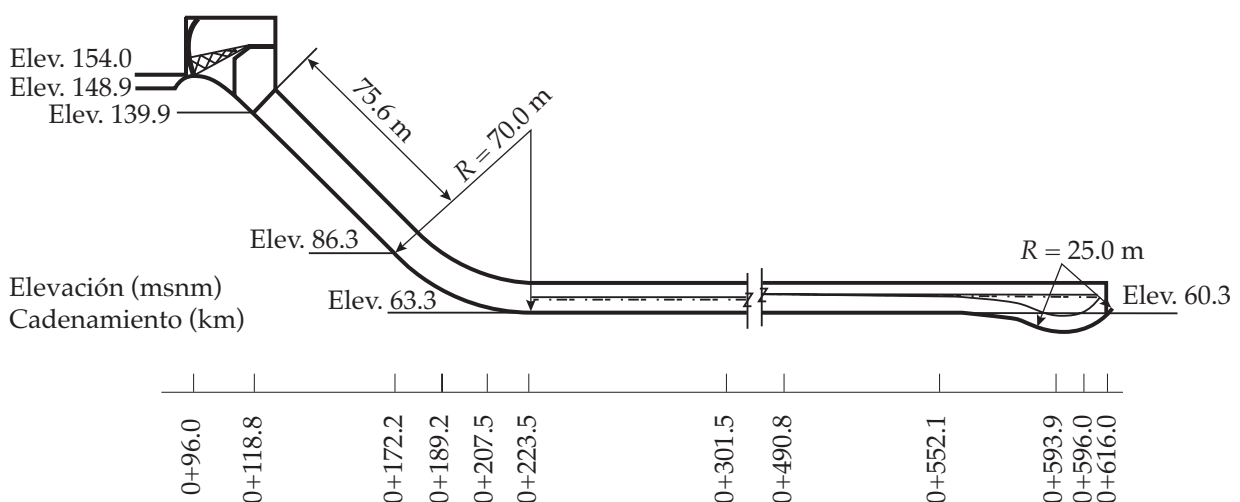
**Solución:**

Se aplica la ecuación 69, y los valores obtenidos se ajustan de tal manera que la unión de los mismos sea una línea paralela a la plantilla del canal. Los resultados de éste cálculo se presentan en la Tabla número quince.

**Tabla No. 15** Cálculo del bordo libre para el canal de descarga del Ejemplo No. 10.

Estación (m)	$d$ (m)	$V$ (m/s)	Bordo libre (m)
164.00	5.96	18.68	1.85
184.42	5.08	22.05	2.00
219.50	4.30	26.15	2.17
256.20	4.16	27.03	2.21
293.36	4.04	27.90	2.24
343.36	3.87	29.16	2.29
393.36	3.75	30.11	2.33
443.36	3.64	30.97	2.36
493.36	3.56	31.76	2.39
543.36	3.48	32.47	2.42
593.36	3.41	33.11	2.45
624.43	3.39	33.30	2.45
642.22	3.37	33.51	2.46
660.00	3.66	30.84	2.36

**Ejemplo 12.** Calcular el perfil del agua de un conducto de descarga en túnel de herradura con las características geométricas mostradas en la Fig. 83. El gasto de diseño es  $Q_o = 3000.00 \text{ m}^3/\text{s}$  y una carga de diseño de  $H_o = 21 \text{ m}$ . Considere un coeficiente de Manning de  $n = 0.014$  correspondiente al concreto.



**Figura 83.** Datos del Ejemplo No. 12.

### Solución:

Como se había indicado se recomienda que los túneles en este tipo de obra funcionen parcialmente llenos, con una relación:

$$\frac{d}{D} = 0.75 \quad (70)$$

donde:

$D$ , diámetro de la tubería o del túnel (m).

Para obtener el diámetro del túnel se puede calcular el tirante al inicio del túnel con sección constante, esto es donde inicia la primera curva vertical, ver la Fig. 83. Se puede aplicar la ecuación de la energía entre el embalse y la estación 0+172.2. Se supone además que las pérdidas de energía son del orden del 15 % de la energía total. La ecuación de la energía puede plantearse así:

$$E = d + \cos \alpha + \frac{Q_o^2}{2gA^2} \quad (71)$$

donde:

$E$ , Energía total (m)

$A$ , Área de la sección del tubo (m<sup>2</sup>)

sustituyendo valores se obtiene:

$$(175.00 - 86.30)(0.85) = 0.75D + \frac{(3000.00)^2}{19.62A^2}$$

$$75.395 = 0.75 D + \frac{(3000.00)^2}{19.62A^2}$$

Resolviendo por aproximaciones sucesivas esta ecuación, se encuentra que para un diámetro de 11 m se obtiene un tirante de 8.2 m, se propone entonces el diámetro de 9.00 m y la relación de llenado:

$$\frac{d}{D} = 0.75$$

Por lo tanto se acepta un diámetro  $D = 11.00$  m .

El cálculo del perfil del agua a partir de la estación 172.20, haciendo las correcciones por curvatura, se presenta en la Tabla 16, en las cuales se obtiene el valor del tirante por iteraciones para cumplir que  $H_f = H_f'$ , donde  $H_f$  es el tirante hidráulico final y  $H_f'$  es el tirante hidráulico parcial.

Nota: La sección geométrica de la estructura terminal es rectangular, además de que en la última sección se propone un ancho de plantilla de 11.00 m.

**Tabla No. 16. Perfil del flujo con tramos curvos.**

Estación (m)	Z (m)	d (m)	d cos τ (m)	A (m <sup>2</sup> )	P <sub>m</sub> (m)	R <sub>h</sub> (m)	V <sup>2</sup> /2g (m)	E (m)	S <sub>f</sub>	S <sub>fm</sub>	dV <sup>2</sup> /gr (m)	H' <sub>f</sub> (m)	Δx (m)	h <sub>f</sub> (m)	H <sub>f</sub> (m)
172.20	86.30	8.20	8.20	90.20	27.40	3.29	56.38	64.58	0.04427					0.00	150.88
189.20	72.28	7.88	6.08	86.63	26.75	3.24	61.12	77.81	0.04906	0.04667	13.75	150.09	17.00	0.79	150.09
207.50	65.15	7.71	7.19	84.83	26.42	3.21	63.74	84.01	0.05175	0.05041	14.05	149.17	18.30	0.92	149.17
223.50	63.30	7.73	7.68	85.03	26.46	3.21	63.44	85.04	0.05145	0.05160	14.01	148.34	15.99	0.83	148.34
301.50	62.70	7.16	7.16	78.72	25.31	3.11	74.03	81.19	0.06272	0.05708		143.89	77.99	4.45	143.89
409.80	61.26	7.43	7.43	81.70	25.86	3.16	68.72	76.15	0.05699	0.05985		137.41	108.30	6.48	137.41
552.10	60.79	7.87	7.87	86.58	26.74	3.24	61.19	69.07	0.04913	0.05306		129.86	142.30	7.55	129.86
593.90	53.90	10.36	10.22	113.98	31.72	3.59	35.31	74.41	0.02467	0.03690	29.27	128.31	41.80	1.54	128.31
596.00	54.50	10.32	9.93	113.54	31.64	3.59	35.58	73.76	0.02491	0.02479	29.38	128.26	2.10	0.05	128.26
616.00	60.00	11.10	10.71	122.12	33.20	3.68	30.76	67.80	0.02083	0.02287	27.32	127.80	20.00	0.46	127.80

donde:

S<sub>f</sub>, Pendiente de fricción

S<sub>fm</sub>, Pendiente de fricción media

Al igual que en el Ejemplo 10, la columna  $H'_f$  y  $H_{f'}$ , tendrán que ser del mismo orden de magnitud para garantizar una elección correcta en los tirantes.

**Ejemplo 13. Analizar la posibilidad de cavitación en el piso del túnel del Ejemplo No. 12.**

**Solución:**

Se empleará el método propuesto por Echávez G., 1979. Para hacer la descripción del mismo, se utilizará la Tabla número diecisiete.

**Tabla No. 17. Índices de cavitación en el fondo del túnel del Ejemplo No. 12.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_z$	$h_v$	$h_{pi}$	$dV^2/2gR$	$h_p$	$x_z/f$	$V_{kn}/\sqrt{2gh_v}$	$(V_{kn}^2/2gh_v)(h_v)$	$\sigma_k$	$\sigma_{kp}$
(m)	(m)	(m)	-	(m)	-	-	(m)	-	-
172.20	105.35	16.63	2.11	18.74	28700.00	0.35	12.95	2.20	1.67
189.20	111.05	8.64	5.57	14.21	31533.33	0.35	13.42	1.78	1.36
207.50	117.54	7.84	6.58	14.42	34583.33	0.34	13.98	1.73	1.31
223.50	119.39	7.68	6.82	14.5	37250.00	0.34	14.01	1.73	1.32
301.50	119.48	7.18		7.18	50250.00	0.33	13.30	1.27	0.97
409.80	120.99	7.25		7.25	68300.00	0.33	12.79	1.33	1.01
552.10	121.66	7.45		7.45	92016.67	0.32	12.24	1.41	1.07
593.90	127.63	6.53	14.03	20.56	98983.33	0.32	12.69	2.39	1.82
596.00	127.1	6.6	13.88	20.48	99333.33	0.32	12.63	2.39	1.82
616.00	122.36	7.35	12.46	19.81	102666.67	0.31	12.09	2.45	1.86

A continuación se explicarán cada una de las columnas.

Columna 1.  $x_z$ . Estaciones tomadas para el Ejemplo de la Tabla No. 16.

Columna 2.  $h_v$ . Caída vertical, medida desde la superficie libre del agua en el vaso a la superficie libre del agua en la estación analizada.

Columna 3.  $h_{pi}$ . Proyección vertical de  $d$  tomado para el ejemplo de la Tabla No. 16.

Columna 4.  $dV^2/2gR$ . Corrección de la presión por curvatura. Valores tomados de cálculos anteriores.

Columna 5.  $h_p$ . Carga de presión. Obtenida como la suma de las columnas 3 y 4.

Columna 6.  $x_z/f$ . La rugosidad  $f$ , puede obtenerse en función del coeficiente de rugosidad de Manning  $n$ . Para este ejemplo  $f = 6$  mm.

Columna 7.  $V_{kn}/\sqrt{2gh_v}$ . Esta relación se obtiene con la ecuación 37:

Columna 8.. Se obtiene elevando al cuadrado el valor de la columna 7, y multiplicando por  $h_v$  de la columna dos.

Columna 9.  $\sigma_k$ . Es el índice de cavitación o número de Thoma. Se obtiene restando el valor de  $hp$  calculado en la columna 5, la carga de vaporización, que en este caso vale  $h_v = - 9.75$  m, para otras temperaturas ver Fig. 53, y dividiendo entre la columna ocho.

Columna 10.  $\sigma_{kp}$ . Es un valor del índice de cavitación corregido para tomar en cuenta el aumento de velocidad por curvatura (ver ecuación 38).

Conclusiones.

El índice de cavitación incipiente vale:

Para  $0 \leq f < 5$  mm :

Superficie con acabado de concreto:  $\sigma_{ki} = 1.30$

Superficie con acabado de cimbra:  $\sigma_{ki} = 1.80$

Para :  $5 \leq f < 10$  mm :

Superficie con acabado de concreto:  $\sigma_{ki} = 1.50$

Superficie con acabo de cimbra:  $\sigma_{ki} = 2.20$

Para nuestro caso con  $f = 6$  mm, se tiene  $\sigma_{ki} = 1.50$ .

Entonces en la tabla puede notarse que entre las estaciones 189.20 a la 552.10 existe riesgo de cavitación.

## 12.4 Problemas Propuestos

1. Calcular el coeficiente de descarga de un vertedor con una carga de diseño  $H_o = 5.00$  m y una profundidad de llegada  $P = 6.65$  m, sabiendo que la carga real sobre el vertedor  $H_e = 4.00$  m. El talud del paramento aguas arriba es 2:3. Use el criterio del USACE.
2. Utilizando los datos anteriores, calcular el coeficiente de descarga. Use el criterio del USBR.
3. Calcular la longitud efectiva de un vertedor cuya carga de diseño  $H_o = 5.00$  m, su longitud de cresta  $L = 100.00$  m y 10 pilas tipo 1, la carga de análisis es  $H_e = 4.00$  m.
4. Utilizando los datos anteriores, excepto  $L$ , calcular la longitud total,  $L_e = 90.00$  m.
5. Calcular el coeficiente de descarga para un vertedor colocado en un canal rectangular de 21.40 m, con una longitud de cresta de las mismas dimensiones. El cimacio tiene

una profundidad de llegada de 7.00 m y deberá descargar un gasto  $Q = 300.00 \text{ m}^3/\text{s}$ , ver Figura ochenta y cuatro.

La carga  $h$  en la sección 1, es de 3.00 m, aguas abajo del vertedor del canal será excavado en tierra con un factor de rugosidad  $n = 0.025$  y una pendiente de  $S = 0.0005$ . Las pérdidas por cortante sobre el cimacio se consideran:  $h_f = (0.1)(V^2/2g)$ . La carga de proyecto  $H_o = 6.00 \text{ m}$ . Use el criterio del *USBR*.

- 6) Calcular la curva elevaciones-gastos de un vertedor con las características siguientes:

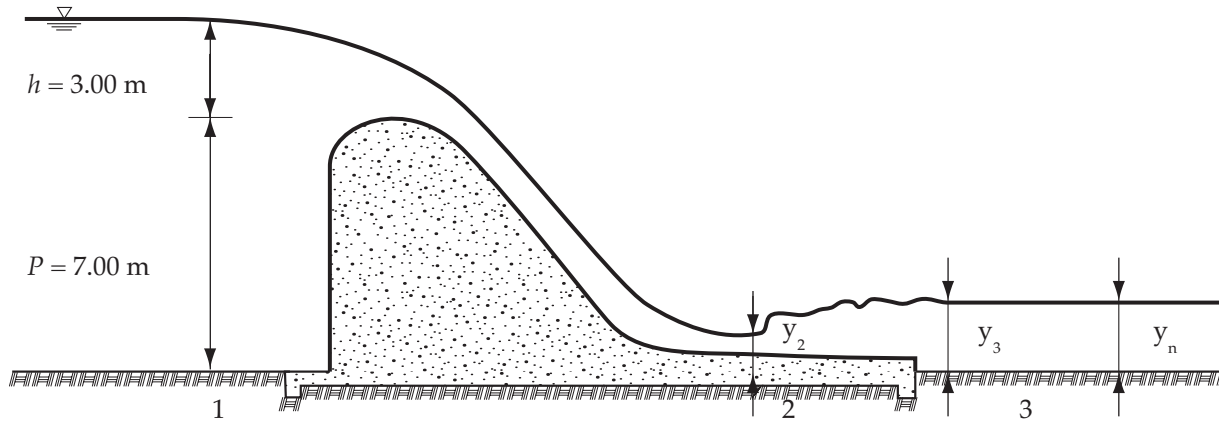


Figura 84. Datos del Ejemplo 5.

Gasto de diseño:  $Q_o = 5000.00 \text{ m}^3/\text{s}$   
 Carga de diseño:  $H_o = 18.00 \text{ m}$   
 Paramento aguas arriba: vertical  
 Elevación de la cresta: 400.00 msnm  
 Elevación del piso del canal de llegada: 395.00 msnm  
 Pendiente de la rápida  $S_r = 0.45$

Pilas:

Número = 4  
 Ancho = 6.00 m  
 Longitud = 31.50 m  
 Altura máxima a partir del piso del canal de llegada = 28.00 m  
 Longitud de la nariz 7.20 m con una inclinación hacia delante de  $9^\circ$   
 Nariz redondeada Tipo 2  
 Además se considera  $K_n = 0$

- 7) Diseñar un vertedor con cimacio sin control para descargas  $5000.00 \text{ m}^3/\text{s}$ . El tirante del agua en la entrada del canal de acceso es de 15.00 m. Debido a condiciones geológicas y topográficas se ha establecido que la profundidad de llegada  $P$  debe ser 5.00 m. La longitud del canal de acceso es de 200.00 m con sección rectangular y con un coeficiente

de Manning  $n = 0.025$ , para garantizar su estabilidad el cimacio debe tener un talud 1:1. La pendiente de la rápida es de 0.90.

Sobre la cresta se construirá un puente y por razones de tipo estructural las pilas deberán ser tipo 2 y medir 4.00 m de ancho, los claros del puente no deben ser mayores de 10.00 m. Los aleros de los estribos serán de enrocamiento, se construirá una rápida con pendiente  $S_r = 0.45$  de 250.00 m de longitud, lo cual implica que no hay efecto de ahogamiento. Tomar  $H_e / H_o = 1$ .

- 8) Con los datos del Ejemplo No. 3, calcular el coeficiente de descarga para un vertedor, variando el valor de la carga de diseño  $H_o = 8.00$  m y el gasto de diseño  $Q_o = 500.00$  m<sup>3</sup> / s.

Nota: Recordar que los resultados o valores obtenidos no pueden ser extrapolados en las gráficas correspondientes. Use el criterio del USBR.

- 9) Determinar la elevación de la cresta de un vertedor, si  $L_e = 84.00$  m. El gasto de diseño vale  $Q_o = 6500.00$  m<sup>3</sup>/s, la superficie libre del agua para el gasto de diseño no debe sobrepasar la elevación 953.00 msnm y la elevación del piso del canal de llegada es 900.00 msnm. Sobre la cresta se encuentran 7 pilas tipo 2, con un ancho de 4.00 m. La carga de diseño  $H_o = 5.00$  m, y la carga actuante  $H_e = 4.00$  m.



Como su nombre lo indica son la última parte de los vertedores y su función es depositar el flujo en el río aguas abajo de la cortina.

Se pueden presentar dos casos: que la combinación de condiciones geológicas del lecho del río sean suficientes para disipar la energía del agua del vertedor, en tal caso la estructura terminal será una cubeta de lanzamiento, salto de esquí, deflector terminal o trampolín. Cuando las condiciones del lecho del río no sean propicias deberá disiparse la energía del agua y puede usarse una cubeta disipadora o un tanque amortiguador, aunque muchas veces es suficiente el resalto hidráulico que se forma aguas abajo del vertedor.

### 13.1. SALTOS DE ESQUÍ

Con estas estructuras se pretende que el agua salga como un chorro libre y se proyecte lejos de la presa para evitar que la socavación pudiera dañar a la obra en general.

La trayectoria del chorro de descarga puede calcularse con la ecuación:

$$y_L = x_L \tan \Phi - \frac{x_L^2}{3.6(d + h_c) \cos^2 \Phi} \quad (72)$$

donde:

$x_L, y_L$ , Coordenadas de un sistema cartesiano con origen en el labio de la cubeta.

$\Phi$ , Ángulo que forma el labio de la cubeta con la horizontal, en grados.

$\varphi$ , Tirante a la salida.

$h_c$ , Carga de velocidad a la salida de la cubeta.

Se recomienda que el ángulo de salida  $\Phi$  no sea mayor de  $30^\circ$ . Además con objeto de evitar fuertes presiones en la plantilla, los radios de la cubeta deben ser grandes, se sugieren las siguientes condiciones:

$$R_d \geq 5 d \quad (73)$$

$$R_d \geq 0.043 d V_s^2 \quad (74)$$

donde:

$R_d$ , Radio de la cubeta deflectora (m).

$\varphi$ , Tirante a la salida en (m).

$V_s$ , Velocidad de salida en (m/s).

La profundidad límite del pozo de socavación se puede calcular con la ecuación de *Veronese*, 1983:

$$d_s = 1.9H_T^{0.225}q^{0.54} \quad (75)$$

donde:

$d_s$ , Profundidad máxima de socavación abajo del nivel de aguas del remanso.

$H_T$ , Caída desde el máximo nivel del chorro hasta el nivel de remanso.

$q$ , Gasto unitario.

## 13.2. CUBETAS DISIPADORAS

### 13.2.1. CUBETA LISA TIPO LIEVI-CHERTOUSOV

Esta cubeta tiene como ventaja su extremada sencillez constructiva, ver Figura 85.

Para un gasto mínimo de vertido  $Q_{min}$ , se parte de las ecuaciones siguientes:

$$\frac{2q^2}{gh_s t} (t \cos \omega - h_s) = t^2 - (p + h_s \cos \omega)^2 \quad (76)$$

$$\frac{q}{h_s} = \eta \sqrt{2h_s(H_n - p - h_s)} \quad (77)$$

donde:

$H_n$ , Diferencia entre el nivel de agua en el embalse y la cota del fondo, ver Figura 85.

$h_s$ , Tirante a la salida del deflector.

$\omega$ , Elevación del labio del deflector respecto al fondo del río.

$q$ , Gasto unitario del gasto mínimo considerado.

$\eta$ , Tirante en el río reducido en un 10 %.

$\omega$ , Ángulo de salida, se recomienda  $8^\circ \leq \omega \leq 20^\circ$

$\eta$ , Coeficiente que toma en cuenta la pérdida de carga hasta el extremo del deflector, para obtenerlo se puede utilizar la Figura ochenta y seis.

De estas ecuaciones se obtiene  $p$  y  $h_s$ .

Con el valor de  $p$  se determina la curva límite de ahogamiento para una serie de gastos en  $Q_{max}$  (gasto máximo de vertido) y  $Q_{min}$  (gasto mínimo de vertido), utilizando las ecuaciones:

$$\frac{2q^2}{gh_s t} (t_o \cos \omega - h_s) = t_o^2 - (p + h_s \cos \omega)^2 - H_n (2p + h_s \cos \omega) \quad (78)$$

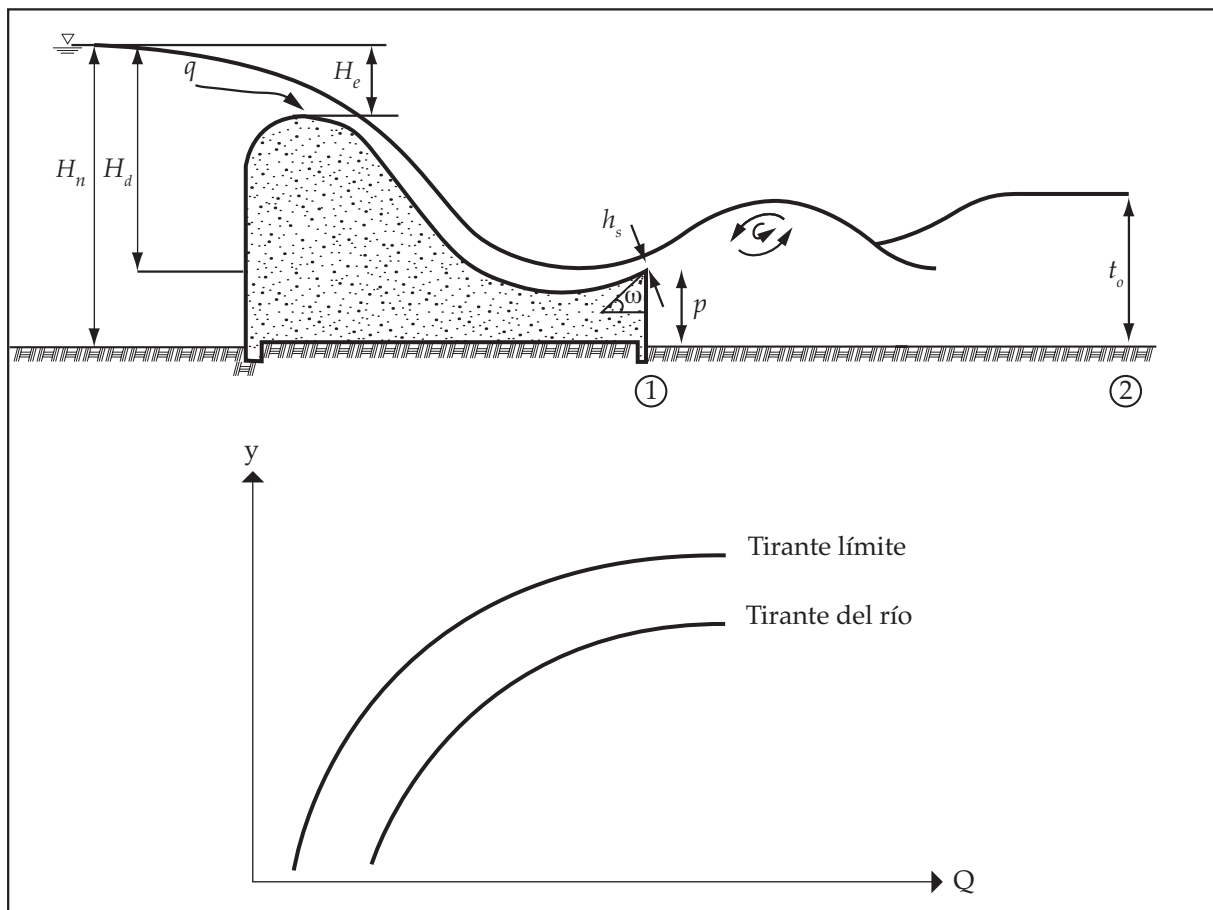


Figura 85. Cubeta tipo Lievi-Chertousov.

$$\frac{h_s}{q} = \eta \sqrt{g/2} \left[ \left( \sqrt{H_d - h_s} \right) + \left( \sqrt{H_d - H_s} \right) \right] \quad (79)$$

$$H_s = \left( H_d \left[ 2\eta^2 H_d - (H_d/q)^2 \sin^2 \omega / g \right] \right)^{1/2} \quad (80)$$

donde:

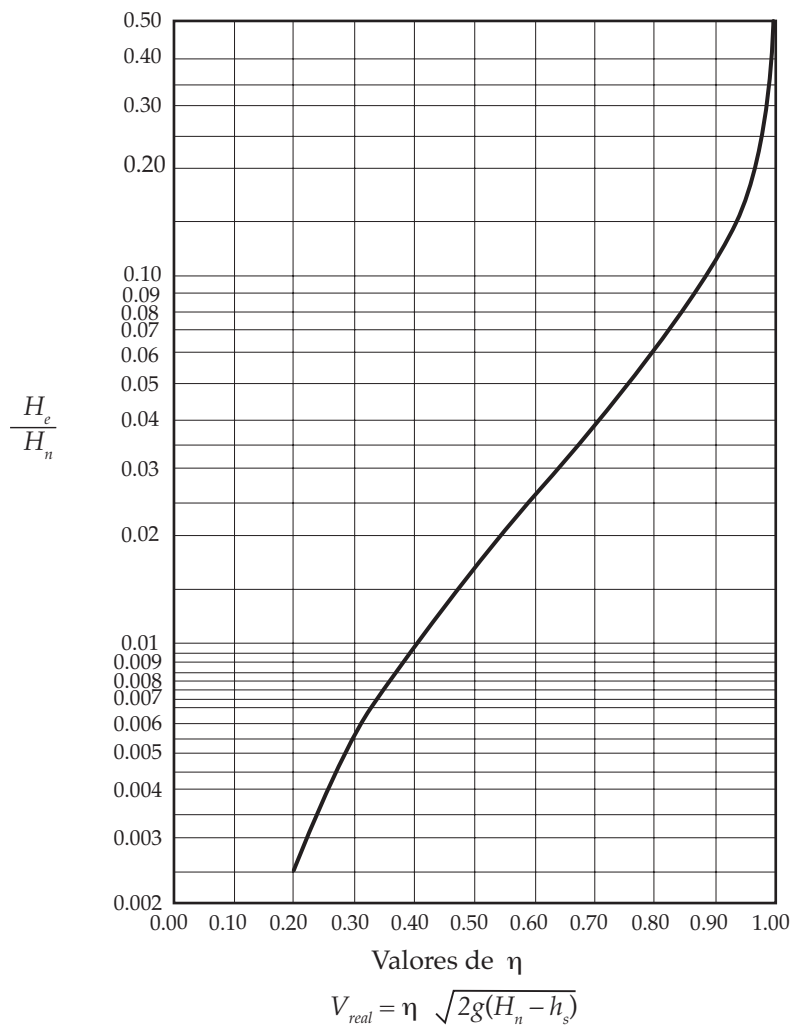
$H_d$ , Diferencia de nivel entre la superficie libre del agua en el embalse y el labio del deflector.

$t_o$ , Tirante teórico mayor en el río con el que se ahoga la cubeta.

$H_s$ , Carga de sustentación al límite del chorro, con la que estará a punto de ahogarse la cubeta.

De las ecuaciones anteriores se obtienen los valores de  $h_s$ ,  $t_o$  y  $H_s$ .

Si la curva de tirantes límites queda por encima de la curva de tirantes del río, se puede asegurar que el deflector no se ahogará y el diseño es correcto, en caso contrario se repite el procedimiento con un ángulo  $\omega$  diferente, (ver figura ochenta y seis).



**Figura 86. Coeficiente que toma en cuenta la pérdida de carga hasta el deflector, CFE., 1970.**

donde:

$V_{real}$ , Velocidad a la salida del deflector (m/s).

### 13.2.2. CUBETAS TIPO USBR

Este organismo ha diseñado y probado con modelos dos tipos de cubetas, *Design of Small Dams*, 1960, una lisa y otra dentada, ver Figura ochenta y siete.

Este tipo de cubetas funcionan ahogadas y se emplean cuando el tirante del agua del conducto de descarga es demasiado grande para formar un resalto hidráulico.

Su funcionamiento hidráulico se basa en la formación de dos remolinos, uno sobre el trampolín que gira en sentido antihorario, y otro un poco aguas abajo del anterior, girando en sentido horario. El movimiento de estos remolinos en combinación con el flujo de llegada disipan la energía de la descarga del vertedor.

La diferencia en el funcionamiento de las dos cubetas consiste en que en el trampolín liso, todo el flujo se dirige hacia arriba causando gran turbulencia en la superficie del agua y un remolino de fondo con energía suficiente para erosionar el suelo aguas abajo del trampolín.

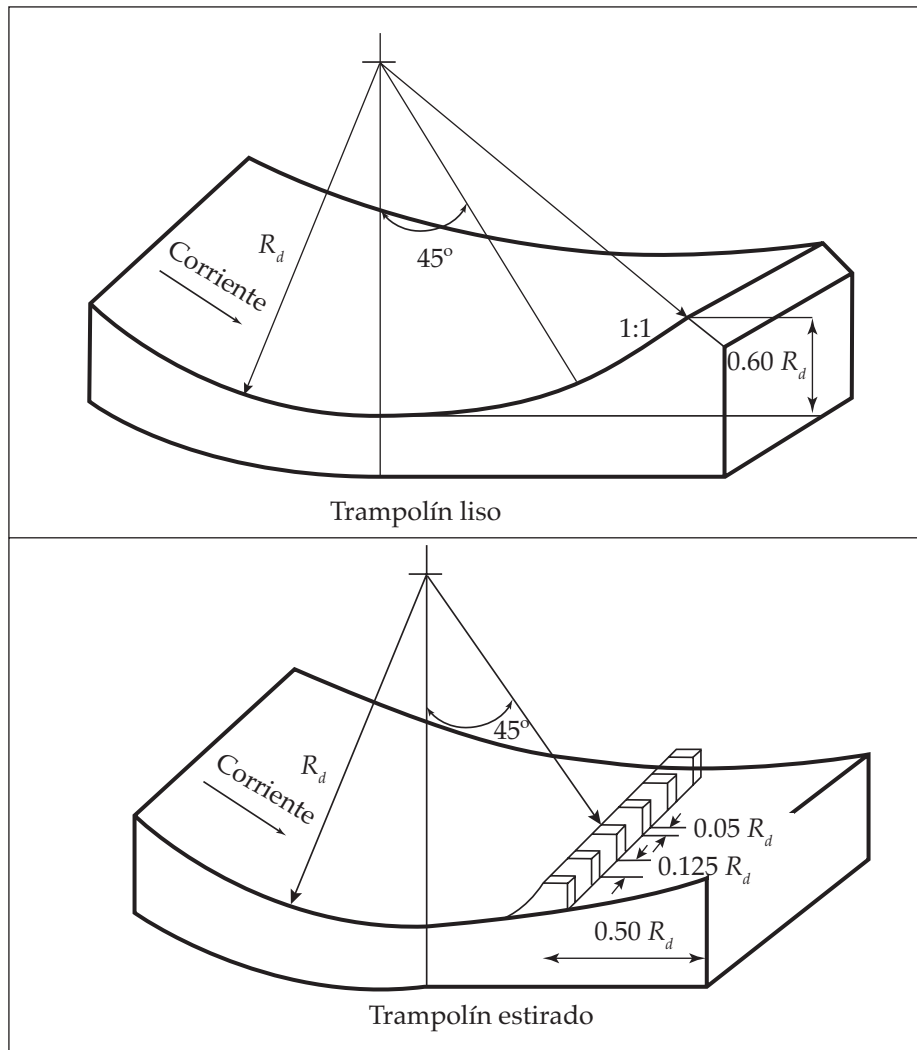


Figura 87. Cubetas tipo USBR, *Design of Small Dams*, 1960.

donde:

$R_d$ , Radio mínimo de la cubeta deflector (m).

Por otro lado la cubeta estriada, solo parte del flujo es proyectado hacia arriba, lo cual causa menor turbulencia en la superficie y un remolino con menor energía aguas abajo del trampolín, causando menos problemas de erosión.

Sin embargo, la cubeta estriada tiene como problema que su funcionamiento es más sensible a la variación de tirantes, si estos son pequeños los remolinos se corren hacia aguas abajo, y si el tirante es mayor se produce un chorro ahogado. Dado que generalmente el problema de control de los tirantes puede establecerse, se recomienda usar la cubeta dentada.

#### 13.2.2.1. DISEÑO HIDRÁULICO DE LA CUBETA DENTADA TIPO *USB*R

Se determina el número de *Froude*  $F_t$  en el vertedor a la elevación del tirante del río aguas abajo de la presa, ver Fig. 88. Con  $F_t$  y el apoyo de la Fig. 89 se obtiene el radio mínimo de la cubeta. Se recomienda que la elevación del labio del trampolín no sea menor que  $0.10R_d$  respecto al fondo, así mismo al ángulo de salida debe medir  $16^\circ$  aproximadamente.

Con el valor de  $R_d$  se determinan los tirantes mínimos del nivel de descarga  $y_{\min}$  para varios gastos con el auxilio de la Figura ochenta y nueve.

De manera similar se calcula los tirantes máximos del nivel de descarga  $y_{\max}$ . Si la curva de los tirantes del río esta comprendida dentro de las curvas  $y_{\max} - y_{\min}$  se considera aceptable el diseño. Las dimensiones restantes se obtienen con la misma Figura ochenta y nueve.

### 13.3. TANQUES AMORTIGUADORES

La función de los tanques amortiguadores es disipar la energía del flujo supercrítico al pie de la rápida de descarga.

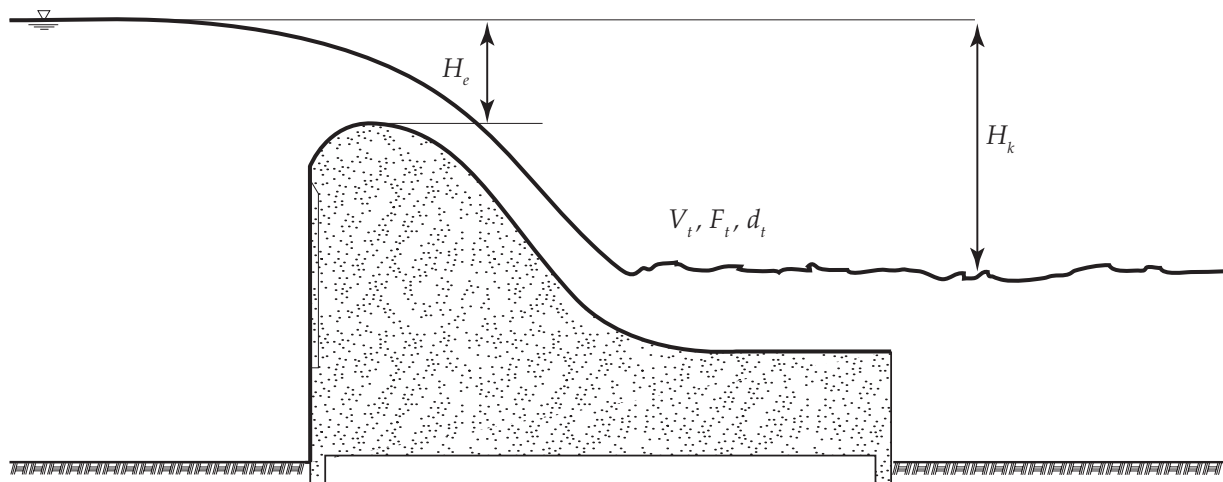


Figura 88. Parámetros para el diseño de una cubeta tipo USBR, *Design of Small Dams*, 1960.

donde:

$H_k$ , Carga hidráulica del vertedor hasta aguas abajo del mismo (m).

El funcionamiento de estas estructuras se basa en el principio del resalto hidráulico, es decir convertir las altas velocidades del flujo supercrítico en velocidades que no dañen a las estructuras o cauce aguas abajo, provocando una pérdida de energía.

La idea general del diseño de los tanques amortiguadores es la siguiente: a partir del gasto de diseño  $Q_o$ , se puede conocer el tirante normal en el río aguas abajo de la presa, esta será la elevación del agua a la salida del tanque amortiguador. También con el gasto  $Q_o$  y un ancho supuesto en el tanque, es posible conocer el tirante hidráulico en la sección 1 ( $t_1$ ) y la velocidad del agua ( $V_1$ ). Además se puede calcular el tirante conjugado del resalto hidráulico  $t_2$ . Si se resta a ( $t_2$ ) el tirante  $t$  del río, se obtiene la elevación del piso del tanque amortiguador.

Sin embargo el tanque funcionará para una serie de gastos  $0 \leq Q \leq Q_o$ , esto hará que el resalto se corra hacia aguas abajo; cuando los tirantes conjugados sean mayores que los normales en el río, y en caso contrario, el resalto se corre hacia aguas arriba ahogando a la rápida, perdiendo eficiencia en la disipación de energía.

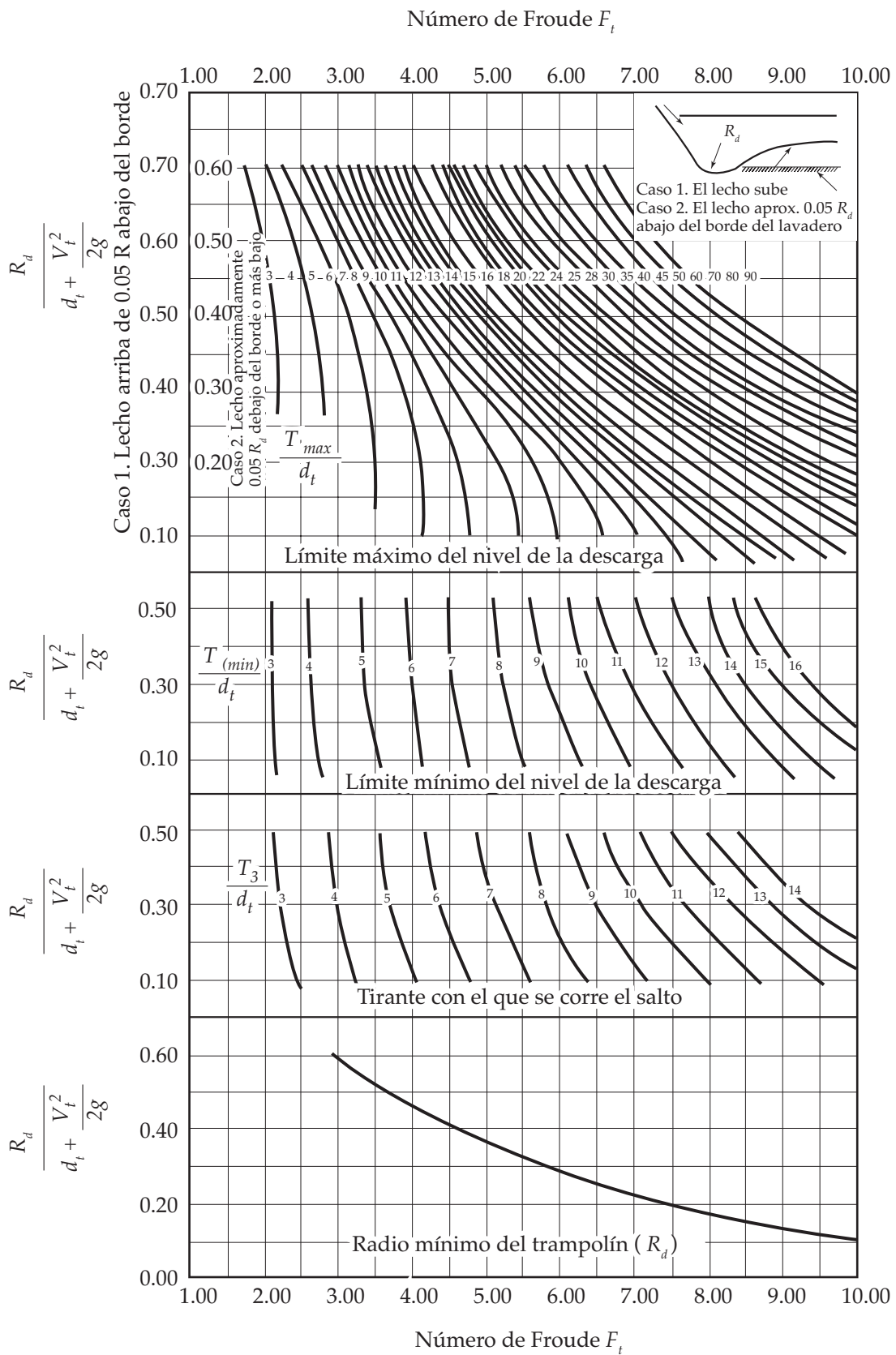


Figura 89. Curvas para el diseño de cubetas tipo USBR, *Design of Small Dams*, 1960.

donde:

$T_3$ , Es el tirante con el que se corre el salto (m).

$d_t$ , Tirante del flujo en la descarga (m).

Esto hace necesario encontrar una combinación adecuada de las dimensiones del tanque amortiguador, que es en lo que consiste precisamente el diseño hidráulico de estas estructuras.

### 13.3.1. TANQUE RECTANGULAR TIPO ST. ANTHONY FALLS (SAF)

Este tanque estudiado en el *SAF Hydraulics Laboratory, Minnesota University*, es recomendable para obras de excedencia menores, como presas derivadoras o caídas en canales donde el número de *Froude* oscila entre 1.70 y 17.00.

El procedimiento de cálculo es el siguiente: se determina el tirante con la longitud  $L_B$ , ver Fig. 90, el cuál se obtiene con la ecuación:

$$L_B = 4.5 \left( y_d / F_{r1}^{0.76} \right) \quad (81)$$

donde:

$y_d$ , Tirante después del salto hidráulico (m).

$F_{r1}$ , Número de *Froude* en la sección 1.

La altura de los dientes de la rápida es la misma que la del tirante de llegada  $y_a$ , y su ancho y separación igual a  $0.75 y_a$ .

La altura del umbral de salida  $h_u$  debe ser:

$$h_u = 0.07 y_d$$

la profundidad de la plantilla del tanque respecto al nivel de descarga  $y'_d$  es:

$$y'_d = \left( 1.10 - F_{r1}^2 / 120.00 \right) y_d \quad \text{para } 1.70 \leq F_{r1} < 5.50 \quad (82)$$

$$y'_d = 0.85 y_d \quad \text{para } 5.50 \leq F_{r1} < 11.00 \quad (83)$$

$$y'_d = \left( 1.00 - F_{r1}^2 / 800.00 \right) y_d \quad \text{para } 11.00 \leq F_{r1} \leq 17.00 \quad (84)$$

la altura de los muros laterales debe ser  $h_m = y_d / 3$  sobre el nivel máximo del agua descargada.

Las demás características geométricas del tanque se presentan en la Figura 91.

### 13.3.2. TANQUE RECTANGULAR TIPO USBR (I)

Se recomiendan para grandes caídas en canales o presas derivadoras, cuando los números de *Froude* varían entre 2.50 y 4.50. Es útil para eliminar ondas en la superficie del agua, esto lo logra mediante los chorros que son deflectados con los dientes colocados en el tanque. El diseño de este tipo de tanque se hace utilizando la Fig. 92 a partir del número de *Froude* calculado.



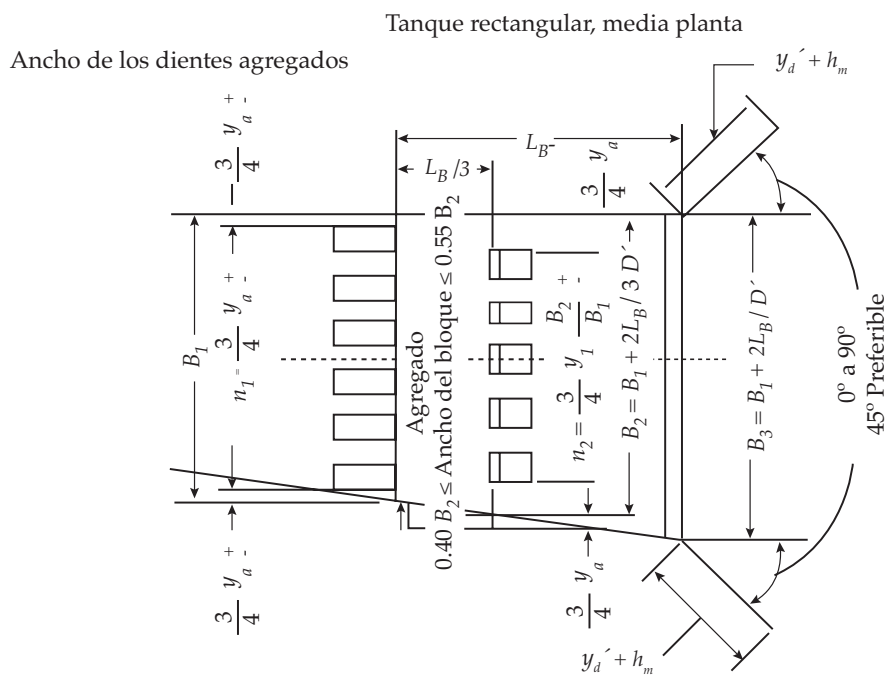
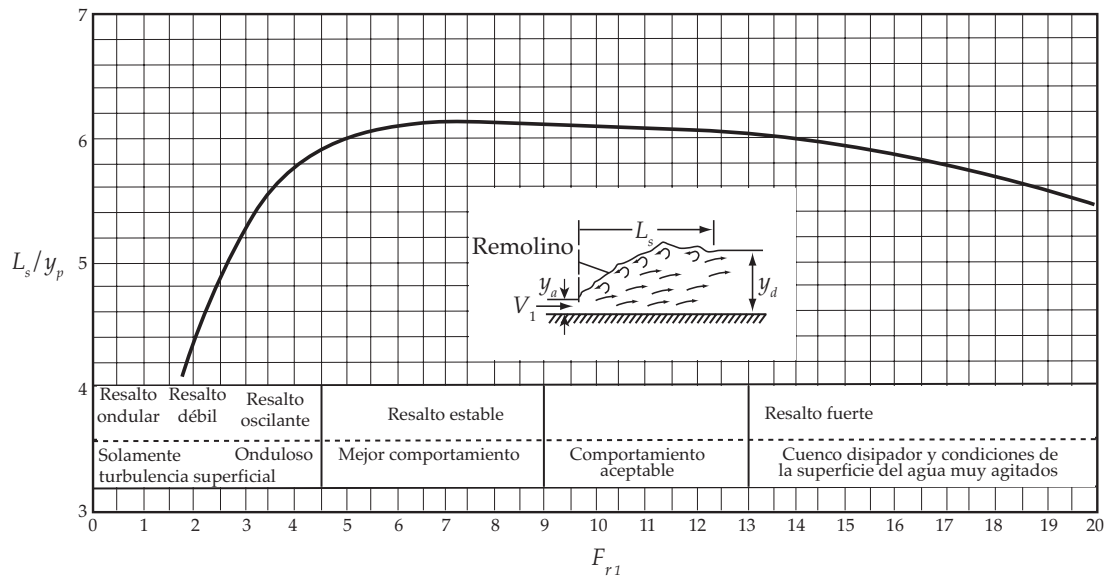


Figura 90. Tanque tipo Saint Antony Falls.

donde:

$L_s$ , Longitud del resalto hidráulico (m).

$n_1$ , Distancia entre los bloques extremos del muro (m).

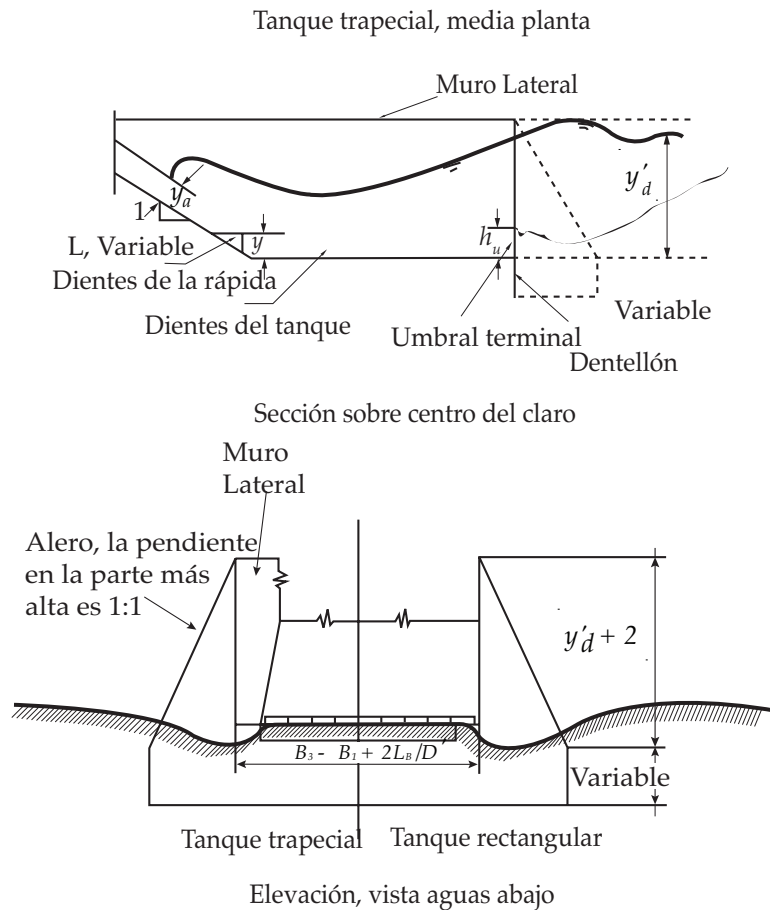
$B_1$ , Distancia entre los bloques extremos (m).

$B_2$ , Ancho total para la ubicación de los dientes del tanque (m).

$n_2$ , Distancia entre los dientes extremos del tanque (m).

$B_3$ , Ancho total del tanque (m).

Para mejorar su eficiencia se recomienda construir los dientes del tanque más angostos que los indicados en la Fig. 92, ancho =  $0.75 y_1$  y fijar el nivel de la plantilla a una profundidad respecto al nivel de descarga de 5 a 10% mayor que el conjugado teórico.



**Figura 91. Tanque tipo SAF, CFE, 1970.**

### 13.3.3. TANQUE RECTANGULAR TIPO USBR (II)

Son recomendados para números de *Froude* mayores de 4.50 y velocidades de llegada menores de 15.25 m/s. Su diseño puede hacerse siguiendo la Fig. 93. La profundidad de la plantilla está dada por el conjugado mayor  $d_2$ .

### 13.3.4. TANQUE RECTANGULAR TIPO USBR (III)

Recomendable para  $F_{r1} > 4.50$  y velocidades mayores de 15.25 m/s. Se utilizan en presas altas con velocidades de llegada mayores de 15.00 m/s, caídas hasta de 60.00 m y gastos unitarios de 50.00 m<sup>2</sup>/s.

Su dimensionamiento se hace con la ayuda de Fig. 94. La plantilla del tanque debe diseñarse de tal manera que se obtenga un ahogamiento del 5.00 % del conjugado mayor teórico, con un ahogamiento menor el resalto hidráulico tiende a salirse del tanque.

**Ejemplo 14.** Calcular la trayectoria del chorro lanzado por la cubeta deflectora cuyo ángulo que forma con la horizontal es de 30°, el tirante del agua perpendicular a la cubeta equivale a 4.07 m y la carga de velocidad en la cubeta ( $h_{vc}$ ) vale 52.43 m. Además, el tirante debe corregirse por la curvatura con un valor previamente calculado de 0.77 m.

**Solución:**

Con los datos enunciados en el ejemplo se tiene:

$$\phi = 30^\circ$$

$$d \cos \phi + h_{vc} + dV^2 / gr = 4.07 + 52.43 + 0.77 = 57.27 \text{ m}$$

sustituyendo estos valores en la ecuación 72 se tiene:

$$y_L = x_L \tan 30^\circ - \frac{x_L^2}{3.6(57.27) \cos^2 30^\circ}$$

$$y_L = 0.58 x_L - \frac{x_L^2}{154.63}$$

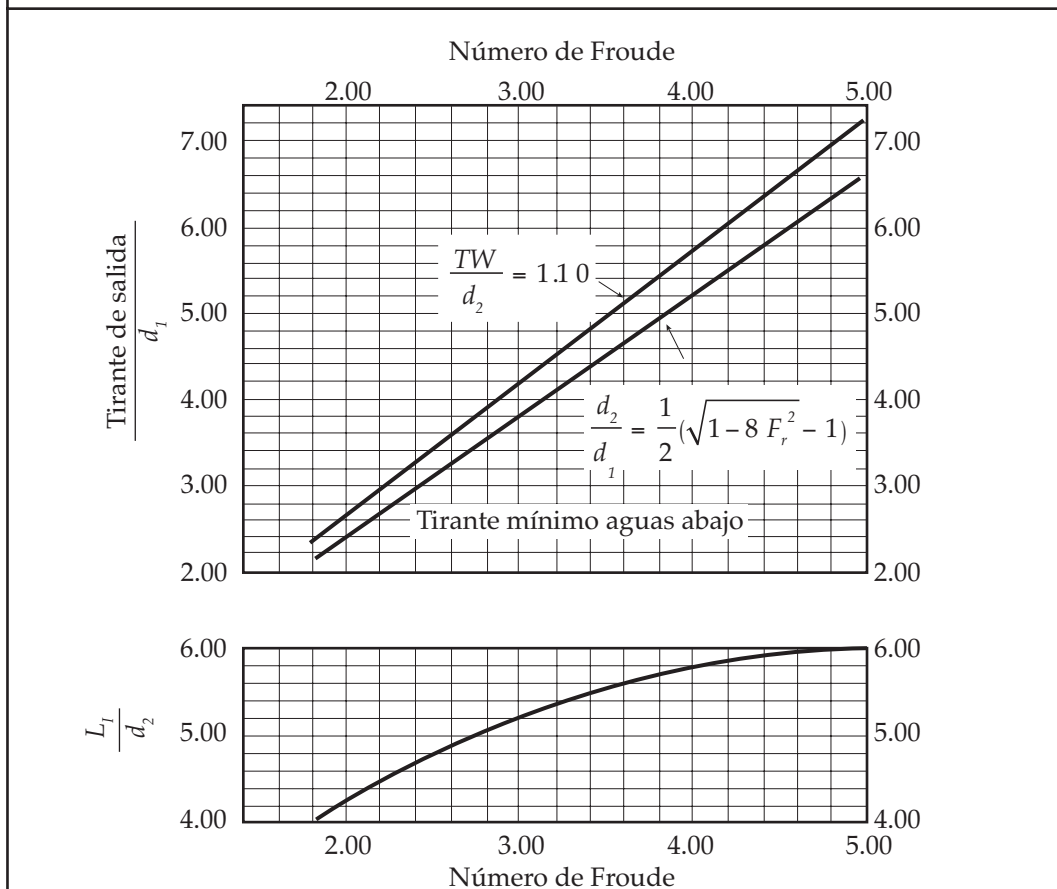
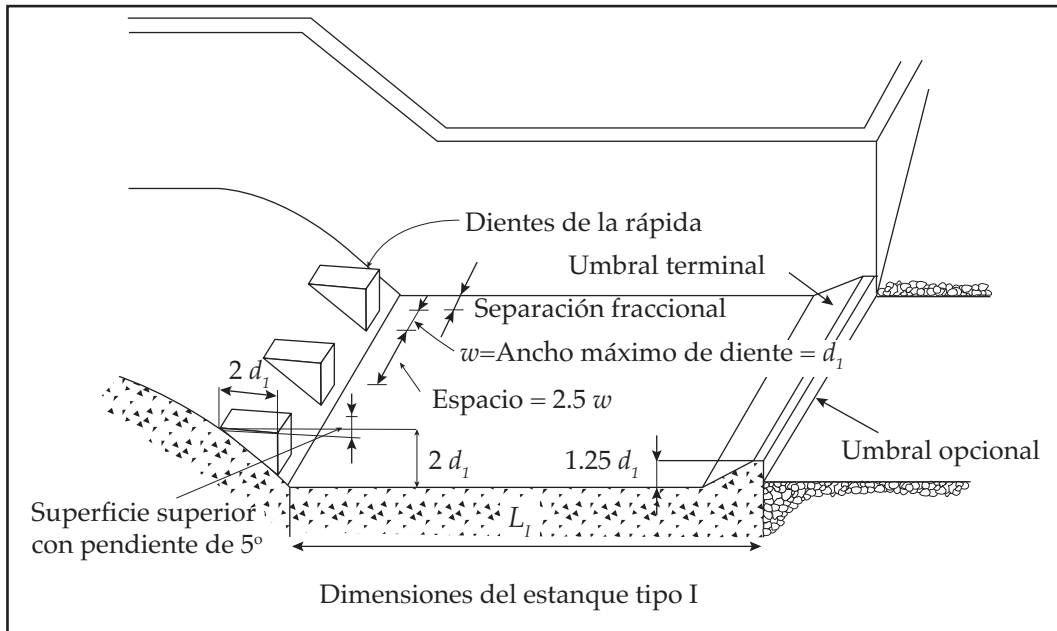


Figura 92. Tanque amortiguador tipo USBR I, *Design of Small Dams*, 1960.

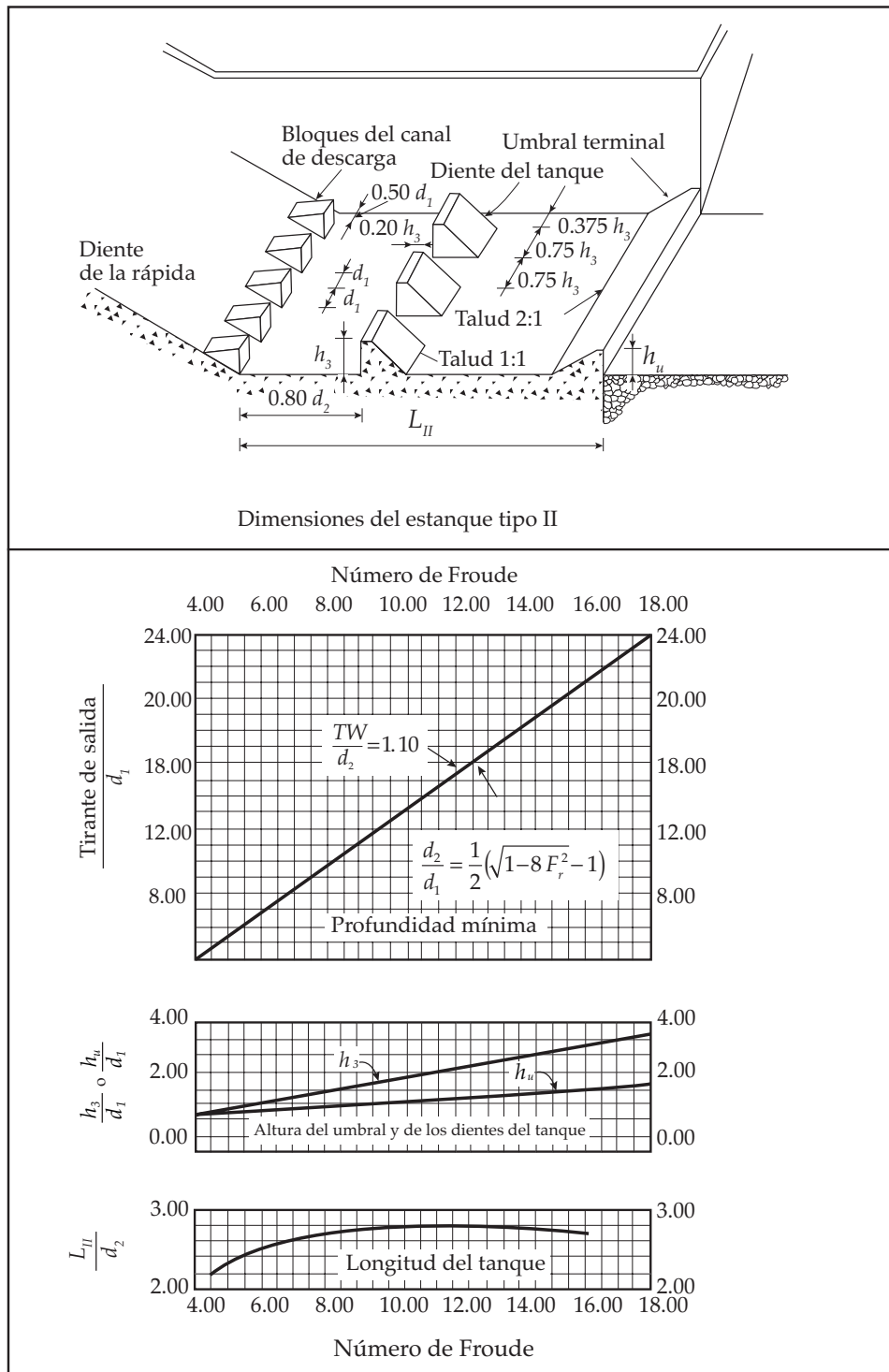


Figura 93. Tanque amortiguador tipo USBR II, *Design of Small Dams*, 1960.

donde:

$d_1$ , Tirante conjugado menor (m).

$d_2$ , Tirante conjugado mayor (m).

$L_I$ , Longitud del estanque tipo I (m).

$L_{II}$ , Longitud del estanque tipo II (m).

$h_3$ , Altura del diente del tanque (m).

$w$ , Ancho máximo del diente (m).

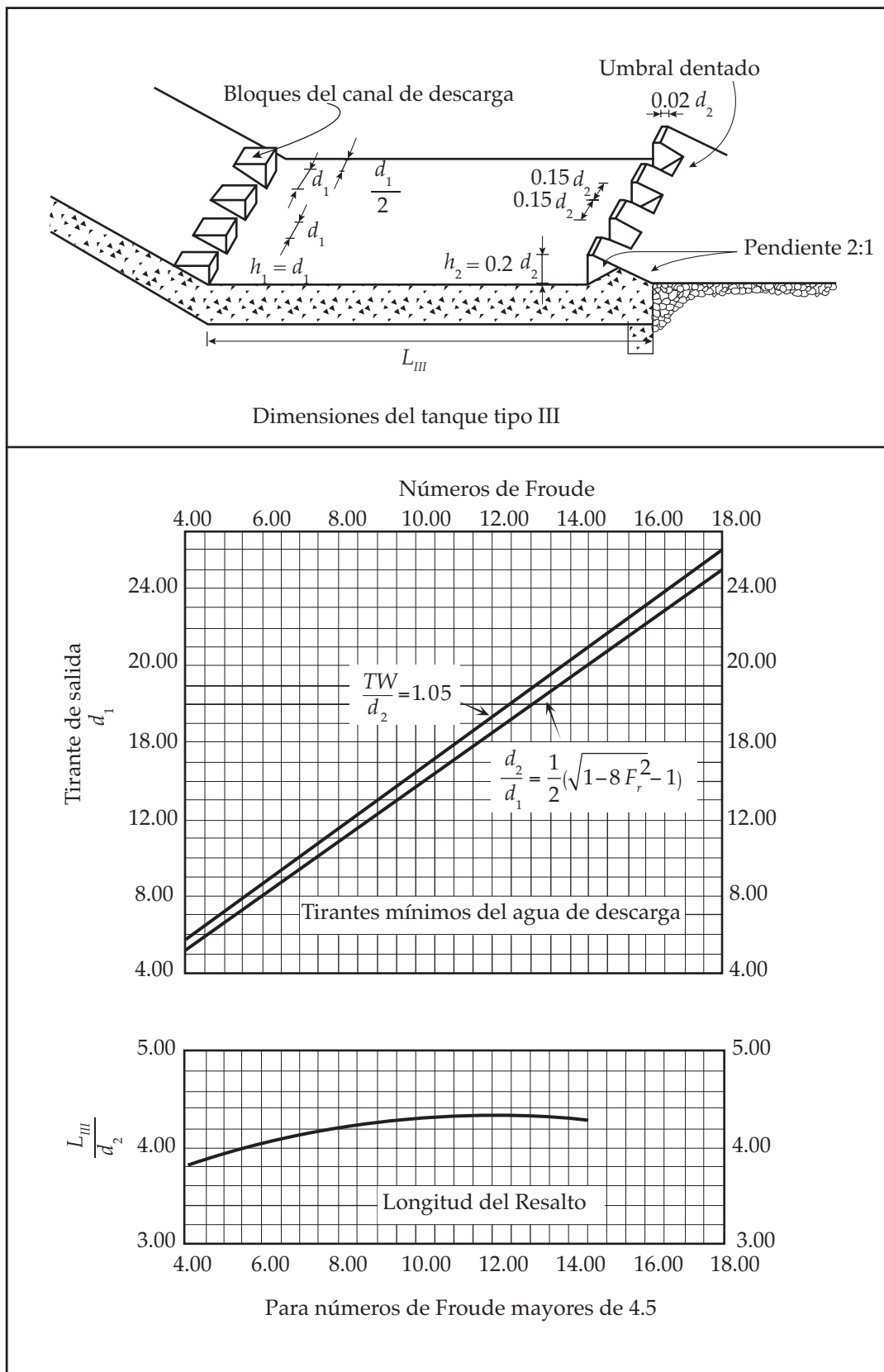


Figura 94. Tanque amortiguador tipo USBR III, *Design of Small Dams*, 1960.

donde:

$L_{III}$ , Longitud del estanque tipo III (m).

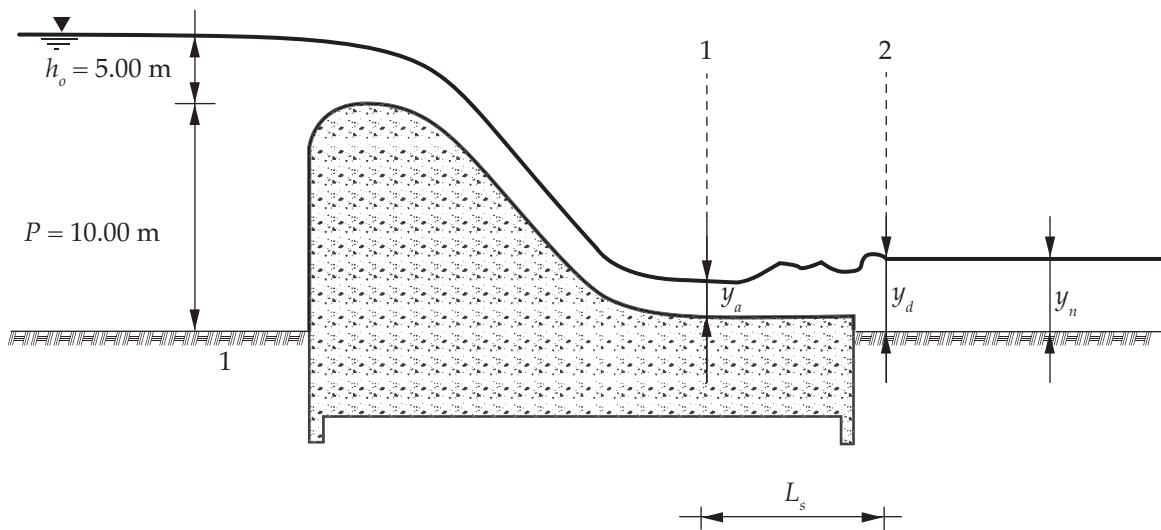
$TW$ , Tirante de agua (m).

si el sistema de coordenadas se coloca en el labio de la cubeta deflectora se puede calcular la trayectoria del chorro como se muestra en la Tabla dieciocho.

**Tabla No. 18. Cálculo de la trayectoria del chorro.**

$x_L$ (m)	10.00	20.00	30.00	40.00	50.00	60.00	70.00	80.00	90.00	100.00	110.00	110.30
$y_L$ (m)	5.13	8.96	11.50	12.75	12.70	11.36	8.73	4.80	-0.42	-6.94	-14.74	-15.00

**Ejemplo 15.** Un vertedor rectangular con 15.00 m de longitud efectiva, un coeficiente de descarga  $C = 1.92$  y una carga  $h_o = 5.00$  m, vierte un gasto de  $322.00 \text{ m}^3/\text{s}$ . Aguas abajo del vertedor se construirá un canal rectangular revestido de concreto, que descargará directamente al cauce del río. Calcular la pendiente del canal y la longitud  $L_s$  donde se producirá el resalto hidráulico, ver Figura noventa y cinco.



**Figura 95. Datos del Ejemplo No.15.**

**Solución:**

Como una primera observación debe decirse que  $y_a$  es el conjugado menor del resalto hidráulico y  $y_d$  el conjugado mayor. Para que el resalto hidráulico sea estable el tirante conjugado mayor debe ser igual al tirante normal en el canal, si  $y_d > y_n$ , el resalto se corre hacia aguas abajo, y si  $y_d < y_n$ , el resalto se correría hacia aguas arriba.

El gasto unitario vale:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{322.00}{15.00} = 21.47 \text{ m}^2/\text{s}$$

la velocidad de llegada:

$$V_a = \frac{q}{P + h_o} = \frac{21.47}{15.00} = 1.43 \text{ m/s}$$

la carga de velocidad:

$$h_a = \frac{V_a^2}{2g} = \frac{1.43^2}{2(9.81)} = 0.10 \text{ m}$$

el tirante crítico  $y_c$  vale:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(21.47)^2}{9.81}} = 3.61 \text{ m}$$

Aplicando la ecuación de la energía entre la sección próxima a la cresta del cimacio y el pie del vertedor, y considerando como pérdidas por cortante sobre el cimacio  $0.15 \frac{V_1^2}{2g}$ , se tiene:

$$10.00 + 5.00 + 0.10 = y_a + \frac{V_1^2}{2g} + 0.15 \frac{V_1^2}{2g}$$

esto es lo mismo que:

$$15.10 = y_a + \frac{q^2 (1.15)}{2g y_a^2} \quad \text{o bien:}$$

$$15.10 = y_a + \frac{(21.47)^2 (1.15)}{2g y_a^2}$$

cuya solución es  $y_a = 1.41 \text{ m}$

la velocidad en la sección 1 será:

$$V_1 = \frac{q}{y_a} = \frac{21.47}{1.41} = 15.28 \text{ m/s}$$

y la carga de velocidad y la energía en la sección 1:

$$h_1 = \frac{V_1^2}{2g} = \frac{15.28^2}{2(9.81)} = 11.90 \text{ m}$$

$$E_1 = \frac{V_1^2}{2g} + y_a = 11.90 + 1.41 = 13.31 \text{ m}$$

el número de *Froude* en 1 vale:

$$F_{r1} = \frac{V_1}{\sqrt{g y_a}} = \frac{15.28}{\sqrt{9.81(1.41)}} = 4.11$$

el tirante conjugado mayor vale:

$$y_d = \frac{y_a}{2} \left( \sqrt{1 + 8F_{r1}^2} - 1 \right) = \frac{1.41}{2} \left( \sqrt{1 + 8(4.11^2)} - 1 \right) = 7.49 \text{ m}$$

y la velocidad, carga de velocidad y energía en la sección 2 serán:

$$V_2 = \frac{q}{y_d} = \frac{21.47}{7.49} = 2.87 \text{ m/s}$$

$$h_2 = \frac{V_2^2}{2g} = \frac{2.87^2}{2(9.81)} = 0.42 \text{ m}$$

$$E_2 = \frac{V_2^2}{2g} + y_d = 0.42 + 7.49 = 7.91 \text{ m}$$

la pérdida de energía en el resalto vale:

$$\Delta h = E_1 - E_2 = 13.31 - 7.91 = 5.40 \text{ m}$$

el tirante normal en el canal aguas abajo del vertedor para que el resalto no se corra debe valer:

$$y_n = y_d = 7.49 \text{ m}$$

$$A = by_d = 15.00(7.49) = 112.35 \text{ m}^2$$

$$P = b + 2y_d = 15.00 + 2(7.49) = 29.98 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{112.35}{29.98} = 3.75 \text{ m}$$

$R_h^{2/3} = (3.75)^{2/3} = 2.41$  de la fórmula de *Manning* puede calcularse la pendiente del canal:

$$S_o = \left( \frac{Qn}{AR_h^{2/3}} \right)^2 = \left( \frac{322.00(0.015)}{112.35(2.41)^{2/3}} \right)^2 = 0.00057$$

para calcular la longitud  $L_s$  donde se presenta el resalto se emplea la Fig. 90 obteniéndose:

$$\frac{L_s}{y_p} = 5.81$$

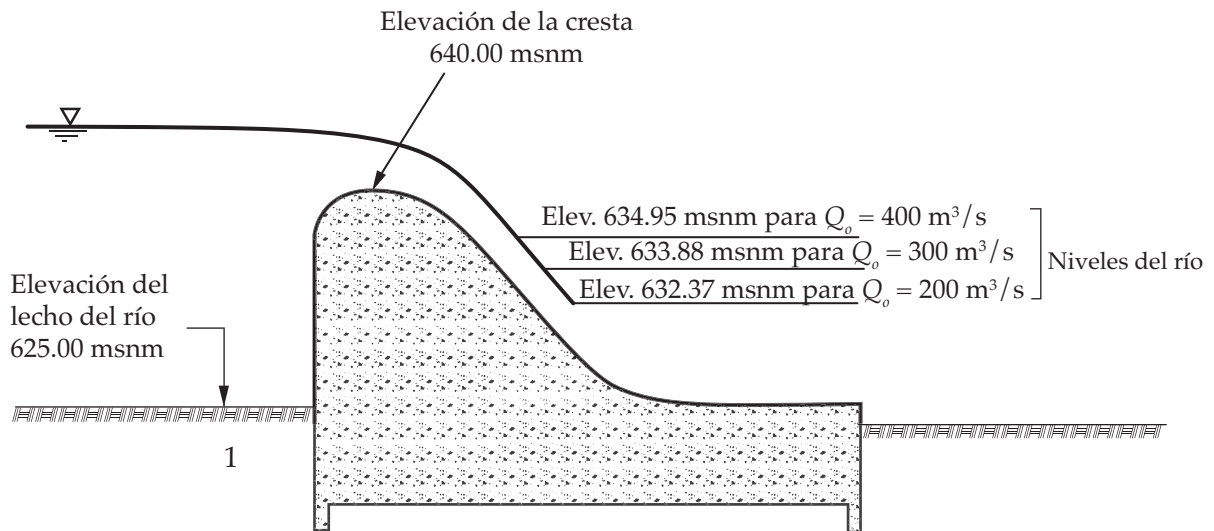
entonces la distancia  $L_s$  vale:

$$L_s = (5.81)(7.49) = 43.52 \text{ m}$$



**Ejemplo 16.** Un vertedor como el que se muestra en la Fig. 96, tiene una descarga máxima de  $400.00 \text{ m}^3/\text{s}$ , una longitud efectiva  $L_e = 20.00 \text{ m}$  y las características geométricas mostradas. Los niveles del agua abajo del vertedor para diferentes descargas se muestran también en la figura.

**Diseñe un trampolín estriado ahogado.**



**Figura 96.** Datos del Ejemplo No.16.

**Solución:**

En la Tabla No. 19 se muestran los parámetros hidráulicos para cada descarga:

**Tabla No. 19.** Parámetros hidráulicos para diferentes descargas.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
$Q_o$	$q$	$H_e$	Elev. Vaso	Elev. Río	$H_k$	$h_{vt}$	$V_t$	$d_t$	$F_t$	$d_t + h_{vt}$
$\text{m}^3/\text{s}$	$\text{m}^2/\text{s}$	m	msnm	msnm	m	m	m/s	m	-	m
400.00	20.00	4.80	644.80	634.94	9.86	9.86	13.91	1.44	3.70	11.30
300.00	15.00	3.96	643.96	633.88	10.08	10.08	14.06	1.07	4.34	11.15
200.00	10.00	3.03	643.03	632.37	10.66	10.66	14.46	0.69	5.56	11.35

A continuación se describen las columnas de la tabla de cálculo.

Columna 1.  $Q_o$ . Gastos de descarga.

Columna 2.  $q$ . Gastos unitarios. Calculados como:  $q = Q_o / b$ .

Columna 3.  $H_e$  Carga sobre el vertedor:  $H_e = (q / C)^{2/3}$ . En este ejemplo se consideró  $C = 1.90$ .

Columna 4. Elev. Vaso. Elevación del vaso calculado como: Elev. Vaso = Elev. Cresta +  $H_e$ .

Columna 5. Elev. Río. Elevación del agua en el río para cada descarga.

Columna 6.  $H_k$ . Carga para cada gasto  $H_k = \text{Elev. Vaso} - \text{Elev. Río}$ .

Columna 7.  $h_{vt}$ . Carga de velocidad en el nivel de descarga, despreciando pérdidas.

Columna 8.  $V_t$ . Velocidad del flujo al nivel de descarga:  $V_t = \sqrt{2gh_{vt}}$ .

Columna 9.  $d_t$ . Tirante del agua al nivel de descarga: .

Columna 10.  $F_t$ . Número de Froude al nivel de descarga:  $F_t = V_t \sqrt{gd_t}$ .

Columna 11.  $d_t + h_{vt}$ . Energía específica del agua al nivel de descarga.

El radio mínimo del trampolín se determina con el número de *Froude* al nivel del agua de descarga para  $Q_o = 400.00 \text{ m}^3/\text{s}$ .  $F_t = 3.70$ , usando la Fig. 89, se obtiene:

$$\frac{R_d}{d_t + \frac{V_t^2}{2g}} = 0.48$$

entonces:

$$R_d = (1.44 + 9.86) (0.48) = 5.42 \text{ m}$$

En este caso se supone que el cauce tiene pendiente hacia arriba, es decir se tiene un caso 1 en la Fig. 89, de la cual con el número de *Froude* 3.70 y  $R_d / (d_t + V_t^2 / 2g) = 0.48$  se obtiene:

$$T_{\text{máx}} = 7.00 d_t = 7.0 (1.44) = 10.08 \text{ m}$$

$$T_{\text{mín}} = 5.6 d_t = 5.6 (1.44) = 8.06 \text{ m}$$

el tirante promedio será:

$$T_{\text{med}} = 9.07 \text{ m}$$

el fondo del trampolín estará colocado a la elevación:

$$634.95 - 9.07 = 625.88 \text{ m}$$

es necesario revisar el comportamiento para otras descargas con el radio  $R_d = 5.42 \text{ m}$ .

Para  $q = 15.00 \text{ m}^2/\text{s}$ , se tiene  $F_t = 4.34$ , y con la Fig. 89 se obtiene:

$$\frac{R_d}{d_t + (V_t^2 / 2g)} = 0.42$$

$$R_d = (1.07 + 10.08) (0.42) = 4.68 \text{ m}$$

Este radio es menor que el calculado anteriormente de 5.42, por lo tanto se sigue considerando válido el obtenido anteriormente.

Para un número de Froude igual a 4.34 y  $\frac{R_d}{d_t + h_{vt}} = \frac{5.424}{11.15} = 0.486$

se tiene:

$$T_{m\acute{a}x} = 10.00 d_t = 10.00 (1.07) = 10.70 \text{ m}$$

$$T_{m\acute{i}n} = 6.90 d_t = 6.90 (1.07) = 7.38 \text{ m}$$

si se hace la diferencia: Elev. Río - Elev. Fondo Tramp = 633.88 - 625.00 = 8.81 m.

Se puede garantizar buen funcionamiento hidráulico para los tirantes de  $q = 10.00 \text{ m}^2/\text{s}$ , obteniéndose los siguientes resultados.

$$F_t = 5.56$$

$$\frac{R_d}{d_t + h_{vt}} = 0.30$$

$$R_d = 11.35 (0.30) = 3.41 \text{ m}$$

$$\frac{R_d}{d_t + h_{vt}} = \frac{5.42}{11.35} = 0.48$$

$$T_{m\acute{a}x}: 9.00 d_t = 9.00 (0.69) = 6.21 \text{ m}$$

$$T_{m\acute{i}n}: 8.70 d_t = 8.70 (0.69) = 6.00 \text{ m}$$

Puede notarse que el valor de  $R_d$  propuesto inicialmente es aceptable. Como una medida de seguridad puede tomarse un radio mayor, por ejemplo:

$$R_d = 6.00 \text{ m.}$$

El diseño final se presenta en la Figura 97.

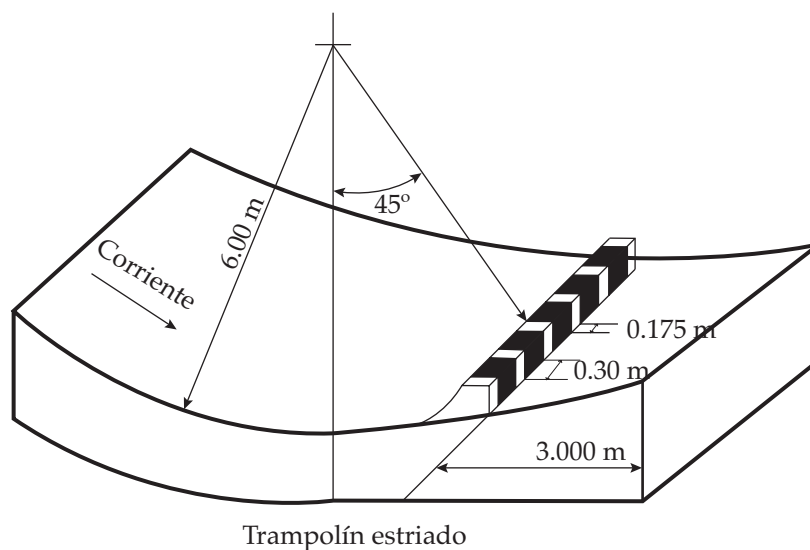
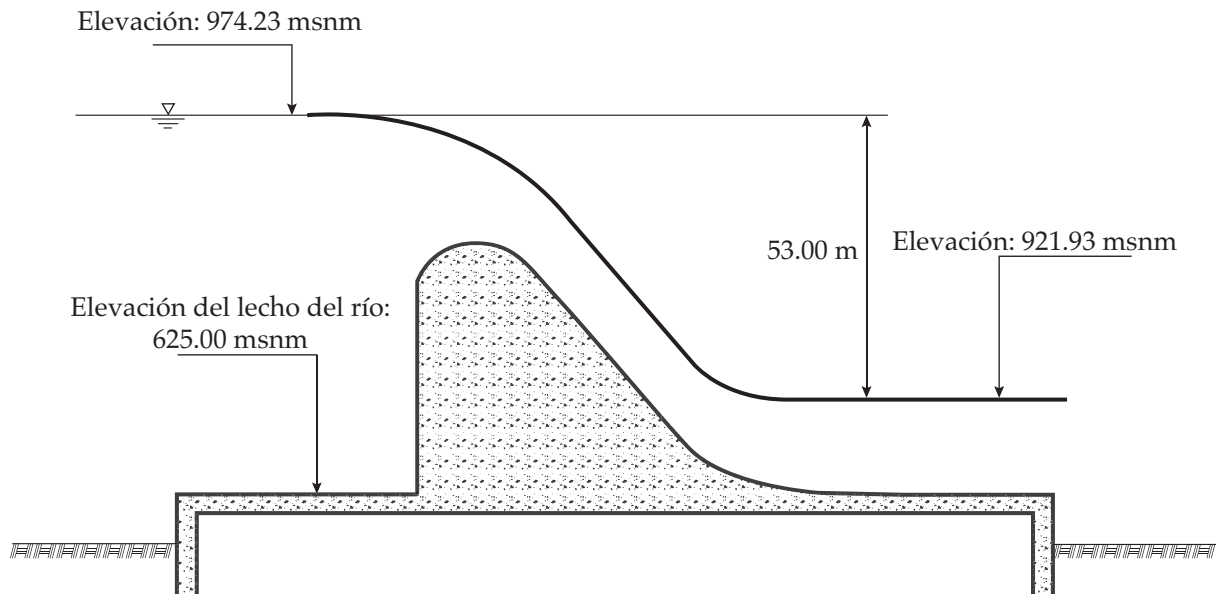


Figura 97. Diseño final de la cubeta dentada.

**Ejemplo 17.** Diseñar un tanque amortiguador para la estructura mostrada en la Fig. 98 si se tiene  $Q_o = 6500.00 \text{ m}^3/\text{s}$  y un ancho  $b = 84.00 \text{ m}$ .



**Figura 98.** Datos para el Ejemplo No. 17.

**Solución:**

El gasto unitario vale:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{6500.00}{84.00} = 77.38 \text{ m}^2/\text{s}$$

la velocidad al pie del vertedor valdrá:

$$V_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.81)(53.00)} = 32.25 \text{ m/s}$$

el tirante y el número de *Froude* en la misma sección valen:

$$y_x = \frac{q}{V_1} = \frac{77.38}{32.25} = 2.40 \text{ m}$$

$$F_{r1} = \frac{V_1}{\sqrt{g y_x}} = \frac{32.25}{\sqrt{9.81(2.40)}} = 6.65$$

el conjugado mayor se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$d_2 = \frac{d_1}{2} \left( \sqrt{1 + 8 F_{r1}^2} - 1 \right) = 21.40 \text{ m}$$

la elevación de la plantilla del tanque se ubicará así:

$$\text{Elev. Plant.} = \text{Elev. Río} - d_2 = 921.93 - 21.40 = 900.53 \text{ msnm}$$

Como se tiene un número de *Froude* de llegada  $F_{r1} = 6.65 > 4.50$ , y una velocidad de 32.25 m/s es necesario diseñar un tanque *USBR* Tipo III.

De la Fig. 94 se tiene que con  $Fr = 6.65$  se obtiene:

$$\frac{L_{III}}{d_2} = \frac{L_{III}}{y_2} = 4.10$$

la longitud del tanque será:

$$L_{III} = 4.10 (21.40) (1.05) = 92.13 \text{ m}$$

Nótese que el tirante se ha incrementado en un 5 % como una medida de seguridad. El diseño final del tanque se muestra en la Figura noventa y nueve.

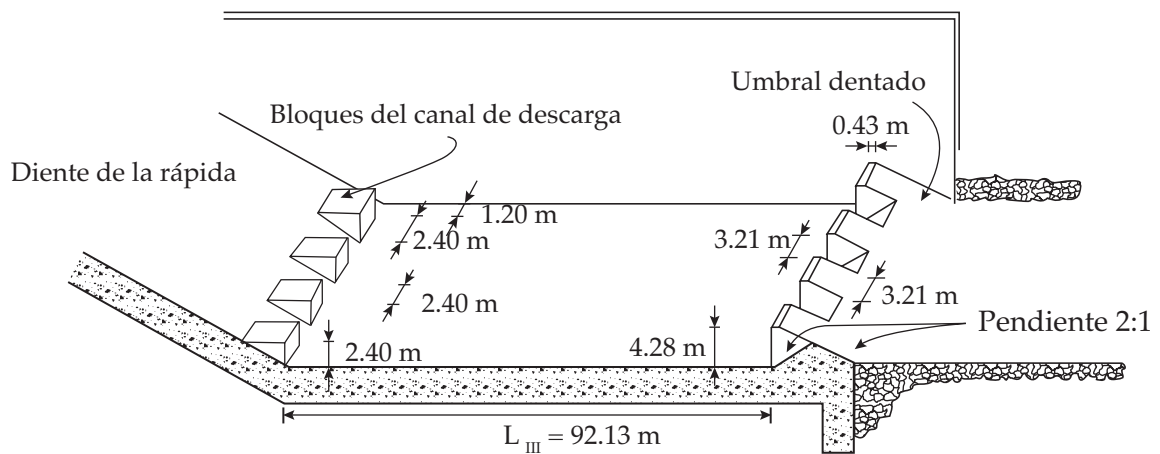


Figura 99. Diseño final del tanque amortiguador tipo *USBR III*.

Este tipo de vertedores se emplea en presas de arco o de contrafuertes pequeñas o en caídas de canales también de pequeña dimensión, debido a que las características geométricas de estas cortinas son poco propicias para construir un conducto de descarga. En general si la roca de cimentación es resistente a la erosión, puede proyectarse la caída desde la cresta del cimacio hasta el lecho del río, en caso contrario debe construirse algún tanque amortiguador para disipar la energía del chorro.

Así, el problema de los vertedores de caída libre se reduce al diseño de la sección de control y al del tanque amortiguador. El diseño de secciones de control ya se estudió en este mismo capítulo, sólo debe agregarse que se debe considerar una adecuada aeración debajo de la lámina vertiente para evitar su abatimiento por la reducción de presión debajo de ella.

El diseño del tanque amortiguador se hace en base a dos variables, la distancia de caída y el gasto unitario  $q$ . Estas variables pueden relacionarse para formar un parámetro adimensional:

$$\bar{D} = \frac{q^2}{g \bar{y}^3} \quad (85)$$

llamado número de caída, y el cual el *USBR* ha desarrollado criterios de diseño para tanques amortiguadores.

*TANQUE PARA RESALTO HIDRÁULICO.* EL PROCEDIMIENTO DE DISEÑO ES EL SIGUIENTE:

El apoyo básico es la Fig.100, en la cual se definen también las variables del problema. Para diseñar un tanque de este tipo se procede así:

- a) En un primer tanteo se supone una altura de caída  $\bar{y}$ . Esto se logra si se calcula el tirante conjugado mayor del resalto en el tanque y se fija el nivel del piso del tanque.
- b) Con “ $\bar{y}$ ” se calcula el número de caída  $\bar{D}$ , y con este valor se entra a la Fig. 100, con la cual puede calcularse el tirante conjugado mayor del resalto, se fija un nuevo nivel del piso del tanque amortiguador, se calcula nuevamente  $\bar{y}$ , y se repite el proceso hasta que no hay variaciones apreciables en el conjugado mayor.

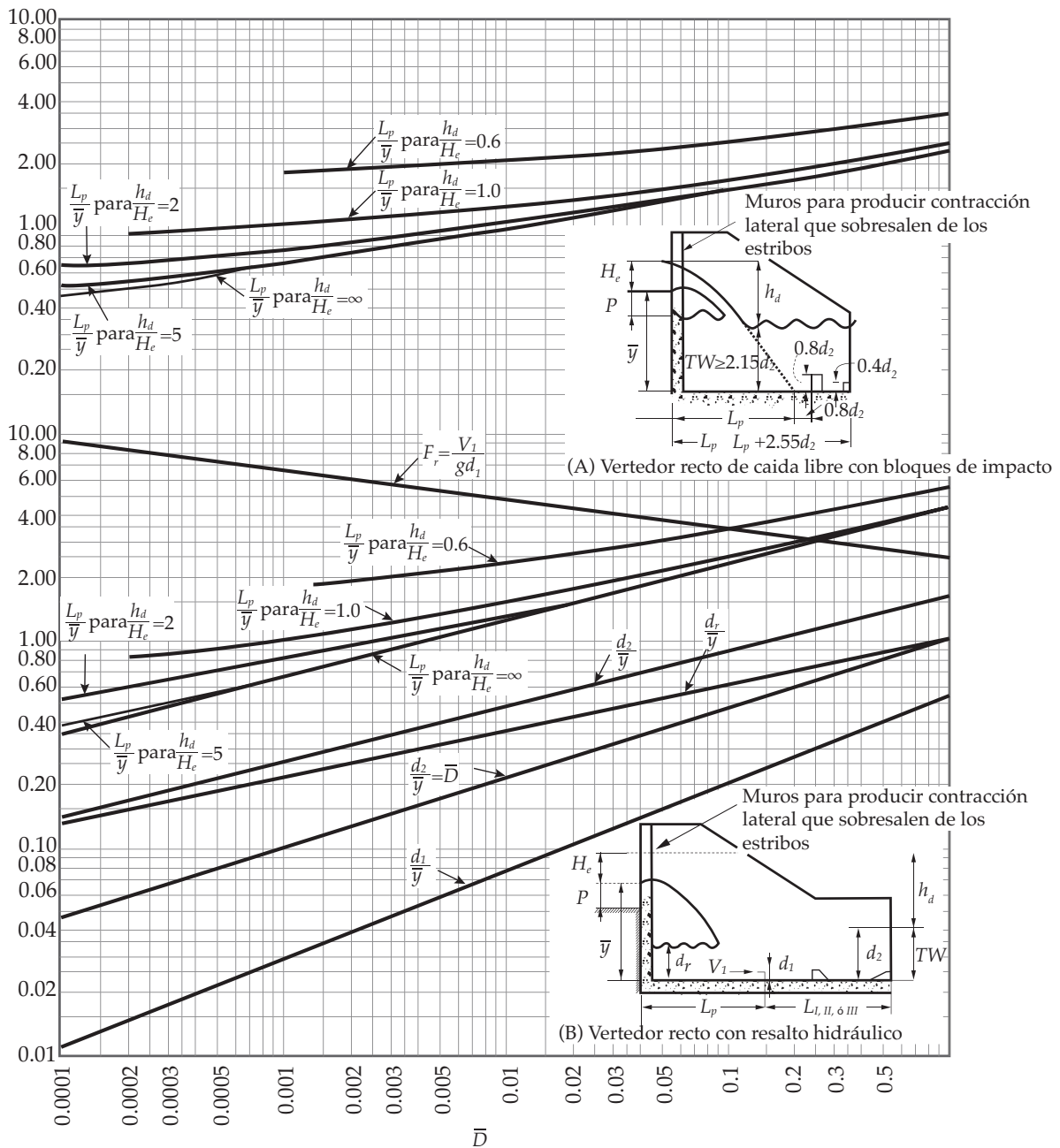


Figura. 100. Ayudas de diseño para tanques en vertedores de caída libre, *Design of Small Dams*, 1960.

donde:

$L_p$ , Longitud horizontal de la caída del agua (m).

$h_d$ , Carga hidráulica total a la entrada del tanque (m).

- c) Con el número de caída seleccionado se calculan el conjugado menor y su correspondiente número de Froude con la ayuda de la Fig. 100. A partir de estos valores puede optarse si se usa un tanque USBR II ó III, el cual se combina con el diseño inicial del tanque amortiguador.

Como recomendaciones adicionales se dan las siguientes:

longitud mínima del estanque ( $L_{min}$ ):

$$L_{min} = L_p + L_{I, II, \text{ ó } III} \quad (86)$$

distancia de los bloques a la cima de la cresta ( $L'_B$ ):

$$L'_B = L_p + 0.80d_2 \quad (87)$$

altura de los bloques ( $h'$ ):

$$h' = 1.50d_1 \quad (88)$$

#### TANQUES DE BLOQUES DE IMPACTO

Son útiles para cargas pequeñas y amplia variación de los tirantes del agua. El procedimiento de diseño es como sigue:

- Seguir los incisos a) y b) del tipo de amortiguador anterior hasta fijar el número de caída  $\Psi$ .
- Calcular el tirante crítico ( $d'_c$ ).
- Con la Fig. 100, calcular  $L_p / \bar{y}$ .
- Hacer el diseño con las recomendaciones siguientes:

longitud mínima del estanque ( $L_{min}$ ):

$$L_{min} = L_p + 2.55d'_c \quad (89)$$

longitud mínima hasta la cara de aguas arriba del bloque amortiguador ( $L_{mb}$ ):

$$L_{mb} = L_p + 0.80d'_c \quad (90)$$

tirante mínimo de la descarga ( $d'_{wt}$ ):

$$d'_{wt} = 2.15d'_c \quad (91)$$

altura óptima del bloque amortiguador ( $h'_o$ ):

$$h'_o = 0.80d'_c \quad (92)$$

anchura óptima del bloque amortiguador  $a$ :

$$a = 0.40d'_c \quad (93)$$

altura óptima del umbral terminal ( $h'_{ou}$ ):

$$h'_{ou} = 0.40d'_c \quad (94)$$

**Ejemplo 18.** Diseñar un tanque amortiguador para resalto hidráulico de un vertedor de caída libre que descarga 450.00 m<sup>3</sup>/s, cuya longitud efectiva es de 25.00 m y trabaja con una carga  $H_e = 4.48$  m. El nivel del agua en el embalse es 1236.29 msnm y el del agua en el río es 1210.79 msnm.

#### Solución:

El gasto unitario vale:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{450.00}{25.00} = 18.00 \text{ m}^2/\text{s}$$



la diferencia de niveles entre el embalse y el agua del río ( $\bar{h}$ ) es:

$$\bar{h} = 1236.29 - 1210.79 = 25.50 \text{ m}$$

el tirante conjugado  $d_2$  para estas condiciones puede obtenerse con la ecuación:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8 F_{r1}^2} - 1 \right)$$

si se desprecian pérdidas, la velocidad puede evaluarse así:

$$V = \sqrt{2g\bar{h}} = \sqrt{2(9.81)(25.5)} = 22.37 \text{ m/s}$$

de la ecuación de continuidad se obtiene el tirante:

$$d_1 = \frac{Q}{Vb} = \frac{450.00}{22.37 (25.00)} = 0.80 \text{ m}$$

el número de Froude vale entonces:

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gd_1}} = 7.99$$

y finalmente el tirante conjugado mayor:

$$d_2 = y_2 = \frac{0.80}{2} \left( \sqrt{1 + 8 (7.99)^2} - 1 \right) = 8.64 \text{ m}$$

Elev. Piso del tanque amortiguador se ubica entonces en:

$$\text{Elev. nivel del río} - d_2 = 1210.79 - 8.64 = 1202.15 \text{ msnm.}$$

La caída total  $\bar{y}$  será:

$$\text{Elev. embalse} - \text{Elev. piso tanque} = 1236.29 - 1202.15 = 34.14 \text{ m}$$

el número de caída:

$$\bar{D} = \frac{q^2}{g \bar{y}^3} = \frac{18.00^2}{9.81 (34.14^3)} = 0.00083$$

con este valor se entra a la gráfica de la Fig. 100, y se obtiene:

$$\frac{d_2}{\bar{y}} = 0.24 ; d_2 = 34.14 (0.24) = 8.19 \text{ m}$$

el nivel del piso del tanque debe ajustarse entonces a este nuevo valor:

$$1210.79 - 8.19 = 1202.60 \text{ msnm}$$

con el siguiente tanteo, “ $\bar{y}$ ” vale:

$$\bar{y} = 1236.29 - 1202.60 = 33.69 \text{ m}$$

y el número de caída es:

$$\bar{D} = \frac{q^2}{g\bar{y}^3} = \frac{18.00^2}{9.81(33.69^3)} = 0.00086$$

con  $\bar{D} = 0.00086$ . se obtiene de la Fig. 100,  $d_2 / \bar{y} = 0.25$ , valor muy aproximado al anterior  $d_2 / \bar{y}$ , por lo que se acepta válido  $\bar{D} = 0.00086$ .

$$\text{Para } \bar{D} = 0.00086 \text{ y } h_d / H_e = \frac{25.50}{4.48} = 5.69,$$

de la Fig. 100 se obtiene:

$$\frac{L_p}{\bar{y}} = 0.65$$

$$L_p = 0.65(33.69) = 21.90 \text{ m}$$

además se obtiene:

$$\frac{d_1}{\bar{y}} = 0.026; \quad d_1 = 0.026(33.69) = 0.876 \text{ m}$$

$$F_{r1} = 6.60$$

Del análisis de los valores:  $F_{r1} = 6.60$ ,  $d_1 = 0.88 \text{ m}$ ,  $d_2 = 8.64 \text{ m}$  y  $V_1 = 22.37 \text{ m/s}$ , se puede hacer el diseño del tanque USBR tipo III.

De la Fig. 94 se tiene que:

$$L_{III} = 4.10 \quad d_2 = 4.10(8.64) = 35.42 \text{ m}$$

la longitud total del estanque vale ( $L'_T$ ):

$$L'_T = L_p + L_{III} = 21.90 + 35.42 = 57.32 \text{ m}$$

la distancia de los bloques amortiguadores a partir de la pared vertical de la cresta vale:

$$L'_B = L_p + 0.8 \quad d_2 = 28.81$$

la altura de los bloques amortiguadores ( $h'$ ) será:

$$h' = 1.50 \quad d_1 = 1.50(0.88) = 1.31 \text{ m}$$

se dan mayores detalles de diseño en la Figura 101.

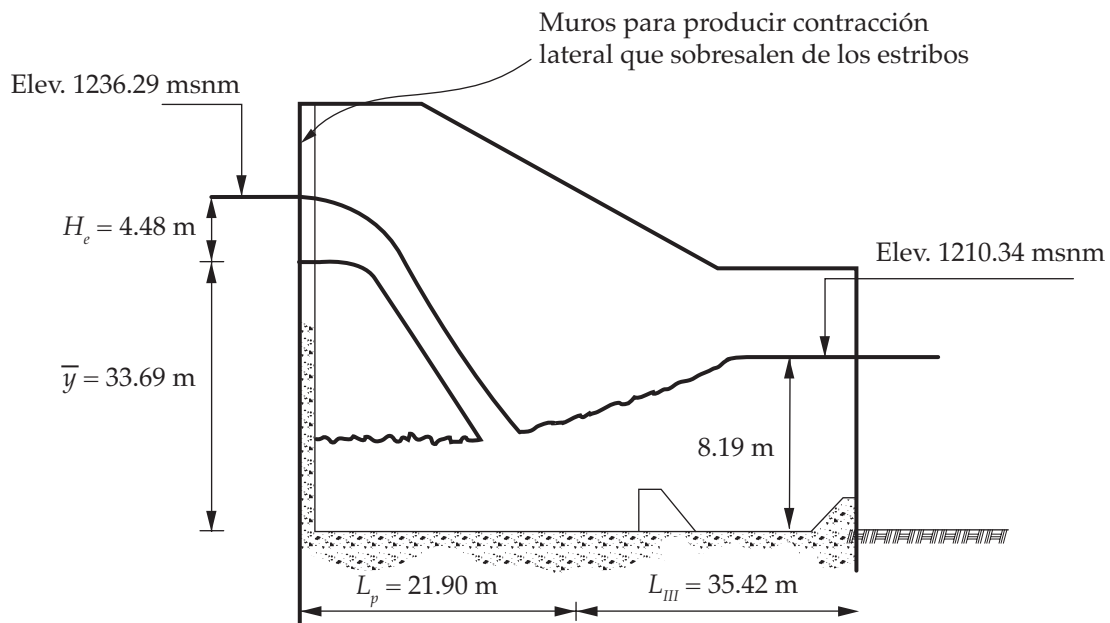


Figura 101. Diseño final del tanque de resalto hidráulico.

**Ejemplo 19. Diseñar un tanque de bloques de impacto para la estructura del Ejemplo No. 18.**

El tirante crítico ( $d'_c$ ) vale:

$$d'_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{18.00^2}{9.81}} = 3.21 \text{ m}, \text{ con } \bar{D} = 0.00086 \text{ y } \frac{h_d}{H_e} = 5.69$$

se obtiene:

$$\frac{L_p}{\bar{y}} = 0.66$$

$$L_p = 0.66 (33.69) = 22.24 \text{ m}$$

la longitud mínima del tanque vale:

$$L_{\text{mín}} = L_p + 2.55 d'_c = 22.24 + 2.55 (3.21) = 30.42 \text{ m}$$

el tirante mínimo de la descarga:

$$d_{wt} = 2.15 d'_c = 2.15 (3.21) = 6.90 \text{ m}$$

longitud mínima hasta la cara aguas arriba del bloque amortiguador:

$$L_{mb} = L_p + 0.80 d'_c = 22.24 + 0.8 (3.21) = 24.81 \text{ m}$$

altura óptima del bloque amortiguador:

$$h'_o = 0.80 d'_c = 0.80 (3.21) = 2.57 \text{ m}$$

anchura y separación de los bloques:

$$a = 0.40 d'_c = 0.40 (3.21) = 1.28 \text{ m}$$

altura óptima del umbral terminal:

$$h'_o = 0.40 d'_c = 0.40 (3.21) = 1.28 \text{ m}$$

el diseño completo se presenta en la Figura 102.

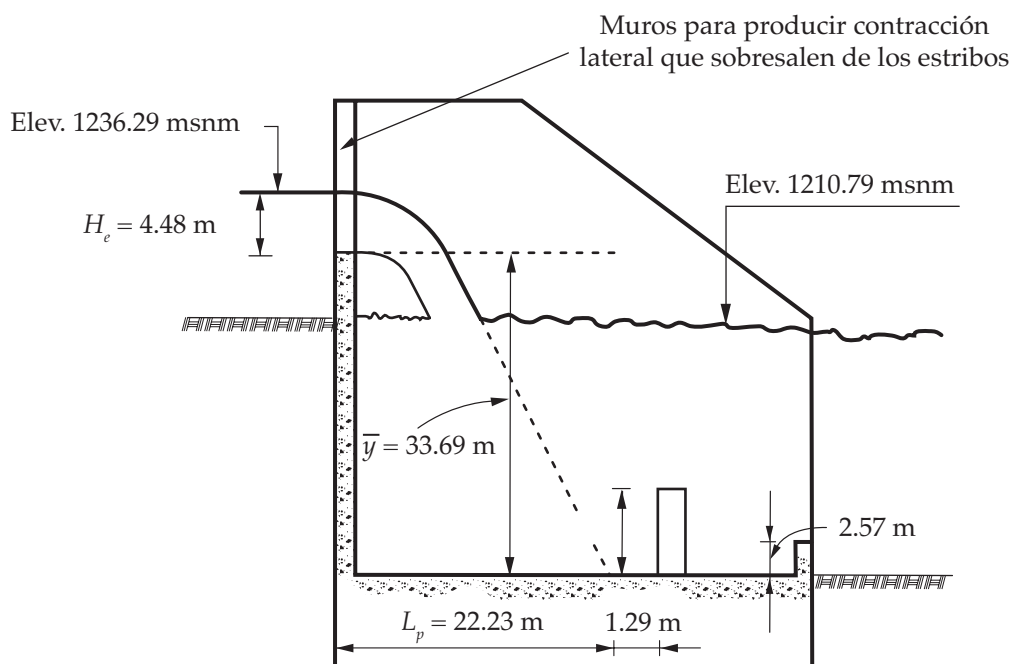


Figura 102. Diseño final de los bloques de impacto.

Este tipo de vertedores se construye cuando las condiciones topográficas, geológicas o de construcción (por ejemplo si la obra implica grandes cortes en el terreno), no permiten proporcionar una longitud efectiva  $L_e$ , que garantice la descarga de diseño  $Q_o$ , pues con ellos se amplía la longitud del vertedor en relación con la cresta recta, y en consecuencia aumenta también la descarga, ver Figuras ciento tres y ciento cuatro.

El diseño preliminar de este tipo de vertedores se hace con el auxilio de las Figuras 103 y 104, a las cuales se entra con la relación  $L_e/H_o$ , donde  $L_e$  es la longitud efectiva de la cresta y  $H_o$  la carga de diseño. En la Tabla No. 20, se presentan algunos parámetros de presas construidas con este tipo de vertedores que pueden auxiliar al proyectista para establecer condiciones de diseño.

**Tabla No. 20. Parámetros de diseño de presas construidas.**

Presa	$L_e/H_o$	$R'_1/L_e$	$\alpha'$	$R'_2/L_e$	$\beta'$	$L_2/L_e$	$L_3/L_e$	$L_4/L_e$	$L_5/L_e$	$S_r$	$\tilde{h}/H_o$
ALM	23.70	0.27	76°	0.76	24°	0.49	0.34	0.46	0.22	0.10	1.11
Mocuzari	53.80	0.20	80°	0.95	20°30'	0.47	0.39	0.33	0.27	0.06	1.22
M. Hidalgo	65.80	0.22	80°	0.57	32°30'	0.54	0.35	0.33	0.22	0.06	1.32

El radio  $R'_2$  se puede determinar con la fórmula:

$$R'_2 = \frac{L_e - \alpha' R'_1}{2 \beta'} \quad (95)$$

además deben cumplirse las condiciones propuestas por *Hiriart F., 1949*:

$$1 < \alpha' / 2 \beta' < 2.5 \quad (96)$$

$$2.5 < R'_2 / R'_1 < 5.0 \quad (97)$$

$$1.25 < \bar{d}/e < 1.75 \quad (98)$$

Si el valor de  $L_5$  no coincide con el ancho de plantilla deseado para el canal de descarga, puede modificarse  $L_4$ , tratando de respetar la forma de la transición.

Con objeto de evitar excavaciones en el colchón del abanico, se permite que el nivel del agua en éste pueda tener una elevación de hasta un 20 % de la carga sobre el nivel de la cresta del vertedor.

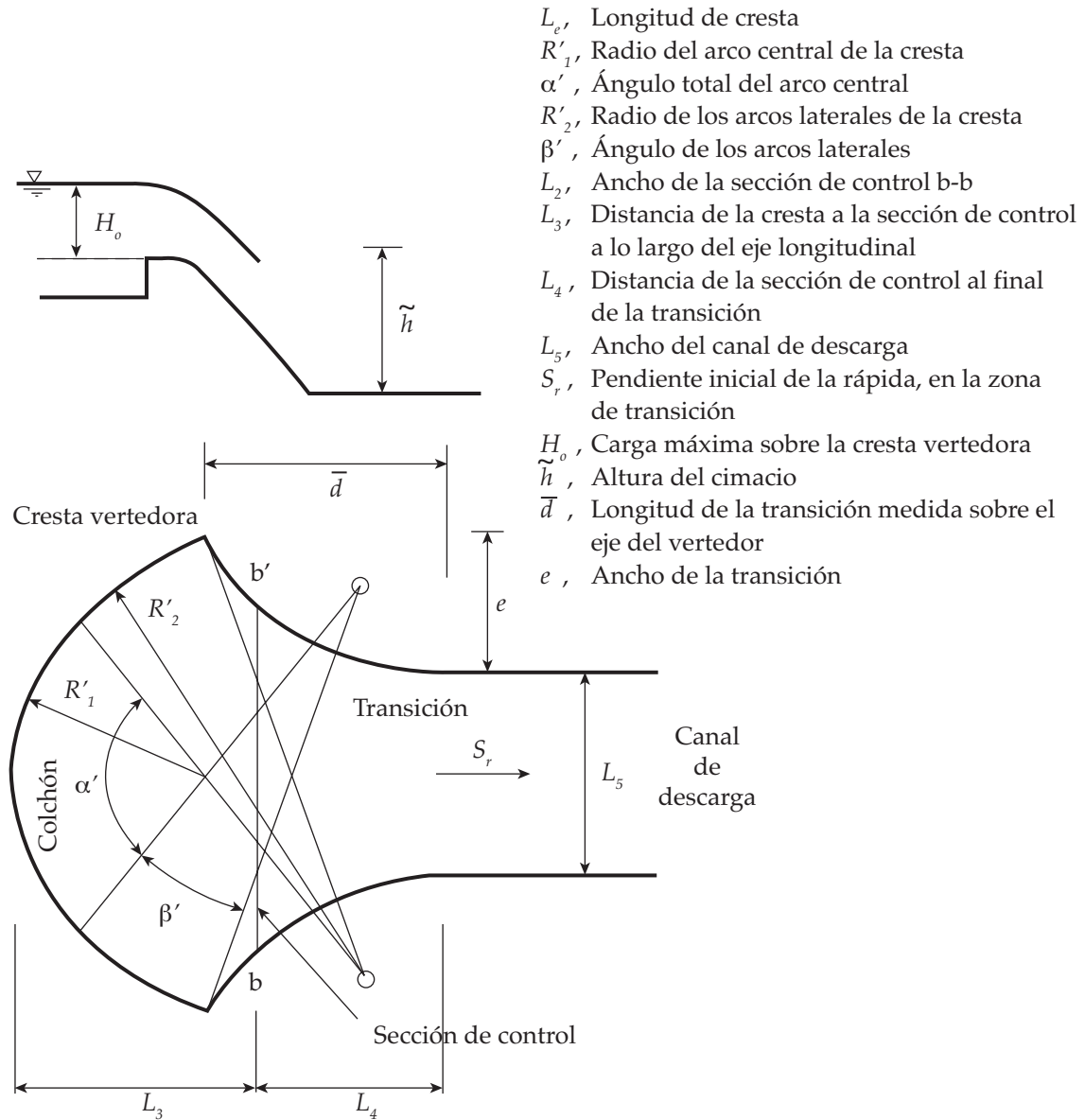


Figura 103. Geometría del vertedor en abanico, *Hiriart F., 1949.*

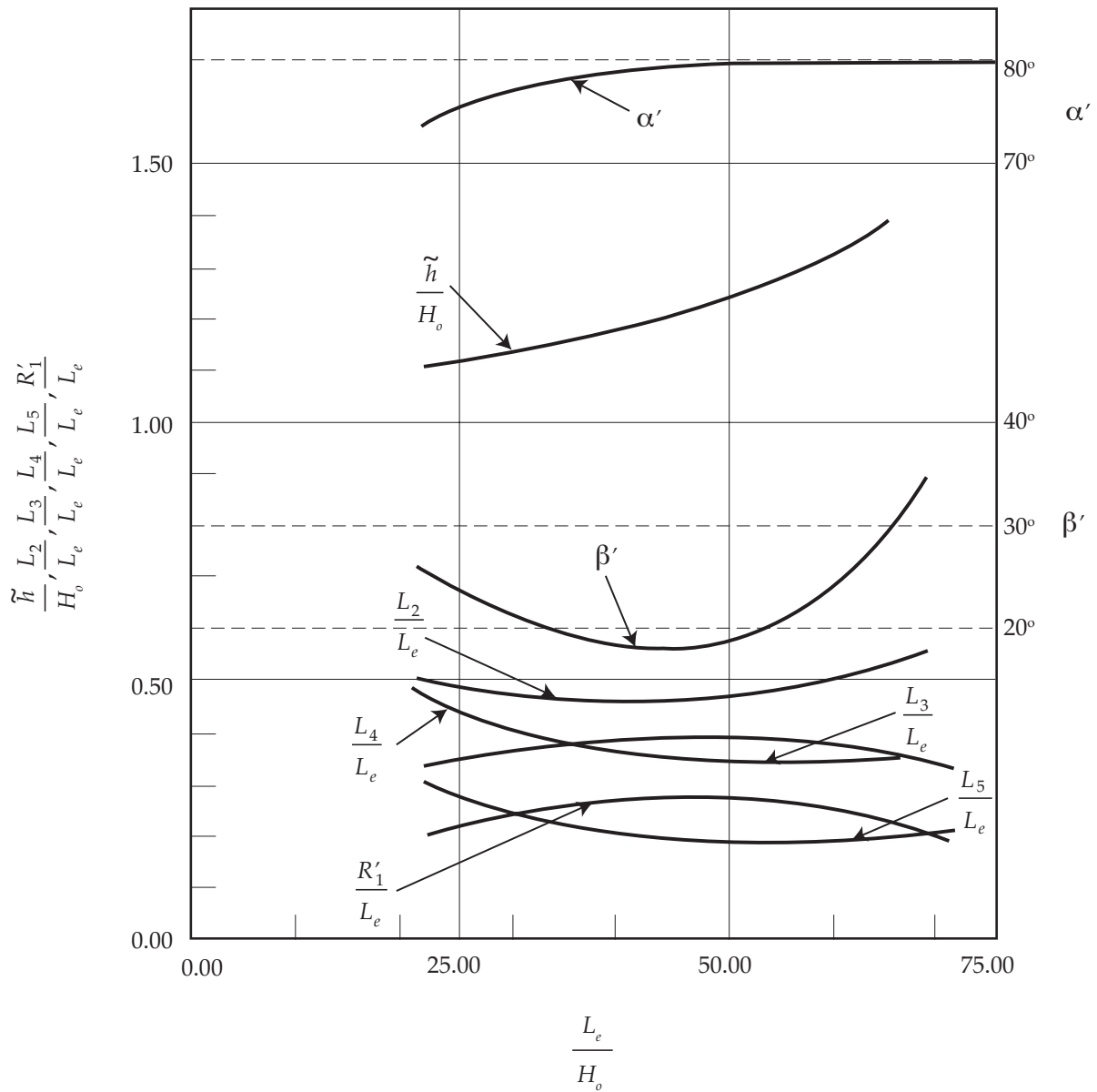


Figura 104. Parámetros para el diseño de vertedores en abanico, *Hiriart F., 1949.*

**Ejemplo 20.** Diseñar un vertedor en abanico con una longitud de cresta  $L_e = 120.00$  m y una carga  $H_0 = 4.00$  m.

**Solución:**

Con la relación:

$$\frac{L_e}{H_0} = \frac{120.00}{4.00} = 30.00$$

y con ayuda de la gráfica 104 se pueden obtener las siguientes relaciones:

$$\frac{L_5}{L_e} = 0.22 \quad \therefore \quad \mathfrak{L}_5 = 26.40 \text{ m}$$

$$\frac{R'_1}{L_e} = 0.25 \quad \therefore \quad R'_1 = 30.00 \text{ m}$$

$$\frac{L_3}{L_e} = 0.33 \quad \therefore \quad \mathfrak{r}_3 = 39.60 \text{ m}$$

$$\frac{L_4}{L_e} = 0.41 \quad \therefore \quad \mathfrak{r}_4 = 49.20 \text{ m}$$

$$\frac{L_2}{L_e} = 0.48 \quad \therefore \quad \mathfrak{r}_2 = 57.60 \text{ m}$$

$$\beta' = 23^\circ$$

$$\frac{\tilde{h}}{H_o} = 1.13 \quad \therefore \quad \tilde{h} = 4.52 \text{ m}$$

$$\alpha' = 78^\circ$$

además se puede calcular el radio  $R'_2$  con la ecuación:

$$R'_2 = \frac{L_e - \alpha' R'_1}{2\beta'}$$

$$R'_2 = 103.76 \text{ m}$$

donde  $\alpha'$  y  $\beta'$  fueron expresados en radianes.

deben revisarse ahora las condiciones de *Hiriart F., 1949*:

$$\text{a) } 1 < \frac{\alpha'}{2\beta'} < 2.50$$

$$\frac{\alpha'}{2\beta'} = 1.75$$

por lo tanto se cumple.

$$\text{b) } 2.50 < \frac{R'_2}{R'_1} < 5.00$$

$$\frac{R'_2}{R'_1} = 3.46$$

y también se cumple con la relación:

$$\text{c) } 1.25 < \frac{\bar{d}}{e} < 1.75$$



$$\frac{\bar{d}}{e} = 1.66$$

donde:

$\bar{d}$  y  $e$  son las dimensiones de la transición y sus valores para este ejemplo son:

$$\bar{d} = 52.39 \text{ m}$$

$$e = 31.52 \text{ m}$$

Ver Figura 105.

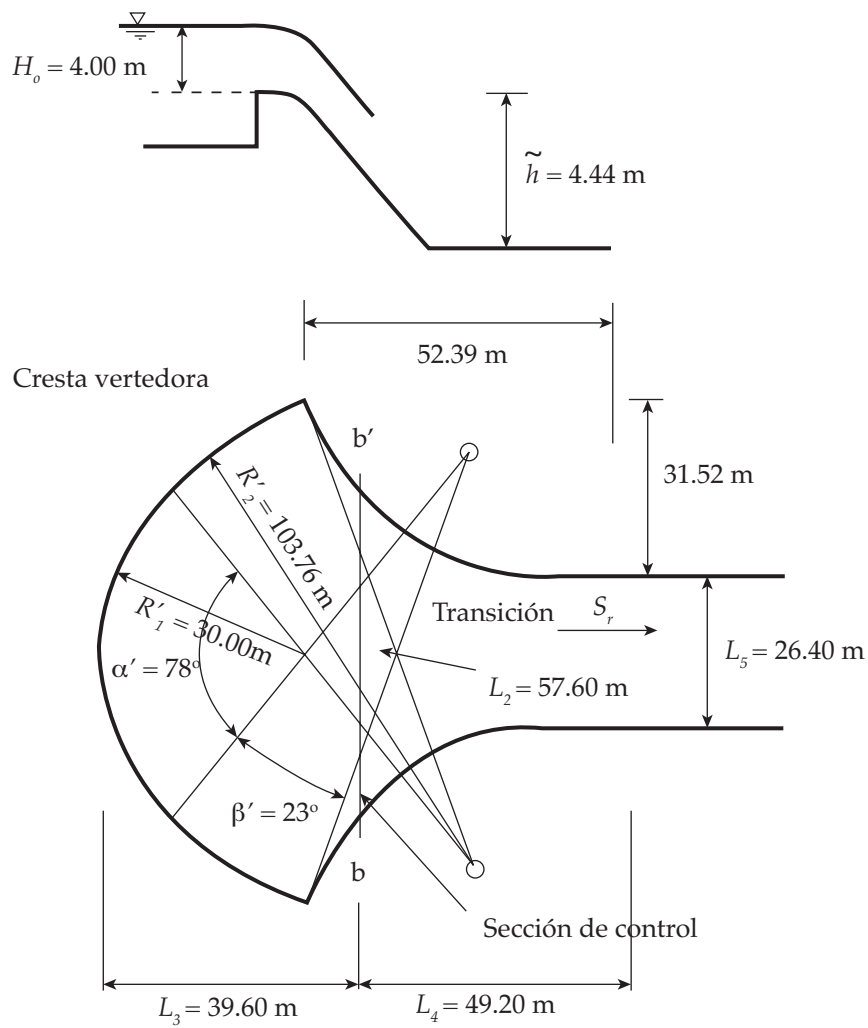


Figura 105. Diseño final del vertedor de abanico.

Aunque el funcionamiento hidráulico de este tipo de vertedor es poco eficiente, debido a la gran turbulencia y vibraciones que produce, como en el caso de los vertedores de abanico, se construyen cuando se desea incrementar la longitud de descarga  $L_e$  y las condiciones topográficas, geológicas o de construcción, no permiten incrementar dicha longitud en vertedores con cresta transversal al flujo, ver Figura ciento nueve.

En este tipo de obras, la estructura de control la forma un cimacio cuya cresta es paralela al tramo inicial del conducto de descarga, este tramo recibe el nombre de canal colector.

El cimacio se diseña con los criterios ya expuestos, aquí se tratará solo sobre el canal colector. El diseño de los canales de este tipo de vertedores se basa en la teoría del flujo espacialmente variado, la cual a su vez se apoya en la ley de la conservación de la energía.

Las hipótesis que se hacen para la obtención de la ecuación diferencial de flujo gradualmente variado son las siguientes:

- a) El flujo es unidireccional.
- b) La distribución de velocidad en una sección del canal es constante y uniforme.
- c) La presión del flujo es hidrostática.
- d) La pendiente del canal es relativamente pequeña.
- e) Se acepta la ecuación de *Manning* para evaluar pérdidas por cortante.
- f) No se considera la aeración.

La ecuación de flujo espacialmente variado será deducida tomando en consideración la Figura ciento seis.

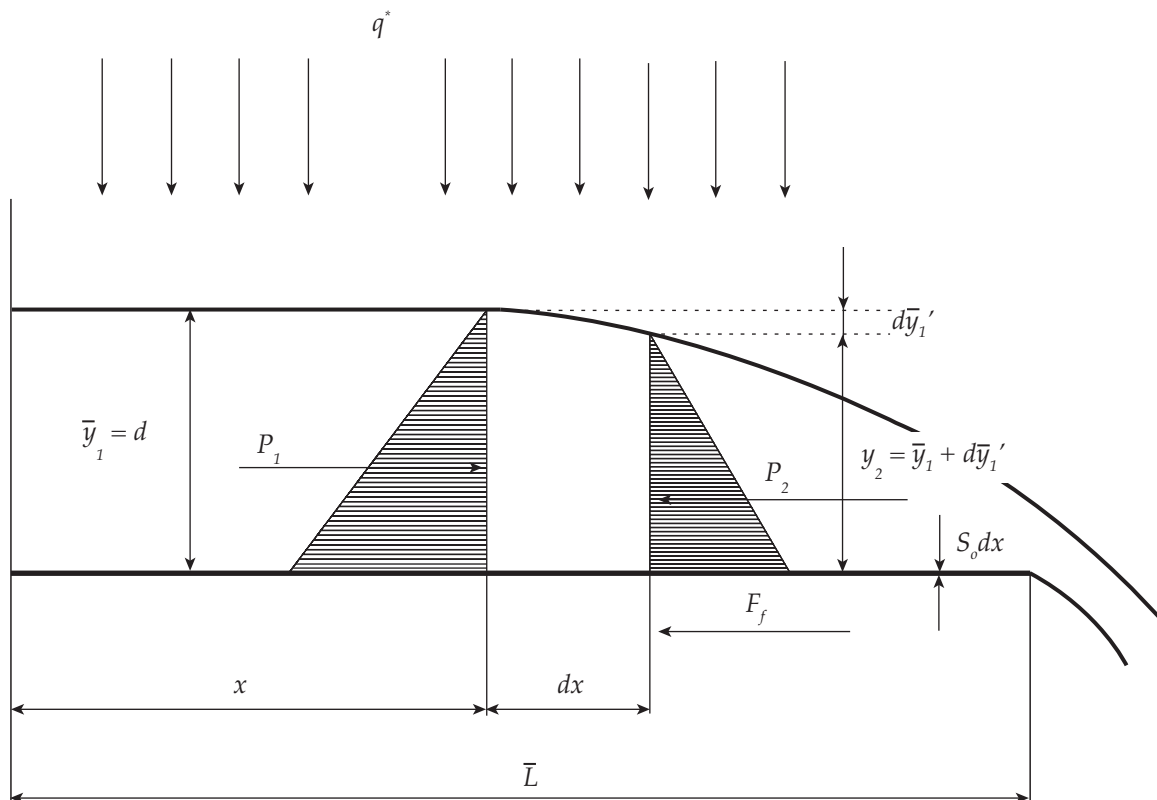


Figura 106. Flujo espacialmente variado

donde:

$q^*$ , Gasto unitario ( $m^2/s$ ).

$P_1$  y  $P_2$ , Presión en la sección 1 y 2 ( $kg/cm^2$ ).

$F_f$ , Fuerza de fricción ( $kg$ )

$y_2$  y  $\bar{y}_1$ , Tirantes en la sección 1 y 2 (m).

$S_o$ , Pendiente del canal colector.

$\bar{L}$ , Longitud del canal colector (m).

La cantidad de movimiento  $M_1$ , que pasa por la sección 1 en la unidad de tiempo es:

$$M_{\circ} = \frac{\gamma QV}{g} \quad (99)$$

donde:

$\gamma$ , Peso específico del agua.

En la sección 2 se tendrá entonces:

$$M_{\circ} = \frac{\gamma}{g} (Q + dQ) (V + dV) \quad (100)$$

donde:

$dQ$ , Gasto que ingresa entre las secciones 1 y 2.

$dV$ , Incremento de velocidad.

El cambio de cantidad de movimiento será entonces:

$$M_2 - M_1 = \frac{\gamma}{g} (Q + dQ) (V + dV) - \frac{\gamma}{g} QV = \frac{\gamma}{g} [QdV + (V + dV)dQ] \quad (101)$$

la componente del peso ( $W$ ) entre las dos secciones en la dirección del flujo es:

$$W \operatorname{sen} \theta_p = \gamma S_o \left( A + \frac{1}{2} dA \right) dx = \gamma S_o A dx \quad (102)$$

donde:

$\theta_p$ , Ángulo de inclinación de la palntilla del canal colector (°).

nótese que en la ecuación anterior se ha hecho  $S_o = \operatorname{sen} \theta_p$  y se han despreciado los productos de diferenciales.

Las pérdidas  $h_f$  entre las dos secciones valen:

$$h_f = S_f dx \quad (103)$$

donde:

$$S_f = \frac{n^2 V^2}{R_h^{4/3}} = \frac{Q^2 n^2}{A^2 R_h^{4/3}}$$

La fuerza  $F_f$ , ver Fig. 106 vale:

$$F_f = \gamma \left( A + \frac{1}{2} dA \right) \left( S_f + \frac{dS_f}{2} \right) dx = \gamma A S_f dx \quad (104)$$

nótese que se han despreciado nuevamente los productos diferenciales.

Las fuerzas de presión se pueden calcular con la ecuación:

$$P_1 = \gamma \bar{Z}_1 A \quad (105)$$

donde:

$\bar{Z}_1$ , es la profundidad del centroide de  $A$  bajo la superficie del flujo.

Similarmente en la sección 2 se tendrá:

$$P_2 = \gamma \left( \bar{Z}_1 + dy \right) A \quad (106)$$

la resultante de estas dos fuerzas es:

$$P_1 - P_2 = -\gamma A dy \quad (107)$$

igualando el cambio de cantidad de movimiento a todas las fuerzas externas actuando sobre el cuerpo:

$$\frac{\gamma}{g} [QdV + (V + dV)dQ] = P_1 - P_2 + W \operatorname{sen} \theta_p - F_f \quad (108)$$

sustituyendo valores y despreciando el producto  $dVdQ$ :

$$dy = -\frac{1}{g} \left( VdV + \frac{V}{A} dQ \right) + (S_o - S_f) dx \quad (109)$$

considerando que:

$$V = \frac{Q}{A} \quad (110)$$

$$V + dV = \frac{Q + dQ}{A + dA} \quad (111)$$

sustituyendo 110 y 111 en 109:

$$dy = -\frac{V}{g} \frac{(2AdQ - QdA + dAdQ)}{A^2 + AdA} + (S_o - S_f) dx \quad (112)$$

despreciando  $dA$  en el numerador,  $dAdQ$  en el denominador, haciendo  $q^* = dQ/dx$  y considerando el coeficiente de energía ( $\alpha_1$ ), la ecuación 105 puede escribirse:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f - 2\alpha_1 Q q^* / g A^2}{1 - \alpha_1 Q^2 / g A^2 D_h} \quad (113)$$

donde:

$D_h$ , es la profundidad hidráulica.

## 16.1. INTEGRACIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL

Si ahora se consideran incrementos finitos en lugar de diferenciales, la ecuación 108 puede escribirse así:

$$\frac{\gamma}{g} [Q\Delta V + (V + \Delta V)\Delta Q] = -\Delta \int_0^{\Delta y} A dy + S_o \int_0^{\Delta x} A dx - \gamma S_f \int_0^{\Delta x} A dx = -\gamma S_o \bar{A} \Delta x \quad (114)$$

donde:  $\bar{A}$  es el área promedio definida como:

$$\bar{A} = \frac{Q_1 + Q_2}{V_1 + V_2} \quad (115)$$

si además se hace:

$$y = y_o \quad (116)$$

$$y + \Delta y = y_o \quad (117)$$

sustituyendo las ecuaciones 115, 116 y 117 en la ecuación 114:

$$y = -\frac{Q_1(V_1 + V_2)}{g(Q_1 + Q_2)} \left( \Delta V + \frac{V_2}{Q_1} \Delta Q \right) + S_o \Delta x - S_f \Delta x \quad (118)$$

el nivel de la superficie del agua entre las secciones 1 y 2 vale:

$$dy' = -dy + S_o dx \quad (119)$$

con incrementos finitos la anterior ecuación puede escribirse:

$$\Delta y' = -\Delta y + S_o \Delta x \quad (120)$$

sustituyendo la ecuación 120 en 118 e introduciendo el coeficiente de energía:

$$\Delta y' = \frac{\alpha Q_1 (V_1 + V_2)}{g(Q_1 + Q_2)} \left( \Delta V + \frac{V_2}{Q_1} \Delta Q \right) + S_f \Delta x \quad (121)$$

## 16.2. LOCALIZACIÓN DE LA SECCIÓN DE CONTROL

Con la ecuación de flujo espacialmente variado en incrementos finitos, ecuación 121, se puede trazar el perfil del agua, sin embargo es necesario localizar la sección de control con objeto de definir el inicio del perfil. A continuación se presenta el método del punto singular para localizar la sección de control.

La ecuación 113 puede escribirse por medio de dos funciones: ( $F_1$  y  $F_2$ )

$$F_1 = S_o - S_f - 2 \alpha_1 Q q^* / gA^2 = 0 \quad (122)$$

$$F_2 = 1 - \alpha_1 Q^2 / gA^2 D_h = 0 \quad (123)$$

la primera representa la condición de flujo cuasi normal y la segunda de flujo crítico. En el punto singular  $y'_n = y'_c = y$ , y se obtiene resolviendo simultáneamente las ecuaciones 122 y 123. De la ecuación 123:

$$Q = A \sqrt{g D_h / \alpha_1} \quad (124)$$

que conviene escribir así:

$$Q = A \sqrt{D_h} \sqrt{g / \alpha_1} \quad (125)$$

sustituyendo 125 en 122:

$$S_o - S_f - \frac{2 \alpha_1 q^*}{gA^2} \sqrt{\frac{g}{\alpha_1}} A \sqrt{D_h} = 0 \quad (126)$$

simplificando:

$$S_o - S_f - 2q^* \sqrt{\frac{\alpha_1}{g}} \frac{1}{\sqrt{A_T}} = 0 \quad (127)$$

donde:

$A_T$ , Área total (m<sup>2</sup>)

por otro lado de la ecuación de Manning:

$$S_f = \frac{V^2 n^2}{R_h^{4/3}} \quad (128)$$

sustituyendo 127 en 126:

$$S_o = \frac{V^2 n^3}{R_h^{4/3}} + 2q^* \sqrt{\frac{\alpha_1}{g}} \frac{1}{\sqrt{A_T}} \quad (129)$$

esta ecuación debe resolverse para  $y = y_c$ , que está asociado a  $Q = Q_c$ , hasta que se obtenga  $S_o$ . Con  $Q$ , y dado que  $q^* = \frac{Q}{x}$ , se obtiene  $x = \frac{Q}{q^*}$ .

De esta manera el canal puede funcionar en régimen subcrítico, supercrítico o en ambos, es decir un tramo del canal funciona con régimen subcrítico y la otra con supercrítico. El régimen supercrítico implica tirantes pequeños y grandes velocidades, por lo tanto una caída mayor desde la cresta a la superficie libre del agua en el canal colector, por lo tanto mayor turbulencia y vibraciones en la obra, por el contrario con régimen subcrítico se tendrán tirantes mayores, menores velocidades, menor caída y menor turbulencia, es por ello que se recomienda forzar a que el canal trabaje en régimen subcrítico, esto se puede lograr, obligando una sección de control al final del canal, por ejemplo por medio de un estrechamiento o un escalón, además la pendiente debe cumplir la condición de Li,1955, para garantizar el régimen subcrítico:

$$\frac{S_o \bar{L}}{\bar{y}_o} \leq \frac{2}{3} (1 + 2 F_{ro}^2) \quad (130)$$

donde:

$S_o$ , Pendiente del canal colector.

$\bar{L}$ , Longitud del canal colector.

$\bar{y}_o$ , Tirante del canal colector en la última sección.

$F_{ro}$ , Número de Froude en la última sección.

Después debe revisarse la pendiente transversal de la superficie libre del agua, para ello puede usarse la ecuación de *Viparelli*:

$$P_x = \frac{q \sqrt{2gZ_x}}{g y_x (b + 2 \bar{k}_1 y_x)} \quad (131)$$

donde:

$b$ , Ancho de plantilla.

$\bar{k}_1$ , Talud del canal colector.

$P_x$ , Pendiente transversal de la superficie libre del agua en cada sección. Esta pendiente debe ser menor del 8.00 % para garantizar un funcionamiento adecuado.

$q$ , Gasto unitario.

$y_x$ , Tirante en la sección.

$Z_x$ , Desnivel entre el nivel del agua en el vaso y el nivel de la superficie libre del canal en la sección de estudio.

El procedimiento de diseño es el siguiente:

a) Se establece una sección de control.

- b) Se calculan las características hidráulicas en la última sección del canal colector.
- c) Se determina la pendiente  $S_o$  del canal colector de acuerdo a la condición de Li, 1955.
- d) Se establecen las cotas del fondo del canal colector, considerando que se permite en la sección inicial un grado de sumergencia de  $2/3$  de la carga máxima.
- e) Se revisa la pendiente transversal del agua.

**Ejemplo 21. Revisar el funcionamiento de un vertedor de canal lateral, de concreto reforzado y cresta libre con perfil tipo *Creager*. La elevación de la cresta vertedora es de 1829.00 msnm, ésta descarga a un canal colector con longitud de 100 m y pendiente de 0.001. La elevación de la plantilla al inicio del canal colector es de 1823.00 msnm. El canal presenta una sección trapecial, con ancho de plantilla de 20 m y taludes 0.5:1; éste continúa en la sección de control que tiene una longitud de 86.50 m y pendiente de 0.001. Finalmente, la última sección del canal corresponde a la rápida, su longitud es de 100.00 m y pendiente de 0.01, ver Fig. 108. La sección transversal de la rápida es igual a la del canal colector. Éste y la rápida, están revestidos con losas de concreto reforzado, espesor 0.30 m y ancladas a la plantilla de la rápida mediante 4 dentellones. Al extremo, la rápida se prolonga en un canal sin revestir de la misma sección e intermedio con un dentellón profundo de 4 m.**

**El gasto máximo de diseño es de  $650 \text{ m}^3/\text{s}$ , que pasan sobre la cresta del vertedor con un tirante de 2.19 m, dejando un bordo libre de 2.01 m.**

**Datos generales:**

Gasto de diseño,  $Q_o = 650 \text{ m}^3/\text{s}$   
 Coeficiente de *Manning* del concreto,  $n = 0.015$   
 Sección a lo largo de todo el canal: Trapecial  
 Taludes, 0.50:1.00  
 Ancho de plantilla,  $b = 20.00 \text{ m}$   
 Elevación de la cresta del vertedor, 1829.00 msnm  
 Tirante sobre la cresta del vertedor,  $y_v = 2.19 \text{ m}$   
 Bordo libre de la cresta vertedora,  $(BL) = 2.00 \text{ m}$

**Datos del canal colector:**

Elevación de la plantilla, 1823.00 msnm  
 Longitud,  $\bar{L} = 100.00 \text{ m}$   
 Pendiente,  $S_o = 0.001$

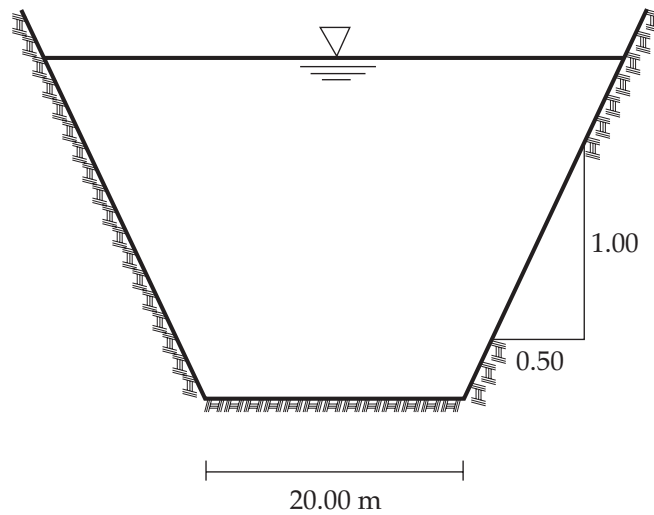
**Datos de la sección de control:**

Longitud,  $L_{sc} = 86.50 \text{ m}$   
 Pendiente,  $S_{sc} = 0.01$

**Datos de la rápida:**

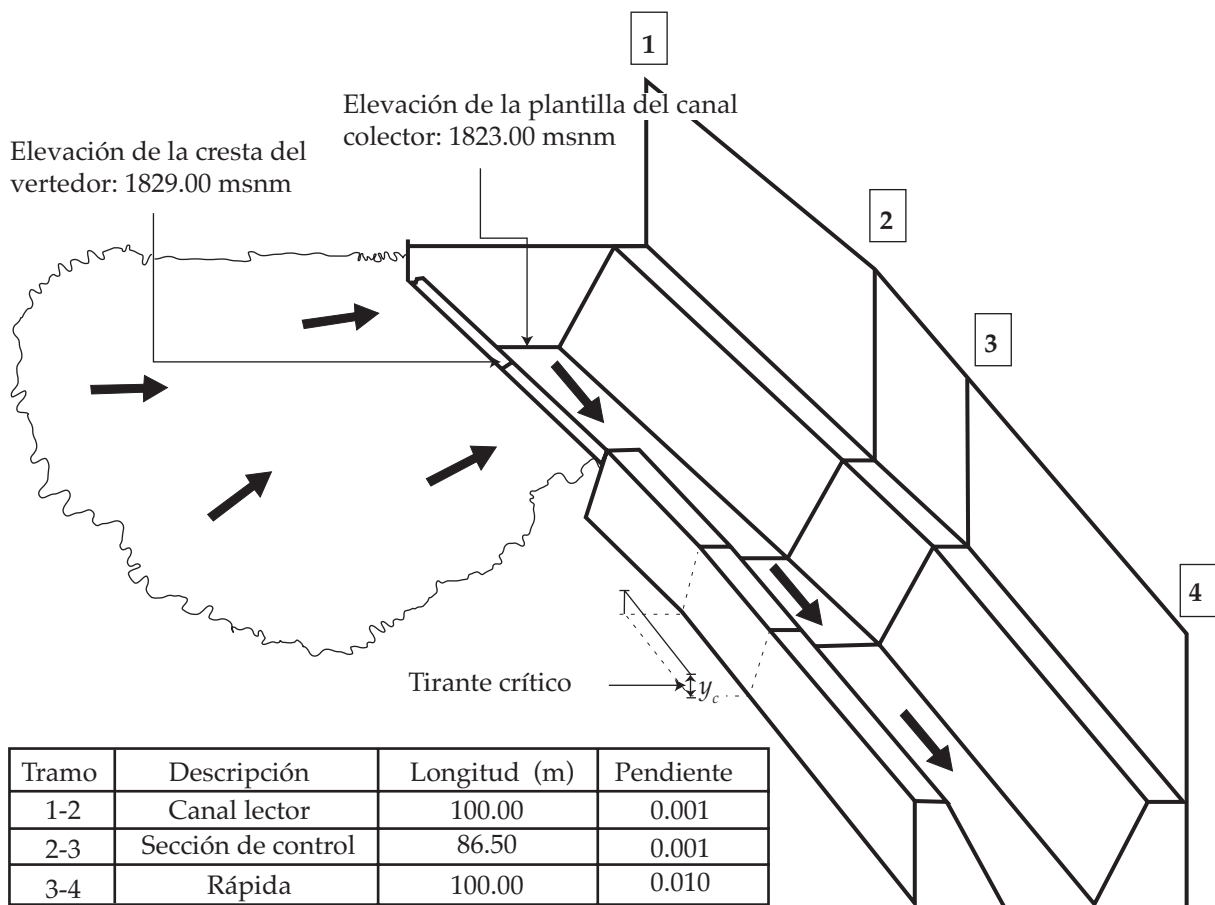
Longitud,  $L_r = 100.00 \text{ m}$   
 Pendiente,  $S_r = 0.01$





**Figura 107. Sección transversal del canal colector y sección de control.**

El canal colector, la sección de control y la rápida, son de forma trapezoidal con ancho de plantilla igual a 20 m y talud 0.5:1, ver Figura ciento siete.



**Figura 108. Esquema general de un vertedor de canal lateral.**

En la Fig. 108 se muestra la obra de excedencias dividida en tres secciones: Canal colector (1-2), sección de control (2-3) y la rápida (3-4). Es importante mencionar que en la estación 3 (inicio de la rápida) se presenta el tirante crítico ( $y_c$ ), el cual se asume como la condición de frontera para iniciar con la solución del problema.

**Solución:**

**Paso 1.** Se calcula el tirante crítico en la sección de control correspondiente:

Para este caso es:  $y_c = 4.57$  m

**Paso 2.** Cálculo de las características hidráulicas en la sección de control:

Aplicando la ecuación de la energía entre la estación inicial y final de la sección de control (secciones 2 y 3 respectivamente), y considerando las pérdidas en la transición de un 15 % de la diferencia de cargas en ambas estaciones se tiene:

$$y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = y_3 + \frac{V_3^2}{2g} + 0.15(h_3 - h_2')$$

La sección 3, representa la condición de frontera por lo que sus parámetros son conocidos y se obtienen de la siguiente manera:

$$y_3 = y_c; \quad V_3 = Q / A_3; \quad h_3 = \frac{V_3^2}{2g}$$

$$\therefore y_3 = 4.57 \text{ m}; \quad v_3 = 6.38 \text{ m/s}; \quad h_3 = 2.08 \text{ m};$$

sustituyendo estos valores en la ecuación de la energía se obtiene:

$$y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + 0.15h_2' = 4.57 + 2.08 + 0.15(2.08)$$

por otra parte, se tiene:

$$h_2' = \frac{V_2^2}{2g}; \quad V_2 = Q / A_2; \quad A_2 = by_2' + \bar{k}_1 y_2'^2$$

sustituyendo estas expresiones en la ecuación de la energía, se tiene:

$$y_2' + 1.15 \frac{Q^2}{2g (by_2' + \bar{k}_1 y_2'^2)^2} = 4.57 + 2.08 + 0.15(2.08)$$

se resuelve la ecuación anterior por medio de iteraciones, obteniendo:

$$y_2 = 5.01 \text{ m}; \quad v_2 = 5.77 \text{ m/s}; \quad h_2' = 1.70 \text{ m}; \quad F_{ro} = 0.82$$

el valor del número de *Froude* en la sección 2 presenta un régimen subcrítico al inicio de la sección de control.

**Paso 3.** Verificar que la pendiente propuesta para el canal colector satisfaga la ecuación de Li, 1955:

De la ecuación de Li, 1955:

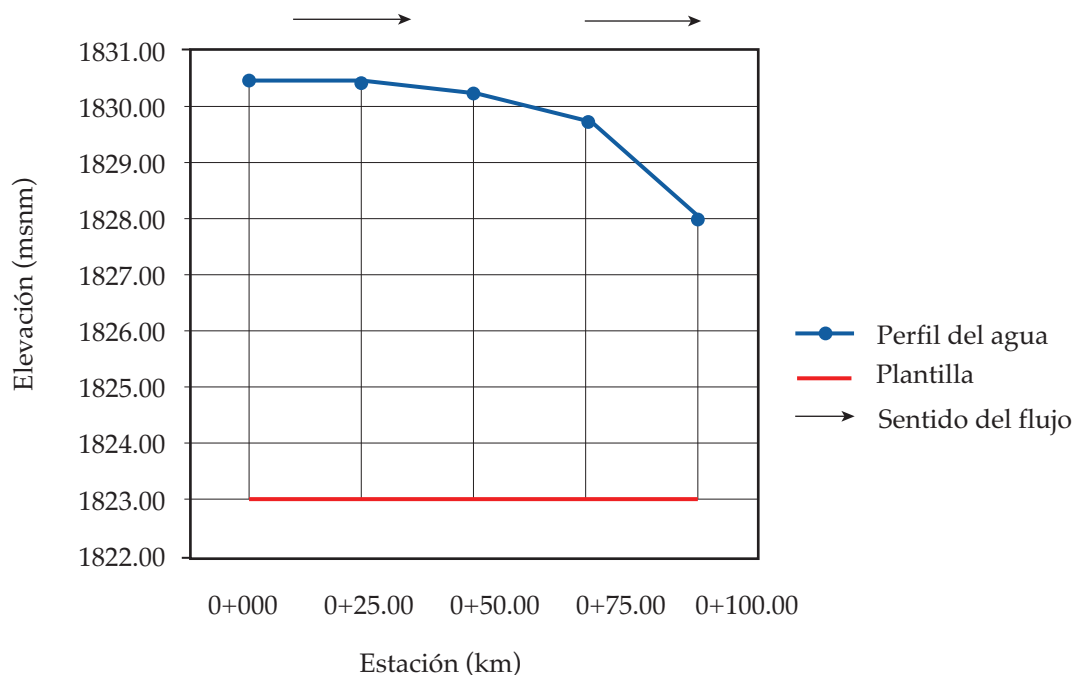
$$\frac{S_o \bar{L}}{y_2'} \leq \frac{2}{3} (1 + 2F_{r0}^2); \quad \frac{0.001(100)}{5.01} \leq \frac{2}{3} [1 + (0.82)^2]$$

la pendiente propuesta  $S_o = 0.001$ , satisface las condiciones requeridas.

**Tabla No.21. Perfil del agua en el canal colector.**

Núm.	Estación (km)	$\Delta x$ (m)	$Z_o$ (m)	$\Delta y$ (m)	$Z_x$ (m)	$y$ (m)	Elev. Superf. Libre del Agua (msnm)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$P_m$ (m)	$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	$V$ (m/s)	$Q_1+Q_2$ (m <sup>3</sup> /s)	$V_1+V_2$ (m/s)	$\Delta Q$ (m <sup>3</sup> /s)	$\Delta V$ (m/s)	$R_b$ (m/s)	$S_o$	$h_f$ (m)	$dy'$ (m)
1	0+100.00	0.00	0.00	0.00	5.01	5.01	1828.01	112.75	31.20	650.00	5.76	-	-	-	-	-	-	-	-
2	0+75.00	25.00	0.03	1.75	6.74	6.74	1829.74	157.49	35.07	487.50	3.10	1137.50	8.86	162.50	2.67	4.49	0.0003	0.007	1.75
3	0+50.00	25.00	0.05	0.55	7.24	7.24	1830.24	171.03	36.19	325.00	1.90	812.50	5.00	162.50	1.20	4.73	0.0001	0.003	0.55
4	0+25.00	25.00	0.08	0.27	7.44	7.44	1830.41	176.41	36.63	162.50	0.92	487.50	2.82	162.50	0.98	4.82	0.0000	0.001	0.27
5	0+0.00	25.00	0.10	0.09	7.42	7.42	1830.42	176.00	36.60	0.00	0.00	162.50	0.92	162.50	0.92	4.81	0.0000	0.000	0.09

**Paso 4.** Cálculo del perfil del agua en el canal colector. El cálculo se efectúa empleando el método del paso directo y se presenta en la Tabla número veintiuno.



**Figura 109. Perfil de flujo espacialmente variado en el canal colector.**

El perfil del agua calculado en la tabla anterior se presenta en la Fig. 109, en la cual se ha considerado (como dato del problema) una elevación en la estación 0+000 de 1823 msnm.

**Paso 5.** Cálculo de la pendiente transversal de la superficie del agua en el canal colector.

Aplicando la ecuación de *Viparelli* se obtienen los siguientes resultados:

Elevación de la superficie libre del agua en el vaso:  $1829.00+2.19=1831.19$  msnm

Elevación del piso (Est. 0+000): 1823 msnm, ver Tabla número veintidós.

**Tabla No.22. Cálculo de la pendiente transversal.**

Estación (x)	Cota de plantilla (msnm)	Tirante $y_x$ (m)	Cota de la superficie libre del agua (msnm)	$Z_x$ (m)	$q$ ( $m^2/s$ )	$q(2gZ_x)^{0.5}$	$gy_x(b+2\bar{k}_1y_x)$	Pendiente transversal de la superficie libre del agua ( $P_x$ )
100.00	1822.90	5.01	1827.91	3.28	32.50	260.72	1229.19	0.2121
75.00	1822.93	6.74	1829.66	1.53	32.50	177.83	1767.70	0.1006
50.00	1822.95	7.24	1830.19	1.00	32.50	143.90	1934.95	0.0744
25.00	1822.98	7.44	1830.41	0.78	32.50	126.92	2001.94	0.0634
0.00	1823.00	7.42	1830.42	0.77	32.50	126.10	1996.81	0.0632

Como se observa, algunos valores de  $P_x$  son mayores a 0.08, lo que no garantiza un funcionamiento adecuado al final del canal colector.

### Cálculo del perfil de flujo gradualmente variado, empleando el método del paso directo

El flujo gradualmente variado se presenta en la sección de control y en la rápida respectivamente, ver Figura ciento ocho.

### Cálculo del perfil en la sección de control

#### Datos:

Longitud,  $L_{sc} = 86.50$  m

Pendiente,  $S_{sc} = 0.001$

Ancho de plantilla,  $b = 20.00$  m

Talud de la sección trapecial:  $\bar{k}_1 = 0.50$

Condición de frontera (estación 2):  $y_c = 4.57$  m

#### Solución:

La sección de control (Tramo 2 – 3) se ha dividido uniformemente, en la Tabla 23 se presentan las características hidráulicas en cada tramo.

**Tabla No.23. Cálculo del perfil de flujo en la sección de control.**

Cálculo del flujo gradualmente variado												
$y$ (m)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$P_m$ (m)	$R_h$ (m)	$V$ (m/s)	$V^2/2g$ (m)	$\bar{E}$ (m)	$S_f$	$\Delta y$ (m)	$S_f$ media	$\Delta x$ (m)	Suma	Estación (km)
4.57	101.84	30.22	3.37	6.38	2.08	6.65	0.0018	----	-----	-----	0.00	0+186.05 (Sección 3)
4.72	105.5	30.55	3.45	6.16	1.93	6.65	0.0016	-0.148	0.0017	-9.56	-9.56	0+176.49
4.77	106.81	30.67	3.48	6.09	1.89	6.66	0.0016	-0.053	0.0016	-9.56	-19.12	0+166.93
4.81	107.79	30.76	3.5	6.03	1.85	6.66	0.0015	-0.039	0.0015	-9.56	-28.69	0+157.37
4.84	108.58	30.83	3.52	5.99	1.83	6.67	0.0015	-0.032	0.0015	-9.56	-38.25	0+147.81
4.87	109.26	30.89	3.54	5.95	1.8	6.67	0.0015	-0.027	0.0014	-9.56	-47.81	0+138.25
4.89	109.86	30.94	3.55	5.92	1.78	6.68	0.0015	-0.024	0.0014	-9.56	-57.37	0+128.69
4.91	110.4	30.99	3.56	5.89	1.77	6.68	0.0014	-0.022	0.0014	-9.57	-66.94	0+119.13
4.93	110.89	31.04	3.57	5.86	1.75	6.69	0.0014	-0.020	0.0014	-9.56	-76.50	0+109.57
4.95	111.33	31.08	3.58	5.84	1.74	6.69	0.0014	-0.018	0.0014	-9.56	-86.05	0+100.00 (Sección 2)

donde:

$\bar{E}$ , Energía específica

### Cálculo del perfil en la rápida

Longitud,  $L_r = 100$  m

Pendiente,  $S_r = 0.01$

Ancho de plantilla,  $b = 20.00$  m

Talud de la sección trapecial:  $\bar{k}_r = 0.50$

Condición de frontera (estación 3):  $y_c = 4.57$  m

### Solución:

La rápida se ha dividido en 10 tramos espaciados uniformemente, obteniendo los resultados mostrados en la Tabla número veinticuatro:

**Tabla No. 24. Cálculo del perfil de flujo en la rápida (Tramo 3 – 4).**

Cálculo del flujo gradualmente variado												
$y$ (m)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$P_m$ (m)	$R_h$ (m)	$V$ (m/s)	$V^2/2g$ (m)	$\bar{E}$ (m)	$S_f$	$\Delta y$ (m)	$S_f$ media	$\Delta x$ (m)	Suma	Estación (km)
4.57	101.84	30.22	3.37	6.38	2.08	6.65	0.0018	----	-----	-----	0.00	0+186.05 (Sección 3)
4.13	91.04	29.20	3.10	7.10	2.60	6.70	0.0025	0.44	0.0022	10.00	10.00	0+196.05
3.97	87.24	28.90	3.00	7.50	2.83	6.80	0.0029	0.16	0.0027	10.00	20.00	0+206.05
3.86	84.57	28.60	3.00	7.70	3.01	6.90	0.0031	0.11	0.0030	10.00	30.00	0+216.05
3.77	82.46	28.40	2.90	7.90	3.17	6.90	0.0034	0.09	0.0033	10.00	40.00	0+226.05
3.69	80.71	28.70	2.90	8.10	3.31	7.00	0.0036	0.07	0.0035	10.00	50.00	0+236.05
3.63	79.21	28.10	2.80	8.20	3.43	7.10	0.0038	0.06	0.0037	10.00	60.00	0+246.05
3.58	77.90	28.00	2.80	8.30	3.55	7.10	0.0040	0.06	0.0039	10.00	70.00	0+256.05
3.53	76.73	27.90	2.80	8.50	3.66	7.20	0.0043	0.05	0.0041	10.00	80.00	0+266.05
3.48	75.69	27.80	2.70	8.60	3.76	7.20	0.0044	0.04	0.0043	10.00	90.00	0+276.05
3.44	74.74	27.70	2.70	8.70	3.85	7.30	0.0045	0.04	0.0045	10.00	100.00	0+286.05 (Sección 4)

## Cálculo del perfil de flujo gradualmente variado, empleando *HEC-RAS 4.0*

Con el objetivo de corroborar y comparar los valores obtenidos con el método tradicional (paso directo), a continuación se presenta el cálculo de los mismos perfiles de flujo gradualmente variado, pero ahora empleando el software *HEC-RAS 4.0*.

### Cálculo del perfil en la sección de control

#### Datos:

Longitud,  $L_{sc} = 86.50$  m

Pendiente,  $S_{sc} = 0.001$

Ancho de plantilla,  $b = 20.00$  m

Talud de la sección trapecial:  $\bar{k}_1 = 0.50$

Condición de frontera (Sección 2):  $y_c = 4.57$  m

Altura del canal:  $\tilde{h} = 8.00$  m

La elevación de la estación 2 equivale a 1822.90 msnm

#### Solución:

Con el fin de obtener mejores resultados, se ha dividido la sección de control en 9 tramos espaciados uniformemente, en los cuales se obtuvieron los resultados de la Tabla 25:

**Tabla No 25. Tirante hidráulico para las estaciones comprendidas en la sección de control.**

Estación (km)	Tirante del agua (m)
0+100 (Sección 2)	4.90
0+109.56	4.87
0+119.12	4.85
0+128.68	4.84
0+138.24	4.82
0+147.80	4.81
0+157.36	4.79
0+166.92	4.77
0+176.48	4.69
0+186 (Sección 3)	4.57

Puede observarse que el tirante hidráulico en la sección 2 calculado con el programa, es bastante aproximado al valor obtenido en el paso 2.

La grafica de los resultados obtenidos, considerando la elevación de referencia propuesta para la estación 2, muestra el perfil de la superficie libre del agua (dentro de *HEC-RAS 4.0*), ver Figura ciento diez:

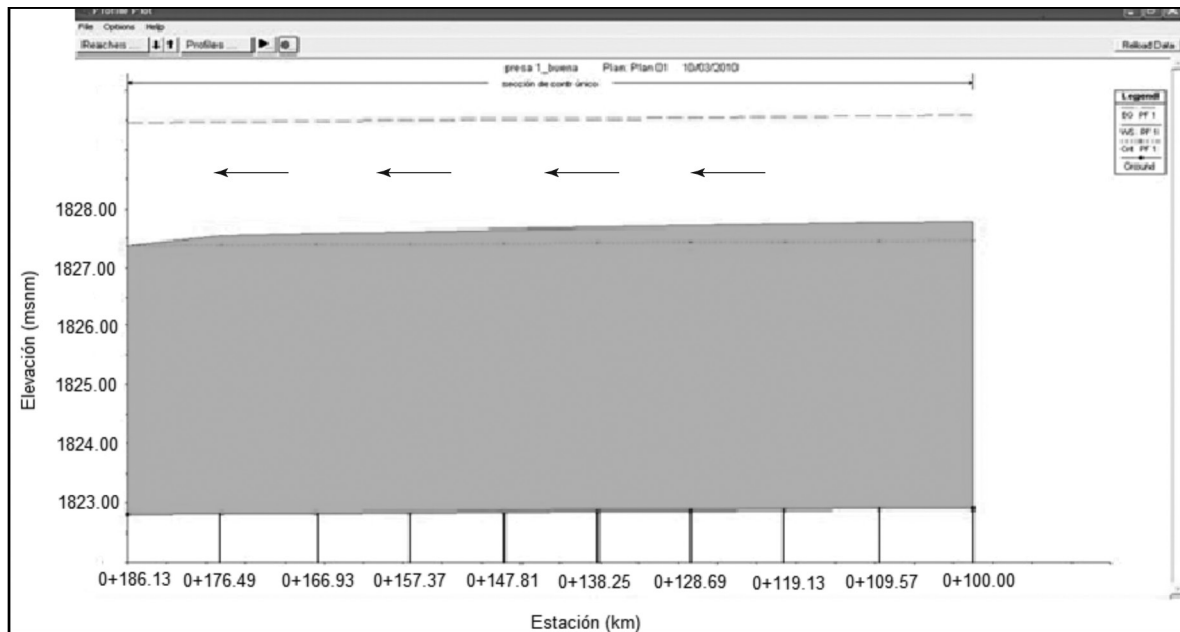


Figura 110. Perfil del agua en la sección de control, calculado con *HEC-RAS 4.0*.

Finalmente, este perfil representa la variación del nivel del agua en el tramo 2-3, presentándose asimismo un flujo con régimen subcrítico.

### Cálculo del perfil en la rápida

#### Datos:

Longitud,  $L_r = 100.00$  m

Pendiente,  $S_r = 0.001$

Ancho de plantilla,  $b = 20.00$  m

Talud de la sección trapecial:  $\bar{k}_1 = 0.50$

Altura del canal:  $\tilde{h} = 8.00$  m

Condición de frontera (Sección 3),  $y_c = 4.57$  m

La elevación de la estación 3 equivale a 1822.814 m

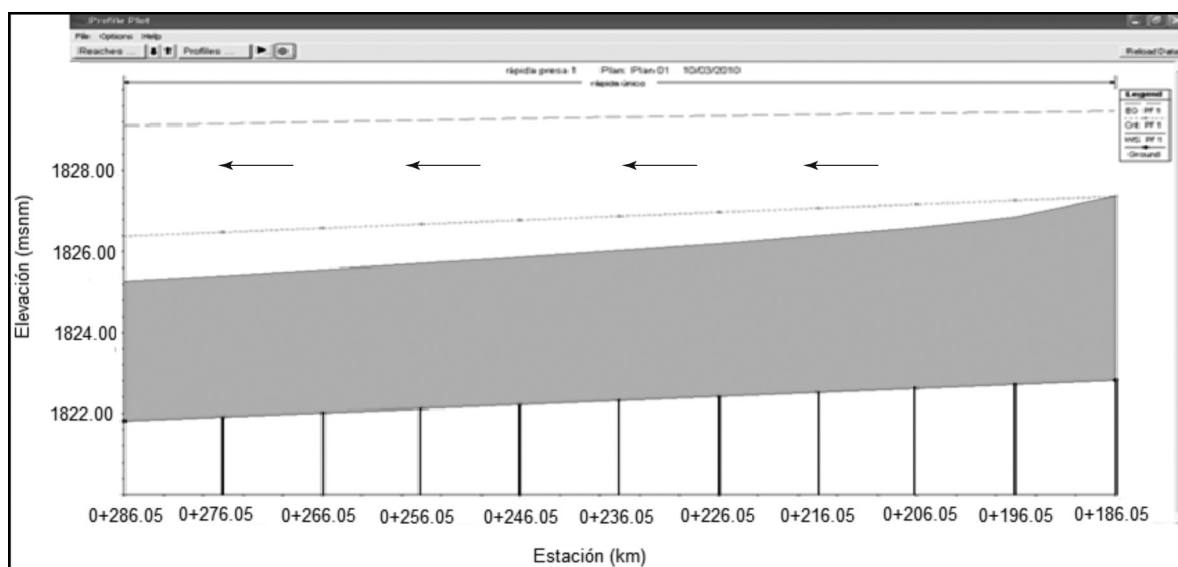
## Solución:

La rápida se ha dividido en 10 tramos espaciados uniformemente, obteniendo los siguientes resultados, ver Tabla veintiséis.

**Tabla No. 26. Tirante hidráulico para las estaciones comprendidas en la rápida.**

Estación (km)	Tirante del agua (m)
0+186 (Sección 3)	4.57
0+196	4.12
0+206	3.97
0+216	3.86
0+226	3.77
0+236	3.69
0+246	3.63
0+256	3.57
0+266	3.53
0+276	3.48
0+286 (Sección 4)	3.44

El perfil del agua calculado con *HEC-RAS 4.0* para el tramo en análisis, se muestra en la siguiente Figura ciento once.



**Figura 111. Perfil del agua en la rápida, calculado con *HEC-RAS 4.0*.**

Con este perfil se concluye el análisis hidráulico hecho en *HEC-RAS* de la sección de control y la rápida respectivamente.

Comparación entre los tirantes calculados, ver Tablas No. 27 y 28.



**Tabla No.27. Comparación de resultados para la sección de control.**

Estación (km)	y (m) (HEC-RAS)	y (m) (Paso directo)
0+100 (Sección 2)	4.90	4.95
0+109.56	4.87	4.93
0+119.12	4.85	4.91
0+128.68	4.84	4.89
0+138.24	4.82	4.87
0+147.8	4.81	4.84
0+157.36	4.79	4.81
0+166.92	4.77	4.77
0+176.48	4.69	4.71
0+186 (Sección 3)	4.57	4.57

**Tabla No. 28. Comparación de resultados para la sección de la rápida.**

Estación (km)	y (m) (HEC-RAS)	y (m) (Paso directo)
0+186 (Sección 3)	4.57	4.57
0+196	4.12	4.13
0+206	3.97	3.97
0+216	3.86	3.86
0+226	3.77	3.77
0+236	3.69	3.69
0+246	3.63	3.63
0+256	3.57	3.57
0+266	3.53	3.52
0+276	3.48	3.48
0+286 (Sección 4)	3.44	3.44

### 16.3. PROBLEMAS PROPUESTOS

- 10) Basándose en el Ejemplo 14, calcular el perfil del agua de un conducto que se descarga en un túnel con las características geométricas mostradas en la Fig. 75. El gasto de diseño es  $Q_o = 2500.00 \text{ m}^3/\text{s}$  y una carga de diseño de  $H_o = 21 \text{ m}$ . Considere un coeficiente de Manning de  $n = 0.014$  correspondiente a concreto. (Las características geométricas son idénticas al Ejemplo No. 14).
- 11) Calcular el perfil del agua con los datos del problema anterior, considerando,  $Q_o = 5000.00 \text{ m}^3/\text{s}$ , y la sección geométrica de la estructura terminal trapecial.
- 12) Calcular los índices de cavitación para el problema No. 21.
- 13) Un vertedor como el que se muestra en la Fig. 87, tiene una descarga máxima de  $500.00 \text{ m}^3/\text{s}$ , una longitud efectiva  $L_e = 30.00 \text{ m}$  y las características geométricas mostradas. Los niveles del agua abajo del vertedor para diferentes descargas se muestran también en la figura. Las descargas para cada nivel serán  $500.00 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $400.00 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $300.00 \text{ m}^3/\text{s}$ . Diseñe un trampolín estriado ahogado.
- 14) Diseñar un tanque amortiguador para la estructura mostrada en la Fig. 89 si se tiene  $Q_o = 8000.00 \text{ m}^3/\text{s}$  y un ancho  $b = 100.00 \text{ m}$ .
- 15) Diseñar un tanque amortiguador para resalto hidráulico de un vertedor de caída libre que descarga  $400.00 \text{ m}^3/\text{s}$ , cuya longitud efectiva es de  $20.00 \text{ m}$  y trabaja con una carga  $H_e = 4.50 \text{ m}$ . El nivel del agua en el embalse es de  $1238.29 \text{ msnm}$  y el del agua en el río es  $1215.79 \text{ msnm}$ .
- 16) Diseñar un vertedor en abanico con una longitud de cresta  $L_e = 200.00 \text{ m}$ , y una carga  $H_o = 7.00 \text{ m}$ .
- 17) Diseñar un tanque de bloques de impacto para la estructura del problema No. 6 propuesto.
- 18) Determine la sección de control y el perfil de un canal colector con las siguientes características:  $\bar{L} = 150.00 \text{ m}$ ,  $q^* = 4.00 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $b = 3.05 \text{ m}$ ,  $\bar{k}_1 = 0.25$ ,  $S_o = 0.130$ ,  $n = 0.015$ ,  $\alpha_1 = 1.0$ .
- 19) Diseñar un vertedor de canal lateral con una longitud de  $150.00 \text{ m}$ , para descargar  $7000.00 \text{ m}^3/\text{s}$ . La elevación de la cresta del vertedor es de  $745.00 \text{ msnm}$ .  $20.00 \text{ m}$  aguas abajo se ha establecido una sección de control, donde el tirante crítico vale  $15.95 \text{ m}$ ,  $n = 0.014$ .

La cresta de estos vertedores es circular en planta. Se utilizan cuando no hay condiciones para construir un vertedor de cresta recta o de abanico, de hecho la longitud  $L_e$  se multiplica por 3.1416 con relación a uno de cresta recta. La descarga después de pasar por la cresta vertedora se conduce a una lumbrera vertical o inclinada, que a su vez se une a un túnel casi horizontal cuya plantilla de portal debe coincidir con el nivel del agua en el río en la zona de descarga. A continuación se presentan algunos ejemplos de dichas estructuras.

La presa *Monticello* situada en el norte de California, da origen al lago *Berryessa*. Su construcción inició en 1953 y se terminó en 1957; tiene una altura de 92.66 m y una longitud de 311.81 m. Esta presa tiene uno de los vertedores de embudo más grandes en el mundo, *USBR*, 2010.

El vertedor se ubica aproximadamente a 60.96 m de la cortina. El diámetro máximo del embudo es 21.95 m y se reduce hasta 8.53 m. El gasto de diseño es 1370.17 m<sup>3</sup>/s, lo cual ocurre con una carga de 4.72 metros, ver Figura ciento doce y ciento trece.

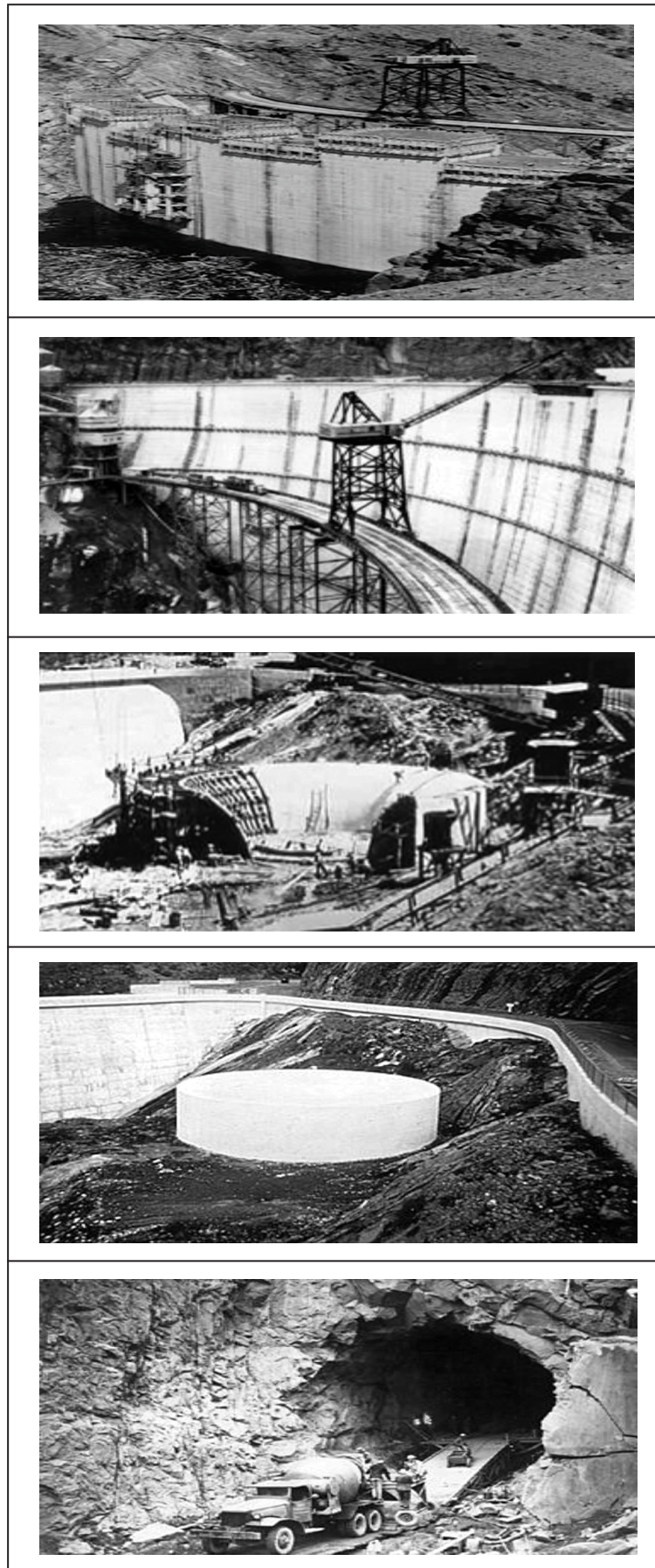
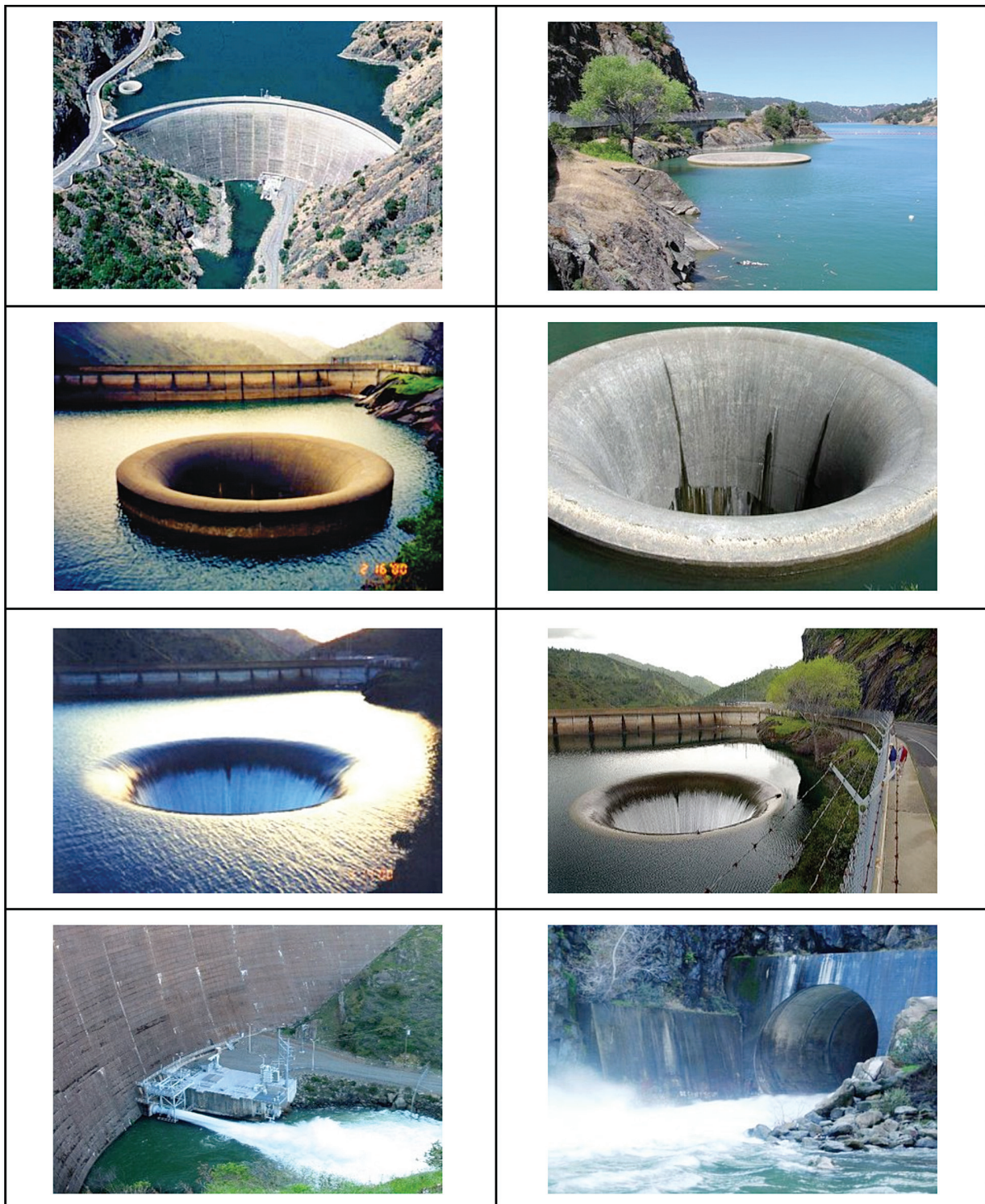


Figura 112. La presa Monticello durante su construcción.



**Figura 113. Vertedor de embudo de la presa Monticello.**

Se pueden colocar guías sobre la cresta del vertedor de embudo para evitar la generación de vórtices entorno al vertedor, lo cual puede afectar su buen funcionamiento, Gobierno de España, 2010, ver Figura ciento catorce.

En la Fig. 115 se muestran imágenes de otros vertedores de embudo en el mundo.

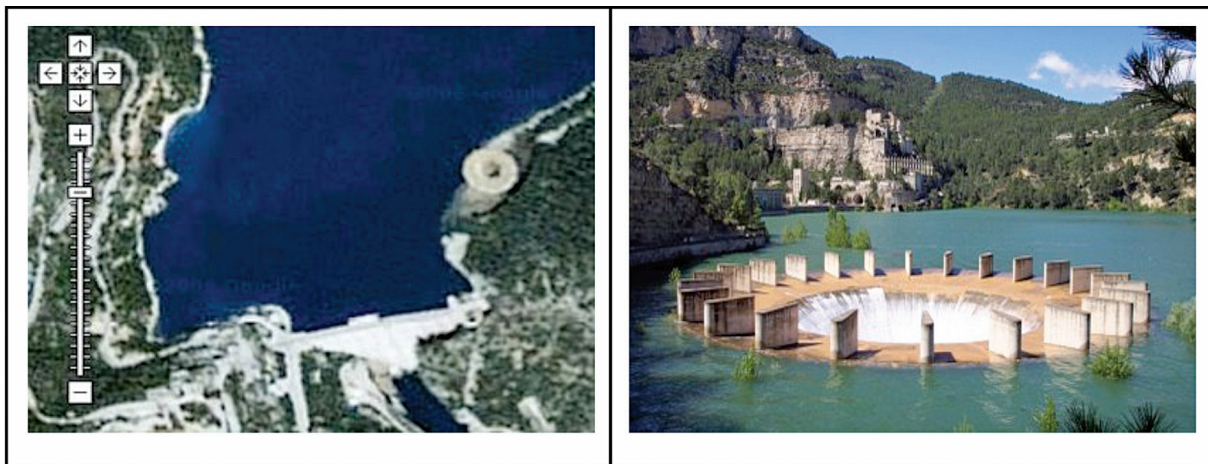


Figura 114. Vertedor de la presa Benagéber, en Valencia (España).

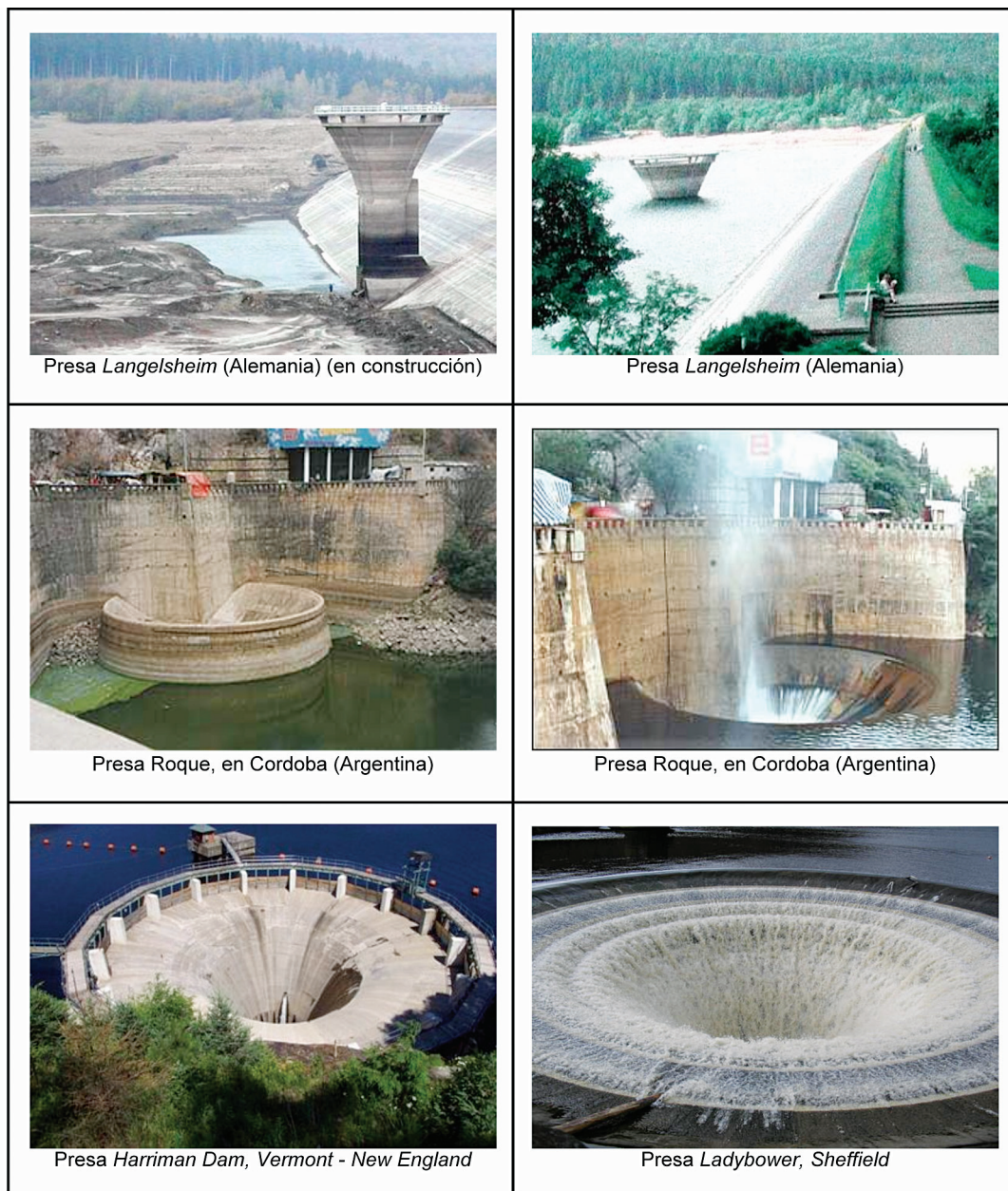


Figura 115. Otros vertedores de embudo en el mundo.

*Condiciones de funcionamiento.* Se pueden presentar tres formas de funcionamiento en un vertedor de embudo (ver Figura 116):

a) Trabajando como vertedor. En este caso la descarga se regirá por la relación:

$$Q = f(H_e^{3/2}) \quad (132)$$

b) Trabajando como orificio o tubo parcialmente lleno, la relación de descarga correspondiente será:

$$Q = f(H)^{1/2} \quad (133)$$

donde:

$H$ , Carga hidráulica (m).

c) Trabajando a tubo lleno. Cuya relación de descarga será:

$$Q = f(H_v) \quad (134)$$

donde:

$H_v$ , Carga hidráulica en la tubería (m)

Estas tres condiciones se presentan en la Figura 116.

Puede notarse que aunque el vertedor será más eficiente trabajando como tubo lleno, esto debe evitarse para limitar la posibilidad de funcionamiento como sifón, pues ello originaría la pérdida de control sobre la descarga, es por ello que se recomienda que las relaciones máximas de llenado sean de 0.75.

Deberá evitarse también la creación de vórtices a la entrada del vertedor, para mantener un flujo convergente hacia la cresta, para lograr esto se recomienda que el canal de acceso sea el adecuado o que se usen pilas guidoras normales a la cresta.

La forma del cimacio de este tipo de vertedores en general se asemeja a la superficie interior de una lámina de agua cayendo libremente desde un vertedor de pared delgada, así la ecuación de la descarga será:

$$Q = \tilde{C} L_{ce} H^{3/2} \quad (135)$$

donde:

$L_{ce}$ , Longitud de la cresta del vertedor de embudo (m).

$\tilde{C}$ , Coeficiente de descarga para vertedores de embudo.

como se trata de una sección circular:

$$L_{ce} = 2\pi R_{ve} \quad (136)$$

donde:

$R_{ve}$ , Radio de la circunferencia del vertedor de embudo (m).

sustituyendo 136 en 135 se tiene:

$$Q = 2\tilde{C}\pi R_{ve} H^{3/2} \quad (137)$$

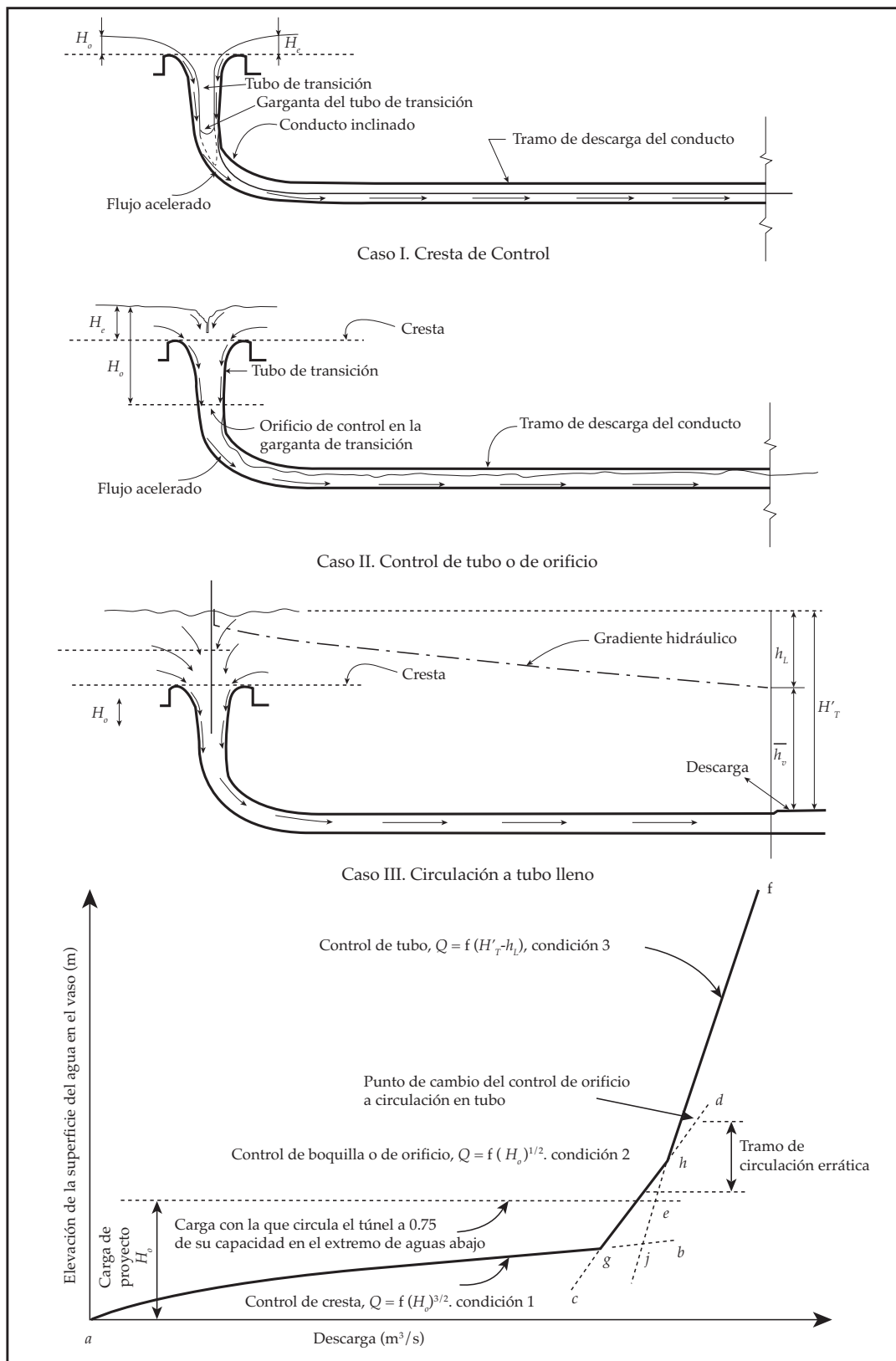


Figura 116. Funcionamiento de un vertedor de embudo, *USBR, Design of Small Dams, 1960.*

Donde:

$h_L$ , Pérdidas totales (m).

$H'_T$ , Carga hidráulica total (m).

$\bar{h}_v$ , Tirante en la descarga (m).



Es necesario ahora definir como se miden  $R_{ve}$  y  $H$ , pues se presentan varias alternativas, el USBR, propone que se haga como se acota en la Fig. 117, de tal suerte que la ecuación de descarga puede expresarse así:

$$Q = 2\pi \tilde{C} R_s H_o^{3/2} \quad (138)$$

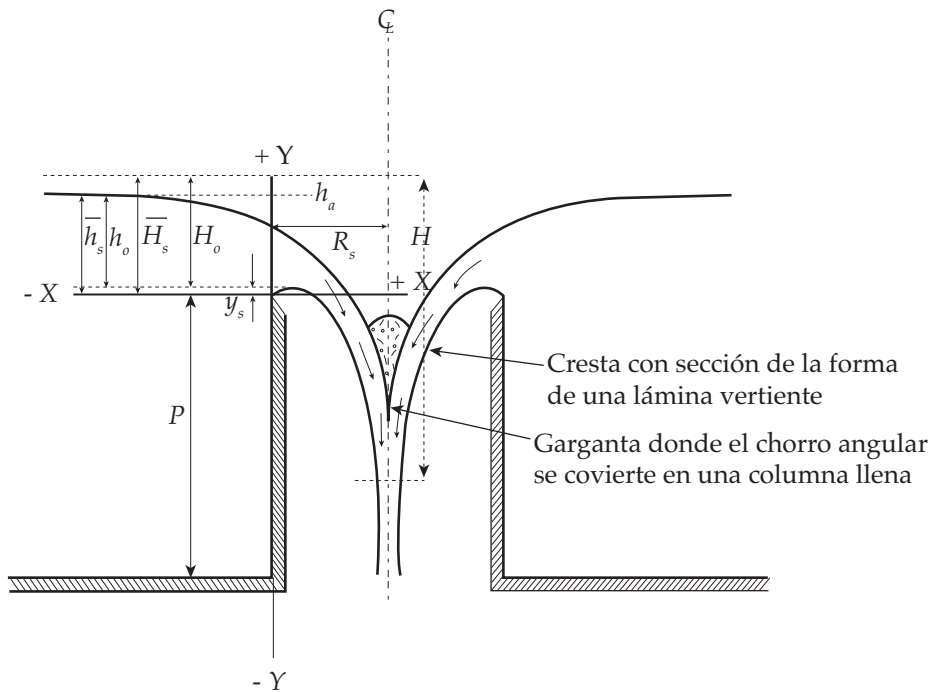


Figura 117. Elementos de un vertedor de embudo, USBR, *Design of Small Dams*, 1960.

Donde:

$R_s$ , Radio del vertedor de embudo (m).

$y_s$ , Distancia vertical del origen a la cresta del vertedor (m).

$\bar{h}_s$ , Tirante aguas arriba del vertedor de embudo (m).

$\bar{H}_s$ , Carga total aguas arriba del vertedor de embudo (m).

Para calcular el valor del coeficiente  $\tilde{C}$ , que es diferente a los de otro tipo de vertedores, ya que en este caso hay efectos de sumergencia y contra presiones debidas a la convergencia de las corrientes, el USBR, ha propuesto las curvas presentadas en la Fig. 118, obtenidas para relaciones de  $P/R_s$  de 2.00, 0.30 y 0.15.

Cuando se desea calcular los coeficientes de descarga para cargas diferentes a las de proyecto se puede usar la Fig. 119, aunque debe hacerse notar que nunca deben aplicarse a relaciones  $H_e/R_s$  mayores de 0.40.

La determinación del radio si se tuvieran como datos de proyecto  $H_o$  y  $Q_o$  se hace en forma iterativa. Se supone un radio  $R_s$ , se determina  $H_o/R_s$  y se obtiene el coeficiente de descarga  $\tilde{C}$  con el cual se verifica  $Q_o$ , Si  $H_o/R_s > 0.30$ , existe la posibilidad de que se desarrollen presiones negativas en el cimacio, para evitar esto, el radio  $R_s$  se incrementa a un valor ( $R'_s$ ) utilizando la Figura ciento veinte.

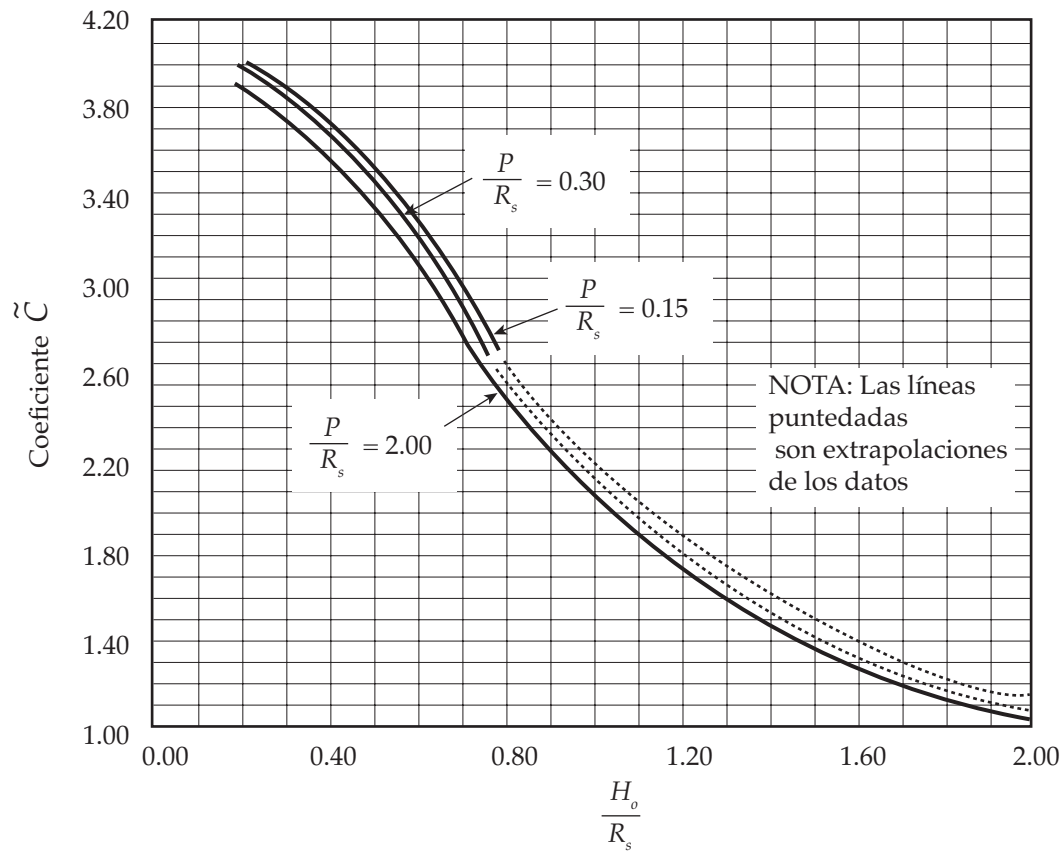


Figura 118. Coeficientes de descarga para vertedores de embudo, *USBR, Design of Small Dams, 1960.*

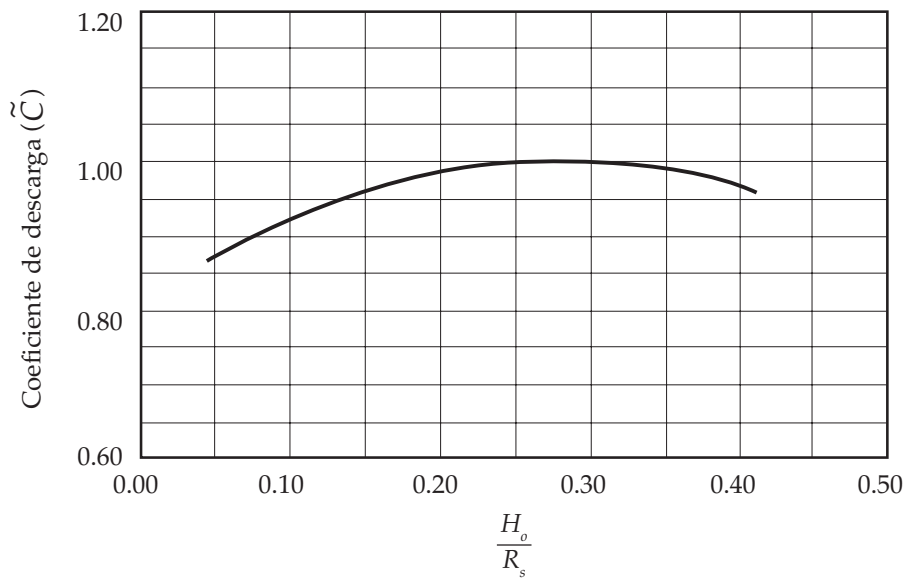
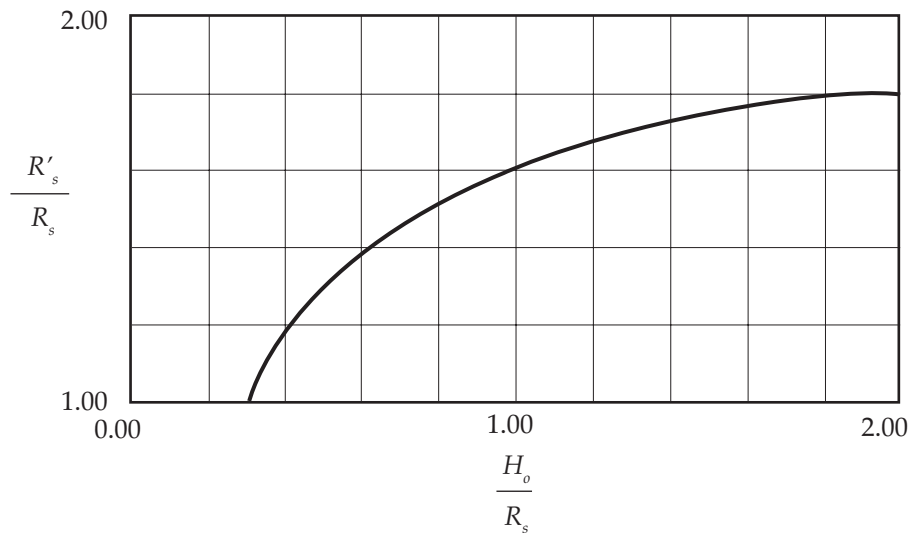


Figura 119. Coeficientes de descarga, para cargas diferentes a las del proyecto, *USBR, Design of Small Dams, 1960.*



**Figura 120. Incremento del radio de la cresta circular para disminuir presiones negativas, USBR, *Design of Small Dams*, 1960.**

Para calcular el perfil de la cresta vertedora se pueden emplear los valores de las Tablas 29, 30 y 31, para diferentes valores de  $P/R_s$ .

Para obtener los valores de  $\bar{H}_s$  en función de  $H_o$  se emplea la Figura 121.

Entre el perfil del cimacio y la lumbrera vertical debe construirse una transición, con la forma de un chorro vertical que cae de un orificio horizontal. Así, el diámetro de la lumbrera es el del chorro.

Si se acepta una pérdida del 10 % de la carga disponible, la ecuación del perfil del chorro vertical es:

$$\bar{R} = 0.204 \frac{Q_o^{1/2}}{\bar{H}_a^{1/4}} \quad (139)$$

donde:

$\bar{H}_a$ , Diferencia en m, entre el nivel del agua correspondiente a la carga de diseño y la elevación donde se calcula el radio  $R$ .

$\bar{R}$ , Radio del perfil del chorro en m.

Para seleccionar el diámetro de la lumbrera y el conducto de descarga, de tal manera que se cumpla una relación de llenado máximo del 75 %, se sigue el siguiente método:

- a) Proponer un diámetro y localizar la elevación en la transición que tenga ese diámetro, es una sección de control.
- b) Calcular la longitud de la lumbrera ( $L_l$ ) y el conducto ( $L_{co}$ ).

**Tabla No. 29. Coordenadas de la superficie inferior de la lámina vertiente para diferentes valores de  $\bar{H}_s/R_s$ , cuando  $P/R_s = 2.00$ , USBR, Design of small dams, 1960.**

$\bar{H}_s/R_s$	0.00	0.10	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.60	0.80	1.00	1.20	1.50	2.00
$x/\bar{H}_s$	$y/\bar{H}_s$ Para la porción de la sección situada arriba de la cresta del vertedor														
0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.010	0.0150	0.0145	0.0133	0.0130	0.0128	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0112	0.0104	0.0095	0.0086	0.0077	0.0070
0.020	0.0280	0.0265	0.0250	0.0243	0.0236	0.0231	0.0225	0.0220	0.0213	0.0202	0.0180	0.0159	0.0140	0.0115	0.0090
0.030	0.0390	0.0365	0.0350	0.0337	0.0327	0.0317	0.0308	0.0299	0.0289	0.0270	0.0231	0.0198	0.0168	0.0126	0.0085
0.040	0.0490	0.0460	0.0435	0.0417	0.0403	0.0389	0.0377	0.0363	0.0351	0.0324	0.0268	0.0220	0.0176	0.0117	0.0050
0.050	0.0580	0.0535	0.0506	0.0487	0.0471	0.0454	0.0436	0.0420	0.0402	0.0368	0.0292	0.0226	0.0168	0.0092	
0.060	0.0650	0.0605	0.0570	0.0550	0.0531	0.0510	0.0489	0.0470	0.0448	0.0404	0.0305	0.0220	0.0147	0.0053	
0.070	0.0710	0.0665	0.0627	0.0605	0.0584	0.0560	0.0537	0.0514	0.0487	0.0432	0.0308	0.0201	0.0114	0.0001	
0.080	0.0765	0.0710	0.0677	0.0655	0.0630	0.0603	0.0578	0.0550	0.0521	0.0455	0.0301	0.0172	0.0070		
0.090	0.0820	0.0765	0.0722	0.0696	0.0670	0.0640	0.0613	0.0581	0.0549	0.0471	0.0287	0.0135	0.0018		
0.100	0.0880	0.0810	0.0762	0.0734	0.0705	0.0672	0.0642	0.0606	0.0596	0.0482	0.0264	0.0089			
0.120	0.0940	0.0880	0.0826	0.0790	0.0758	0.0720	0.0683	0.0640	0.0599	0.0483	0.0195				
0.140	0.1000	0.0935	0.0872	0.0829	0.0792	0.0750	0.0705	0.0654	0.0585	0.0460	0.0101				
0.160	0.1045	0.0980	0.0905	0.0855	0.0812	0.0765	0.0710	0.0651	0.0559	0.0418					
0.180	0.1080	0.1010	0.0927	0.0872	0.0820	0.0766	0.0705	0.0637	0.0521	0.0361					
0.200	0.1105	0.1025	0.0938	0.0877	0.0819	0.0756	0.0688	0.0611	0.0380	0.0292					
0.250	0.1060	0.1035	0.0926	0.0850	0.0773	0.0683	0.0596	0.0495	0.0174	0.0068					
0.300	0.0970	0.1000	0.0850	0.0764	0.0668	0.0559	0.0446	0.0327							
0.350	0.0845	0.0930	0.0750	0.0650	0.0540	0.0410	0.0280	0.0125							
0.400	0.0700	0.0830	0.0620	0.0500	0.0365	0.0220	0.0060								
0.450	0.0520	0.0700	0.0450	0.0310	0.0170	0.0000									
0.500	0.0320	0.0520	0.0250	0.0100											
0.550	0.0520	0.0320	0.0020												
0.600	0.0320	0.0080													
0.650	0.0090														
$y/\bar{H}_s$	$x/\bar{H}_s$ Para la porción de la sección situada arriba de la cresta del vertedor														
0.000	0.6680	0.6150	0.5540	0.5200	0.4870	0.4500	0.4130	0.3760	0.3340	0.2620	0.1580	0.1160	0.0930	0.0700	0.0480
-0.020	0.7050	0.6520	0.5920	0.5600	0.5260	0.4880	0.4520	0.4140	0.3690	0.2930	0.1850	0.1450	0.1200	0.0960	0.0740
-0.040	0.7420	0.6880	0.6270	0.5960	0.5630	0.5240	0.4870	0.4480	0.4000	0.3200	0.2120	0.1650	0.1400	0.1150	0.0880
-0.060	0.7770	0.7200	0.6600	0.6300	0.5960	0.5570	0.5190	0.4780	0.4280	0.3420	0.2320	0.1820	0.1550	0.1290	0.1000
-0.080	0.8080	0.7520	0.6920	0.6620	0.6280	0.5890	0.5490	0.5060	0.4540	0.3630	0.2500	0.1970	0.1690	0.1400	0.1100
-0.100	0.8380	0.7840	0.7220	0.6920	0.6570	0.6180	0.5770	0.5320	0.4780	0.3810	0.2660	0.2100	0.1800	0.1500	0.1180
-0.150	0.9130	0.8570	0.7930	0.7620	0.7250	0.6860	0.6410	0.5890	0.5310	0.4230	0.2990	0.2380	0.2040	0.1700	0.1320
-0.200	0.9780	0.9250	0.8600	0.8260	0.7900	0.7450	0.6980	0.6400	0.5750	0.4590	0.3260	0.2600	0.2240	0.1840	0.1440
-0.250	1.0400	0.9850	0.9190	0.8830	0.8470	0.8010	0.7500	0.6830	0.6130	0.4900	0.3480	0.2800	0.2390	0.1960	0.1530
-0.300	1.1000	1.0430	0.9760	0.9410	0.9000	0.8520	0.7970	0.7220	0.6480	0.5180	0.3680	0.2960	0.2510	0.2060	0.1600
-0.400	1.2070	1.1500	1.0790	1.0410	1.0000	0.9440	0.8800	0.7910	0.7060	0.5620	0.4000	0.3220	0.2710	0.2200	0.1680
-0.500	1.3080	1.2460	1.1720	1.1310	1.0870	1.0270	0.9510	0.8490	0.7530	0.5980	0.4270	0.3420	0.2870	0.2320	0.1730
-0.600	1.3970	1.3350	1.2600	1.2150	1.1670	1.1020	1.1010	0.8980	0.7930	0.6270	0.4490	0.3590	0.3000	0.2400	0.1790
-0.800	1.5630	1.5000	1.4220	1.3690	1.3120	1.2310	1.1120	0.9740	0.8540	0.6730	0.4820	0.3840	0.3200	0.2530	0.1840
-1.000	1.7130	1.6460	1.5640	1.5080	1.4400	1.3370	1.1890	1.0300	0.8990	0.7100	0.5080	0.4020	0.3320	0.2600	0.1880
-1.200	1.8460	1.7800	1.6910	1.6350	1.5530	1.4220	1.2480	1.0740	0.9330	0.7390	0.5280	0.4170	0.3400	0.2660	
-1.400	1.9700	1.9030	1.8080	1.7480	1.6530	1.4920	1.2930	1.1080	0.9630	0.7600	0.5420	0.4230	0.3440		
-1.600	2.0850	2.0200	1.9180	1.8550	1.7420	1.5480	1.3300	1.1330	0.9880	0.7800	0.5530	0.4300			
-1.800	2.1960	2.1300	2.0240	1.9570	1.8210	1.5910	1.3580	1.1580	1.0080	0.7970	0.5630	0.4330			
-2.000	2.3020	2.2340	2.1260	2.0530	1.8910	1.6300	1.3810	1.1800	1.0250	0.8100	0.5720				
-2.500	2.5570	2.4750	2.3540	2.2660	2.2070	1.7010	1.4300	1.2210	1.0590	0.8380	0.5880				
-3.000	2.7780	2.7000	2.5590	2.4280	2.1190	1.7480	1.4680	1.2520	1.0860	0.8530					
-3.500		2.9160	2.7490	2.5410	2.1710	1.7770	1.4890	1.2670	1.1020						
-4.000		3.1140	2.9140	2.6200	2.2010	1.7960	1.5000	1.2800							
-4.500		3.3060	3.0530	2.6820	2.2200	1.8060	1.5090								
-5.000		3.4880	3.1780	2.7340	2.2270	1.8110									
-5.500		3.6530	3.2940	2.7790	2.2290										
-6.000		3.8200	3.4050	2.8120	2.2320										

**Tabla No. 30. Coordenadas de la superficie inferior de la lámina vertiente para diferentes valores de  $\bar{H}_s/R_s$ , cuando  $P/R_s = 0.30$ , USBR, Design of small dams, 1960.**

$\bar{H}_s/R_s$	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.60	0.80
$x/\bar{H}_s$	$y/\bar{H}_s$ Para la porción de la sección situada arriba de la cresta del vertedor								
0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.010	0.0130	0.0130	0.0130	0.0125	0.0120	0.0120	0.0115	0.0110	0.0100
0.020	0.0245	0.0242	0.0240	0.0235	0.0225	0.0210	0.0195	0.0180	0.0170
0.030	0.0340	0.0335	0.0330	0.0320	0.0300	0.0290	0.0270	0.0240	0.0210
0.040	0.0415	0.0411	0.0390	0.0380	0.0365	0.0350	0.0320	0.0285	0.0240
0.050	0.0495	0.0470	0.0455	0.0440	0.0420	0.0395	0.0370	0.0325	0.0245
0.060	0.0560	0.0530	0.0505	0.0490	0.0460	0.0440	0.0405	0.0350	0.0250
0.070	0.0610	0.0575	0.0550	0.0530	0.0500	0.0470	0.0440	0.0370	0.0245
0.080	0.0660	0.0620	0.0590	0.0565	0.0530	0.0500	0.0460	0.0385	0.0235
0.090	0.0705	0.0660	0.0625	0.0595	0.0550	0.0520	0.0480	0.0390	0.0215
0.100	0.0740	0.0690	0.0660	0.0620	0.0575	0.0540	0.0500	0.0395	0.0190
0.120	0.0800	0.0750	0.0705	0.0650	0.0600	0.0560	0.0510	0.0380	0.0120
0.140	0.0840	0.0790	0.0735	0.0670	0.0615	0.0560	0.0515	0.0355	0.0020
0.160	0.0870	0.0810	0.0750	0.0675	0.0610	0.0550	0.0500	0.0310	
0.180	0.0885	0.0820	0.0755	0.0675	0.0600	0.0535	0.0475	0.0250	
0.200	0.0885	0.0820	0.0745	0.0660	0.0575	0.0505	0.0435	0.0180	
0.250	0.0855	0.0765	0.0685	0.0590	0.0480	0.0390	0.0270		
0.300	0.0780	0.0670	0.0580	0.0460	0.0340	0.0220	0.0050		
0.350	0.0660	0.0540	0.0425	0.0295	0.0150				
0.400	0.0495	0.0370	0.0240	0.0100					
0.450	0.0300	0.0170	0.0025						
0.500	0.0090	-0.0060							
0.550									
$y/\bar{H}_s$	$x/\bar{H}_s$ Para la porción de la sección situada arriba de la cresta del vertedor								
0.000	0.5190	0.4880	0.4550	0.4220	0.3840	0.3490	0.3100	0.2380	0.1440
-0.020	0.5600	0.5280	0.4950	0.4620	0.4230	0.3870	0.3450	0.2720	0.1740
-0.040	0.5980	0.5660	0.5320	0.4980	0.4580	0.4200	0.3760	0.3000	0.1980
-0.060	0.6320	0.6010	0.5670	0.5320	0.4910	0.4510	0.4060	0.3240	0.2200
-0.080	0.6640	0.6340	0.6000	0.5640	0.5220	0.4800	0.4320	0.3480	0.2380
-0.100	0.6930	810.0000	0.6310	0.5940	0.5520	0.5080	0.4560	0.3680	0.2540
-0.150	0.7600	0.7340	0.7010	0.6610	0.6180	0.5690	0.5100	0.4120	0.2900
-0.200	0.8310	0.7990	0.7630	0.7230	0.6770	0.6220	0.5580	0.4510	0.3170
-0.250	0.8930	0.8600	0.8260	0.7810	0.7290	0.6670	0.5990	0.4830	0.3410
-0.300	0.9530	0.9180	0.8800	0.8320	0.7790	0.7080	0.6340	0.5100	0.3620
-0.400	1.0600	1.0240	0.9810	0.9320	0.8670	0.7800	0.6920	0.5560	0.3960
-0.500	1.1560	1.1190	1.0720	1.0200	0.9380	0.8410	0.7450	0.5950	0.4240
-0.600	1.2420	1.2030	1.1530	1.0980	1.0000	0.8910	0.7800	0.6270	0.4460
-0.800	1.4030	1.3590	1.3010	1.2270	1.1010	0.9700	0.8450	0.6720	0.4780
-1.000	1.5490	1.4980	1.4300	1.3330	1.1800	1.0280	0.8920	0.7070	0.5040
-1.200	1.6800	1.6220	1.5430	1.4190	1.2400	1.0700	0.9300	0.7330	0.5240
-1.400	1.8000	1.7390	1.6470	1.4890	1.2870	1.1060	0.9590	0.7570	0.5400
-1.600	1.9120	1.8490	1.7400	1.5460	1.3230	1.1310	0.9830	0.7780	0.5510
-1.800	2.0180	1.9510	1.8210	1.5900	1.3530	1.1550	1.0050	0.7970	0.5600
-2.000	2.1200	2.0490	1.8920	1.6270	1.3800	1.1750	1.0220	0.8100	0.5690
-2.500	2.3510	2.2610	2.0270	1.6970	1.4280	1.2180	1.0590	0.8370	
-3.000	2.5570	2.4230	2.1130	1.7470	1.4640	1.2470	1.0810	0.8520	
-3.500	2.7480	2.5360	2.1670	1.7780	1.4890	1.2630	1.0990		
-4.000	2.9110	2.6170	2.2000	1.7960	1.4990	1.2740			
-4.500	3.0520	2.6770	2.2170	1.8050	1.5970				
-5.000	3.1730	2.7310	2.2230	1.8100					
-5.500	3.2900	2.7730	2.2280						
-6.000	3.4000	2.2080							

**Tabla No. 31. Coordenadas de la superficie inferior de la lámina vertiente para diferentes valores de  $\bar{H}_s/R_s$ , cuando  $P/R_s = 0.15$ , USBR, *Design of small dams*, 1960.**

$\bar{H}_s/R_s$	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.60	0.80
$x/\bar{H}_s$	$y/\bar{H}_s$ Para la porción de la sección situada arriba de la cresta del vertedor								
0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.010	0.0120	0.0120	0.0115	0.0115	0.0110	0.0110	0.0105	0.0100	0.0090
0.020	0.2100	0.0200	0.0195	0.0190	0.0185	0.0180	0.0170	0.0160	0.0140
0.030	0.0285	0.0270	0.0265	0.0260	0.0250	0.0235	0.0225	0.0200	0.0165
0.040	0.0345	0.0335	0.0325	0.0310	0.0300	0.0285	0.0265	0.0230	0.0170
0.050	0.4050	0.0385	0.0375	0.0360	0.0345	0.0320	0.0300	0.0250	0.0170
0.060	0.4500	0.0430	0.0420	0.0400	0.0380	0.0355	0.0330	0.0265	0.0165
0.070	0.0495	0.0470	0.0455	0.0430	0.0410	0.0380	0.0350	0.0270	0.0150
0.080	0.0525	0.0500	0.0485	0.0460	0.0435	0.0400	0.0365	0.0270	0.0130
0.090	0.0560	0.0530	0.0510	0.0480	0.0455	0.0420	0.0370	0.0265	0.0100
0.100	0.0590	0.0560	0.0535	0.0500	0.0465	0.0425	0.0375	0.0255	0.0065
0.120	0.0630	0.0600	0.0570	0.0520	0.0480	0.0435	0.0365	0.0220	
0.140	0.0660	0.0620	0.0585	0.0525	0.0475	0.0425	0.0345	0.0175	
0.160	0.0670	0.0635	0.0590	0.0520	0.0460	0.0400	0.0305	0.0110	
0.180	0.0675	0.0635	0.0580	0.0500	0.0435	0.0365	0.0260	0.0040	
0.200	0.0670	0.0625	0.0560	0.0465	0.0395	0.0320	0.0020		
0.250	0.0615	0.0560	0.0470	0.0360	0.0265	0.0160	0.0015		
0.300	0.0520	0.0440	0.0330	0.0210	0.0100				
0.350	0.0380	0.0285	0.0165	0.0030					
0.400	0.0210	0.0090							
0.450	0.0015								
0.500									
0.550									
$y/\bar{H}_s$	$x/\bar{H}_s$ Para la porción de la sección situada arriba de la cresta del vertedor								
0.0000	0.4540	0.4220	0.3920	0.3580	0.3250	0.2880	0.2530	0.1890	0.1160
-0.0200	0.4990	0.4670	0.4370	0.4040	0.3690	0.3300	0.2920	0.2280	0.1490
-0.0400	0.5400	0.5090	0.4780	0.4440	0.4070	0.3680	0.3280	0.2590	0.1740
-0.0600	0.5790	0.5470	0.5160	0.4820	0.4430	0.4020	0.3580	0.2860	0.1950
-0.0800	0.6150	0.5830	0.5500	0.5160	0.4760	0.4340	0.3860	0.3100	0.2130
-0.1000	0.6500	0.6160	0.5840	0.5470	0.5060	0.4620	0.4120	0.3310	0.2280
-0.1500	0.7260	0.6910	0.6600	0.6200	0.5770	0.5260	0.4680	0.3760	0.2630
-0.2000	0.7950	0.7600	0.7290	0.6850	0.6390	0.5800	0.5160	0.4130	0.2930
-0.2500	0.8620	0.8270	0.8430	0.7430	0.6920	0.6270	0.5570	0.4450	0.3190
-0.3000	0.9220	0.8830	0.9470	0.7970	0.7410	0.6710	0.5940	0.4740	0.3420
-0.4000	1.0290	0.9880	1.0400	0.8930	0.8280	0.7490	0.6560	0.5230	0.3810
-0.5000	1.1280	1.0860	1.1290	0.9800	0.9020	0.8160	0.7100	0.5670	0.4130
-0.6000	1.2200	1.1770	1.2850	1.0610	0.9670	0.8690	0.7530	0.6010	0.4390
-0.8000	1.3800	1.3370	1.4200	1.2020	1.0800	0.9530	0.8270	0.6550	0.4730
-1.0000	1.5250	1.4810	1.5370	1.3170	1.1640	1.0140	0.8780	0.6960	0.4980
-1.2000	1.6590	1.6100	1.6390	1.4110	1.2280	1.0590	0.9170	0.7250	0.5170
-1.4000	1.7800	1.7310	1.7290	1.4800	1.2760	1.0960	0.9490	0.7500	0.5310
-1.6000	1.8970	1.8430	1.8090	1.5330	1.3160	1.1230	0.9730	0.7700	0.5440
-1.8000	2.0030	1.9470	1.8790	1.5800	1.3470	1.1470	0.9970	0.7870	0.5530
-2.0000	2.1040	2.0420	2.0170	1.6190	1.3720	1.1670	1.0130	0.8010	0.5600
-2.5000	2.3400	2.2510	2.1050	1.6900	1.4230	1.2100	1.0490	0.8270	
-3.0000	2.5500	2.4140	2.1530	1.7380	1.4570	1.2400	1.0730	0.8400	
-3.5000	2.7400	2.5300	2.1800	1.7680	1.4750	1.2520	1.0880		
-4.0000	2.9040	2.6090	2.1980	1.7800	1.4870	1.2630			
-4.5000	3.0480	2.6710	2.2070	1.7900	1.4910				
-5.0000	3.1690	2.7270	2.2100	1.7930					
-5.5000	3.2860	2.7690							
-6.0000	3.3960	2.8000							

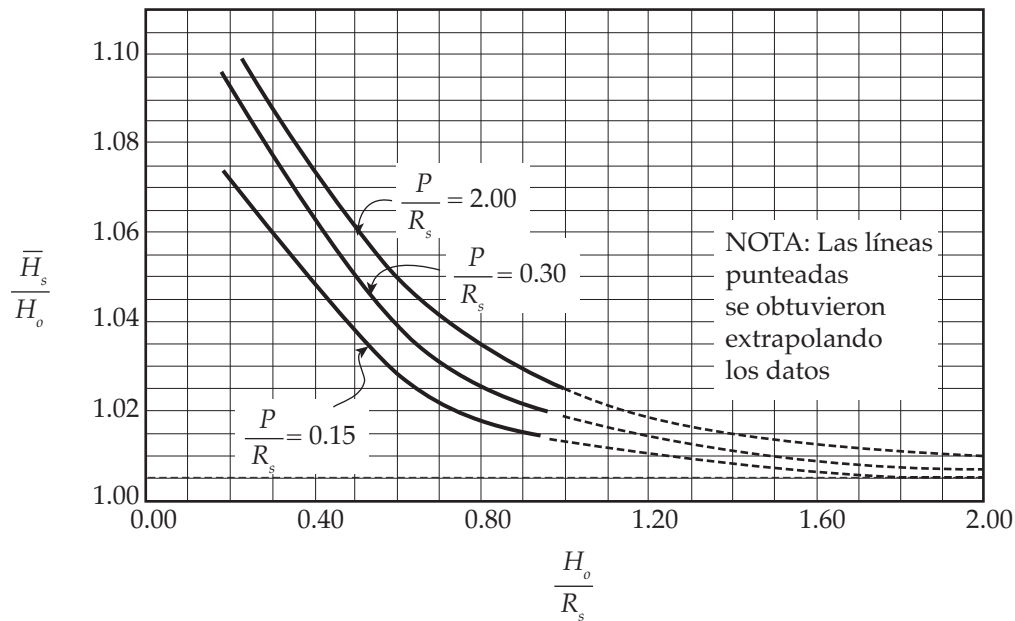


Figura 121. Relación  $\bar{H}_s/H_o$  y  $H_o/R_s$ , para presas de cresta circular, USBR, *Design of Small Dams*, 1960.

- c) Calcular las pérdidas por cortante en el conducto, suponiendo una relación de llenado del 75 por ciento.
- d) Calcular la elevación de la plantilla del portal de salida, con la ecuación:

$$E_p = E_c + h_{sc} - \bar{h}_v - h_f - \bar{y}_p \quad (140)$$

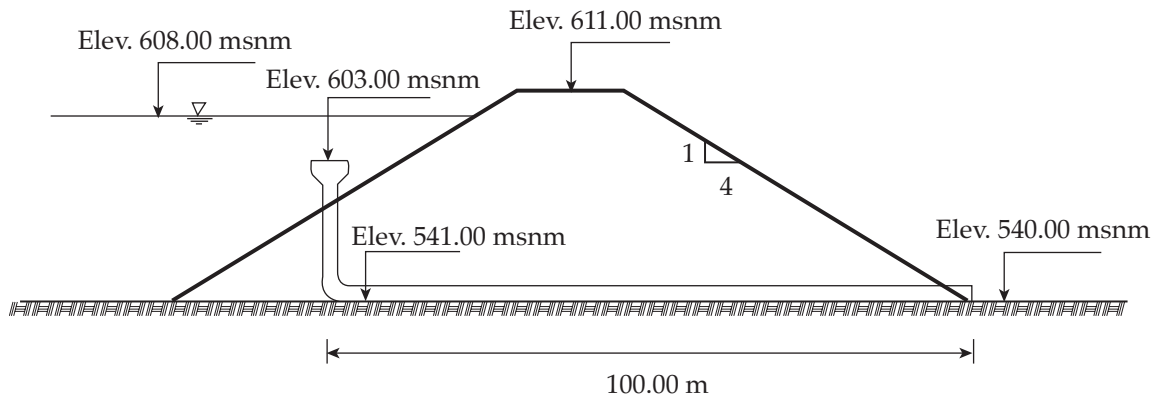
donde:

- $E_p$ , Elevación de la plantilla del portal de salida (m).
- $E_c$ , Elevación en la sección de control (m).
- $h_{sc}$ , Carga de velocidad en la sección de control (m).
- $\bar{h}_v$ , Carga de velocidad en la descarga (m).
- $h_f$ , Pérdidas por cortante en el conducto (m).
- $\bar{y}_p$ , Tirante en el portal de salida (m).

Esta elevación debe coincidir con la plantilla impuesta por la topografía, si esto no ocurre se repite el procedimiento con un nuevo diámetro.

- e) Calcular el perfil del agua en el conducto.

**Ejemplo 22.** Proyectar un vertedor de embudo para descarga  $Q_o = 179.13 \text{ m}^3/\text{s}$  con una carga de 5.00 m. Los demás datos se presentan en la Fig. 122. Considere que la forma del radio de la cresta, tiene la forma de una torre separada de la ladera y se pueden tolerar presiones negativas a lo largo de la cresta vertedora.



**Figura 122.** Datos del Ejemplo 22.

**Solución:**

Suponiendo  $P / R_s \geq 2.00$ , el radio se puede calcular por aproximaciones sucesivas.

Primera propuesta:  $R_s = 4.00 \text{ m}$

$$\frac{H_o}{R_s} = \frac{5.00}{4.00} = 1.25$$

con este valor y la Fig. 118, se obtiene:

$$\tilde{C} = 1.62$$

de aquí puede calcularse el gasto de descarga:

$$Q = \tilde{C} 2\pi R_s H_o^{3/2} = (1.62)(2)(\pi)(4.0)(5^{3/2}) = 455.21 \text{ m}^3/\text{s}$$

como:

$Q = 455.21 > Q_o = 179.13 \text{ m}^3/\text{s}$ , se debe reducir el radio:

Si se considera ahora  $R_s = 2.50 \text{ m}$

$$\frac{H_o}{R_s} = \frac{5.00}{2.50} = 2.00$$

con este valor y la Fig. 118, se obtiene:

$$\tilde{C} = 1.02$$



$$Q = \tilde{C} 2\pi R_s H_o^{3/2} = (1.02)(2)(\pi)(2.5)(5^{3/2}) = 179.13 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = Q_o = 179.13 \text{ m}^3/\text{s}$$

se puede emplear la Tabla No. 29, para diseñar el cimacio del vertedor obteniéndose los siguientes valores:

El valor de  $\bar{H}_s$  se obtiene de la Figura ciento veintiuno.

$$\frac{\bar{H}_s}{H_o} = 1.008 \rightarrow \bar{H}_s = 5.04 \text{ m}$$

Las secciones aguas arriba y aguas debajo de la cresta del cimacio, se presentan en las Tablas treinta y dos y treinta y tres.

**Tabla No. 32. Sección aguas arriba de la cresta del cimacio.**

$x / \bar{H}_s$	$y / \bar{H}_s$	$x$ (m)	$y$ (m)
0.010	0.0070	0.050	0.035
0.020	0.0090	0.101	0.045
0.030	0.0085	0.151	0.043
0.040	0.0050	0.202	0.025

**Tabla No. 33. Sección aguas abajo de la cresta del cimacio.**

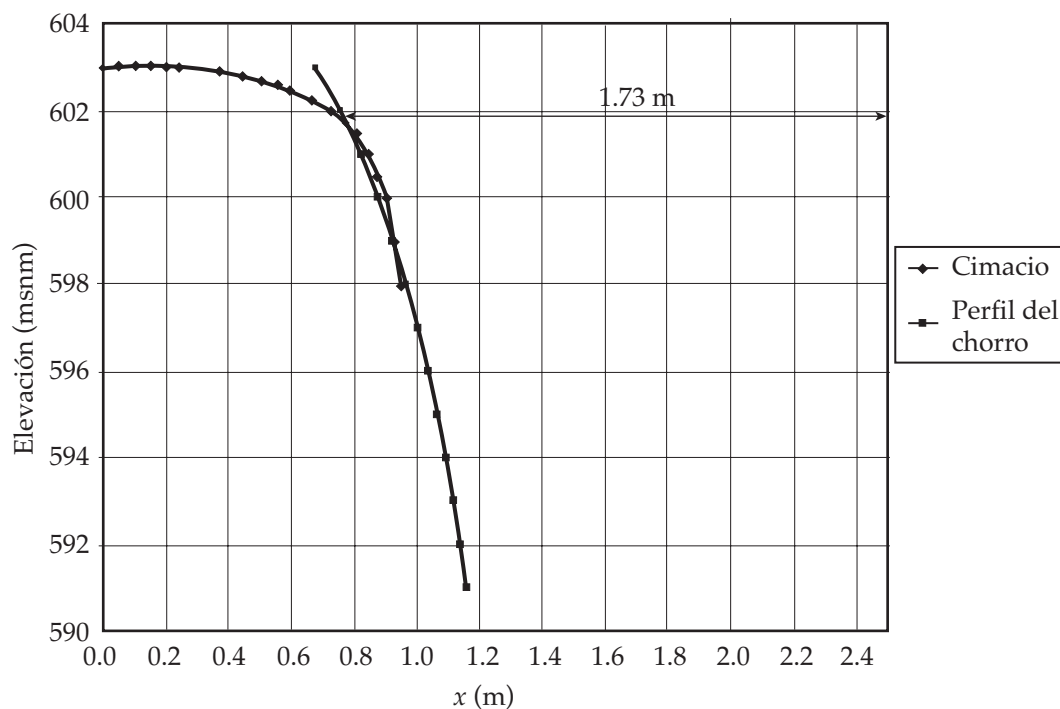
$y / \bar{H}_s$	$x / \bar{H}_s$	$y$ (m)	$x$ (m)
0.000	0.048	0.00	0.24
-0.020	0.074	-0.10	0.37
-0.040	0.088	-0.20	0.44
-0.060	0.100	-0.30	0.50
-0.080	0.110	-0.40	0.55
-0.100	0.118	-0.50	0.59
-0.150	0.132	-0.76	0.66
-0.200	0.144	-1.01	0.73
-0.250	0.153	-1.26	0.77
-0.300	0.160	-1.51	0.81
-0.400	0.168	-2.02	0.85
-0.500	0.173	-2.52	0.87
-0.600	0.179	-3.02	0.90
-0.800	0.184	-4.03	0.93
-1.000	0.188	-5.04	0.95

*Cálculo de la forma de la transición.* Este puede hacerse empleando la ecuación 139. Los puntos calculados se muestran en la Tabla número treinta y cuatro.

**Tabla No. 34. Cálculo de la transición.**

Elevación (msnm)	$\bar{H}_a$ (m)	$\bar{H}_a^{0.25}$	$\bar{R}$ (m)	$x$ (m)
603.00	5.00	1.50	1.85	0.65
602.00	6.00	1.57	1.77	0.73
601.00	7.00	1.63	1.71	0.79
600.00	8.00	1.68	1.65	0.85
599.00	9.00	1.73	1.60	0.90
598.00	10.00	1.78	1.56	0.94
597.00	11.00	1.82	1.52	0.98
596.00	12.00	1.86	1.49	1.01
595.00	13.00	1.90	1.46	1.04
594.00	14.00	1.93	1.43	1.07
593.00	15.00	1.97	1.41	1.09
592.00	16.00	2.00	1.39	1.11
591.00	17.00	2.03	1.37	1.13

En la Fig. 123, se presentan la sección del cimacio y de la transición.



**Figura 123. Cimacio de un vertedor de embudo y perfil de un chorro.**

*Cálculo del conducto de descarga.* Supóngase en una primera aproximación un diámetro de 2.82 m que corresponde a la elevación 594.00 msnm, ver Tabla número treinta y cuatro.

La longitud del túnel será:

$$L'_t = 100 + (594 - 541) = 153 \text{ m (Longitud tomada del plano)}$$

como se requiere que el conducto trabaje a una relación de llenado del 75% se tiene:

$$A = \left( \frac{\pi (2.82^2)}{4} \right) 0.75 = 4.68 \text{ m}^2$$

$$v = \frac{179.13}{4.68} = 38.24 \text{ m/s}$$

$$\bar{h}_v = \frac{38.24^2}{2(9.81)} = 74.53 \text{ m}$$

para una relación de llenado del 75 %, con:

$$R_h = 0.3017D$$

entonces el radio hidráulico vale:

$$R_h = 0.3017(2.82) = 0.85 \text{ m}$$

considerando un coeficiente  $n$  de *Manning* de 0.017 y empleando la ecuación del mismo autor se obtiene:

$$S_f = \frac{V^2 n^2}{R_h^{4/3}}$$

$$S_f = \frac{(38.24)^2 (0.017)^2}{(0.85)^{4/3}} = 0.52$$

además:

$$h_f = 0.52 (153 \text{ 00}) = 80.30 \text{ m}$$

la elevación del fondo del portal será:

$$E_p = 594.00 + \frac{1}{1.1} (608.00 - 594.00) - 80.30 - 74.53 - 0.70 (2.82)$$

$$E_p = 449.92 \text{ msnm}$$

Como la elevación del fondo del portal es inferior a la establecida (540.00), es necesario proponer un diámetro mayor, por ejemplo  $D = 3.42 \text{ m}$  (se propone este valor con fines didácticos, en cuanto a exactitud), que corresponde a una elevación 601.50 msnm. Se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}
 A &= 6.89 \text{ m}^2 \\
 V &= 26 \text{ m/s} \\
 \bar{h}_v &= 34.46 \text{ m} \\
 R_h &= 1.03 \text{ m} \\
 S_f &= 0.19 \\
 L'_t &= 160.50 \text{ m} \\
 h_f &= 30.08 \text{ m}
 \end{aligned}$$

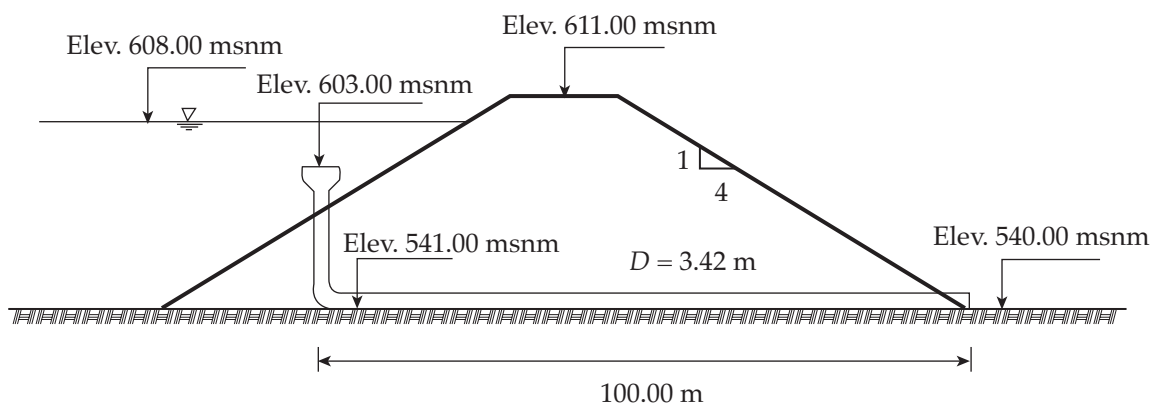
pudiéndose establecer la ecuación:

$$E_p = 601.50 + \frac{1}{1.1} (608.00 - 601.50) - 34.46 - 30.08 - 0.70 (3.42)$$

$$E_p = 540.47 \text{ msnm}$$

valor aproximado a la elevación prefijada (540.00 msnm)

el diseño final se presenta en la Figura 124.



**Figura 124. Diseño final del vertedor de embudo.**

El empleo de vertedores escalonados es muy antiguo, existen referencias de este tipo de estructuras de hace 3300 años, (Grecia, 1300 A. C., Irak, 694 A. C., Túnez, 100 D. C., Siria, 100-200 D. C., Libia, 200-300 D. C. y Portugal, 300 D. C.), *Chanson H.*, 1994 y 2001. Se construyeron con el objetivo de disipar la energía del agua, y en algunos casos para dar estabilidad a las obras sobre las que se colocaron. Como se ha señalado, en el mundo han tomado nuevo impulso una vez que la construcción de las cortinas de concreto compactado con rodillo, CCR, ha sido más frecuente a partir de la década de los 80's, ver Fig. 19, donde se muestra un vertedor escalonado sobre la presa Las Blancas, en el estado de Tamaulipas, México.

Los vertedores escalonados pueden clasificarse en dos grupos: con flujo escalón a escalón, ver Fig. 125 y con flujo rasante, ver Fig. 126. El primero se emplea en canales con diferencias de nivel, o en estructuras ornamentales. El segundo es el que normalmente se utiliza para gastos grandes en las presas.

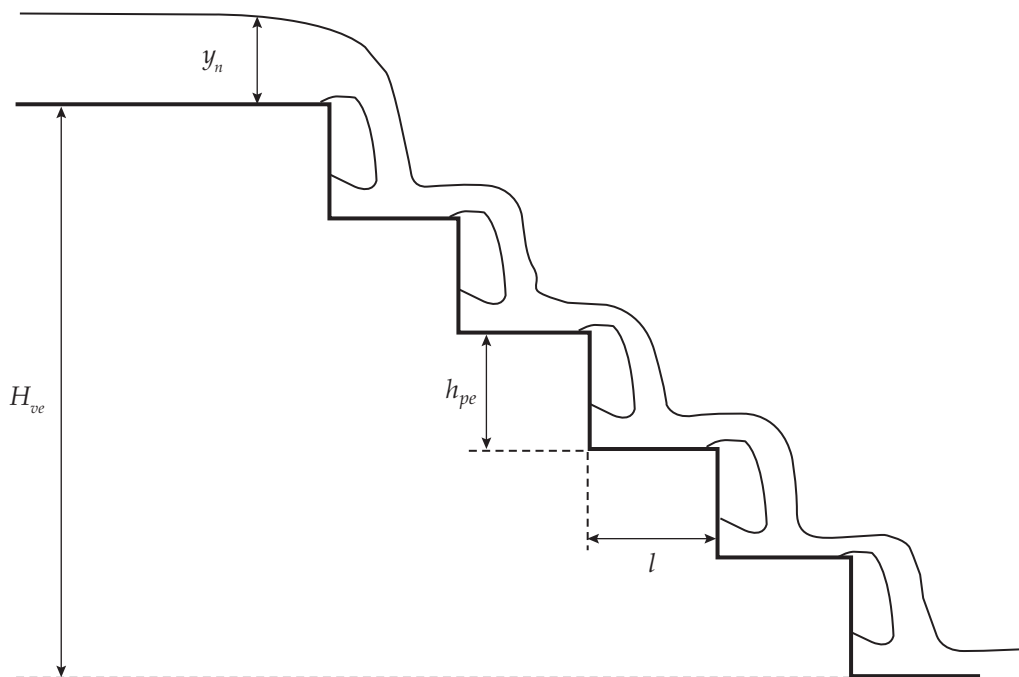
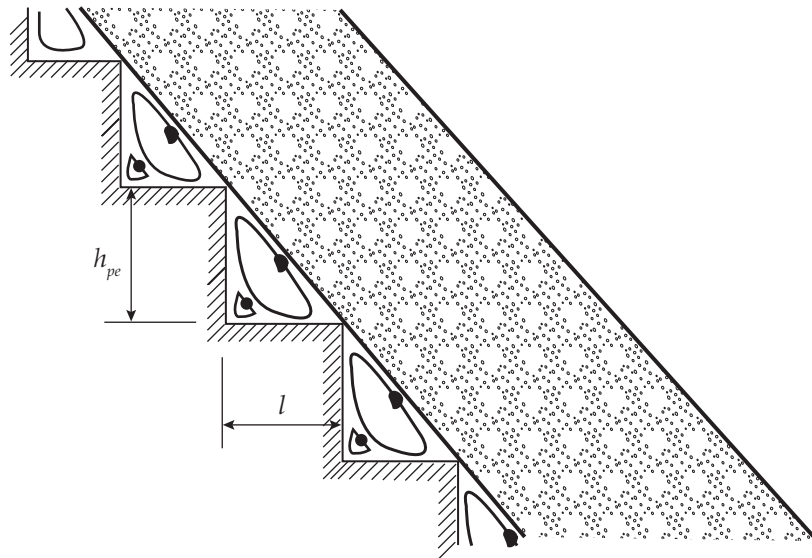


Figura 125. Vertedor escalonado con flujo escalón a escalón.



**Figura 126. Vertedor escalonado con flujo rasante.**

Donde:

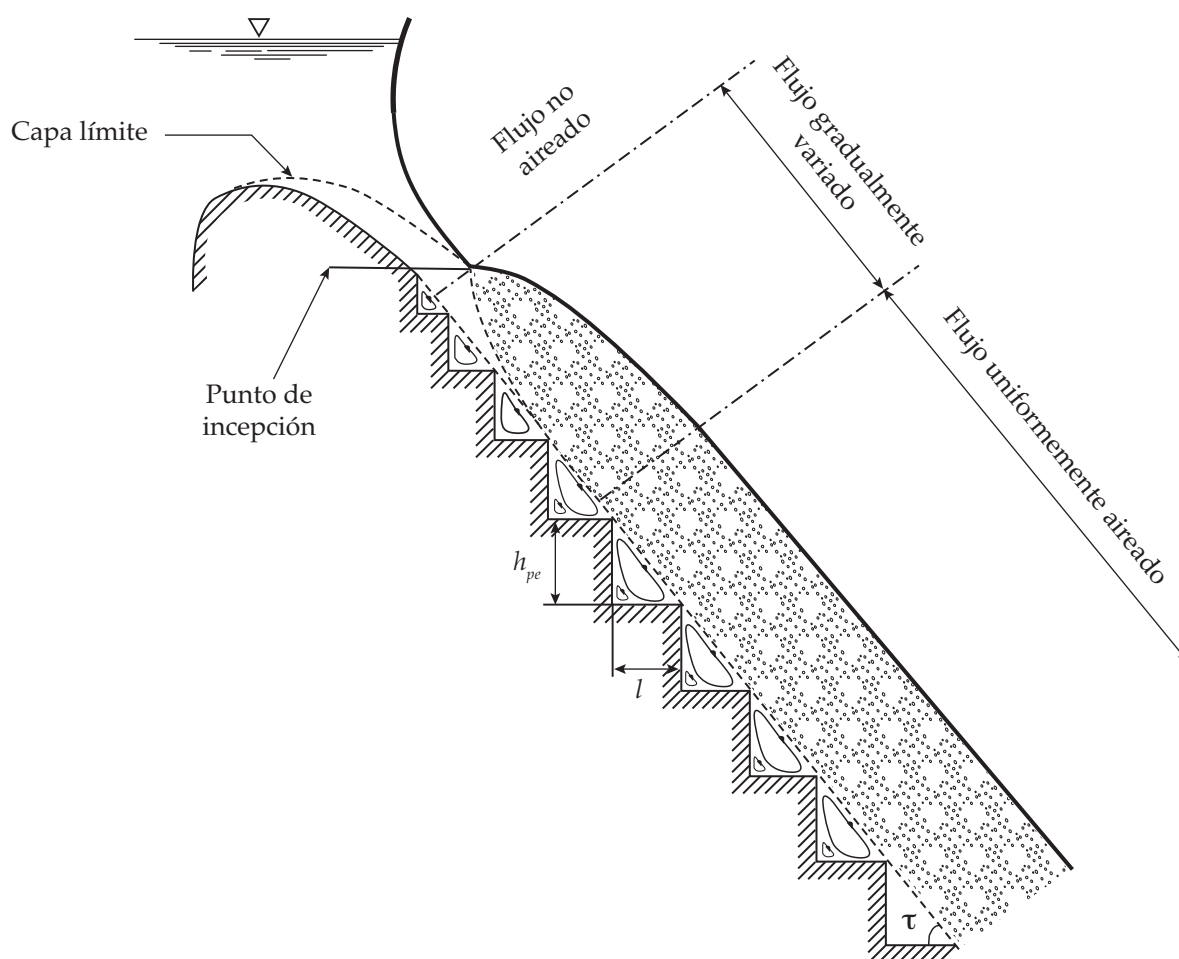
- $h_{pe}$ , Altura del peralte del escalón (m).
- $l$ , longitud de la huella del escalón (m).
- $H_{ve}$ , Altura del vertedor escalonado (m).

*Vertedores escalonados con flujo escalón a escalón.* En este caso el flujo pasa de un escalón a otro sucesivamente, y su comportamiento hidráulico depende de la altura  $h_{pe}$  y longitud ( $l$ ) de los escalones, y del gasto  $Q_o$  que fluye sobre el vertedor. Si la huella del escalón es suficiente para que se desarrolle un resalto hidráulico sobre él, el comportamiento será el siguiente: antes de la arista del escalón, el régimen será subcrítico, al llegar al final del escalón se presentarán las condiciones críticas del flujo, y al caer hacia el siguiente escalón y al principio de éste el flujo será supercrítico. Dependiendo de la geometría del escalón podría formarse un colchón de agua en la zona de caída del chorro, donde se amortiguaría y podría formarse un resalto ahogado, o incluso eliminarse éste. Por otro lado si se incrementara el gasto con la misma geometría el flujo podría tocar al escalón inferior muy cerca de la arista, con un comportamiento supercrítico en todo momento.

El análisis hidráulico de cada caso particular puede hacerse empleando las ecuaciones de cantidad de movimiento, energía y continuidad.

*Vertedores escalonados con flujo rasante.* Como se indicó, en este caso el flujo pasa en forma rasante a las aristas de los escalones, ver Fig. 126, donde pueden notarse dos regiones claramente definidas: la rasante a los escalones con altas concentraciones de aire, y la otra formada por celdas triangulares llenas de agua donde se forma un vórtice generado por el esfuerzo cortante del chorro que circula sobre ellas. Es decir el flujo de agua se desplaza sobre las aristas de los escalones y los vórtices formados en estos (pseudopiso). La energía que pierde el flujo es precisamente la que emplea para generar los vórtices y vencer la resistencia que presenta la parte de los escalones con los cuales hace contacto.

*Aeración del flujo sobre un vertedor escalonado.* Como se señaló en el inciso 12.2, *Aeración natural*, en los vertedores lisos, se presenta aeración natural, y ello ocurre cuando la turbulencia del agua tiene suficiente energía para introducir el aire que se encuentra sobre ella, es decir cuando la fuerza de inercia del agua es superior a las fuerzas de la tensión superficial y la viscosidad del aire. Esto sucede cuando la capa límite corta a la superficie libre del agua, ver Fig. 60. De manera similar Chanson, 2001, propone el modelo mostrado en la Fig. 127. La inclusión de aire modifica las condiciones del flujo pues cambian la densidad, viscosidad y elasticidad del agua, traduciéndose este fenómeno como ya se señaló en un incremento del tirante, consideración muy importante en el diseño de la altura de los muros laterales del vertedor. Se recomienda consultar el inciso 12.2 para revisar otros aspectos como el punto de inyección, la distribución de velocidades o la aceleración del flujo.



**Figura 127. Estructura del flujo aerado sobre un vertedor escalonado con flujo rasante, Chanson, 2001.**

*Diseño de un vertedor escalonado con flujo rasante.* Una vez que se ha seleccionado el gasto de diseño  $Q_0$ , (los máximos caudales unitarios con los que se han diseñado los vertedores en los últimos años es de 20 a 30  $m^2/s$ , aunque existen algunas excepciones, y se reportan vertedores que han trabajado hasta con 90  $m^2/s$ ) debe proponerse una geometría del vertedor, que incluye el ancho de plantilla  $b$ , la pendiente (ésta estará determinada por el tipo de cortina si es que se construye sobre la misma, como es el caso de las presas de concreto compactado con rodillo, CCR), la geometría del escalón o sea su altura  $h_{pe}$  (normalmente se construyen con dimensiones entre 20 y 90 cm, dependiendo de las técnicas constructivas empleadas) y la huella de los escalones  $l$ .

Para evitar fluctuaciones sobre los escalones, *Chanson (2009)* propone la relación:

$$\frac{q}{\sqrt{gh_{pe}^3}} \quad (141)$$

donde:

- $q$ , Gasto unitario (m<sup>2</sup>/s).
- $g$ , Aceleración de la gravedad (m/s<sup>2</sup>).
- $h_{pe}$ , Altura del escalón (m).

Y para asegurar una disipación de energía adecuada sobre el vertedor propone se cumplan las relaciones:

$$\frac{q}{\sqrt{gh_{pe}^3}} < 60 (\cos \tau)^{1.5} \quad (142)$$

$$\left( \frac{q}{\sqrt{gh_{pe}^3}} \right)^{2/3} < 0.119 \cos \tau (\sin \tau)^{0.26} \left( \frac{L_{tv}}{h_{pe} \cos \tau} \right)^{0.935} \quad (143)$$

donde:

- $\tau$ , Ángulo entre el pseudopiso y la horizontal, ver Figura 127.
- $L_{tv}$ , Longitud del vertedor desde la cresta del cimacio al final del conducto de descarga.

La localización del punto de inepción a partir del cual el flujo es aereado se puede ubicar con las ecuaciones 144 y 145:

$$\frac{L_{pi}}{h_{pe} \cos \tau'} = 9.72 (\sin \tau')^{0.080} \left( \frac{q}{\sqrt{g \sin \tau' (h_{pe} \cos \tau')^3}} \right)^{0.71} \quad (144)$$

$$\frac{D_1}{h_{pe} \cos \tau'} = \left( \frac{0.403}{(\sin \tau')^{0.04}} \right) \left( \frac{q}{\sqrt{g \sin \tau' (h_{pe} \cos \tau')^3}} \right)^{0.59} \quad (145)$$

donde:

- $L_{pi}$ , Distancia de la cresta al punto de inepción.
- $D_1$ , Tirante en el punto de inepción.
- $\tau'$ , Ángulo de la plantilla virtual del flujo rasante con la horizontal, ver Figura 127.

Si el canal es suficientemente largo para que se desarrolle el flujo uniforme, el tirante  $D_1$ , se puede calcular con la ecuación:

$$D_1 = \left( \frac{f_e q^2}{8g \sin \tau'} \right)^{1/3} \quad (146)$$

donde:

- $f_e$ , Es el factor de "fricción" de *Darcy* para flujo aereado sugerido por *Chanson 2002* y *2006*.



Si la longitud del canal de descarga no permite que se desarrolle el flujo uniforme, se puede emplear la ecuación:

$$S_f = -\frac{\partial H_{ve}}{\partial x} = \sqrt{\frac{f_e}{8}} \frac{q^2}{gD_1^3} \quad (147)$$

Como toda estructura importante se recomienda ampliamente la construcción de un modelo físico, donde se pueda observar el comportamiento del vertedor y estimar la energía remanente para en su caso proponer una estructura terminal (tanque amortiguador o salto de esquí).

Por las características de la obra deberán cuidarse los aspectos constructivos de los escalones buscando siempre que sean de la mejor calidad y correspondan al diseño propuesto.

Una vez que se termina el proyecto hidráulico de los vertedores, es necesario hacer el diseño estructural que se puede dividir básicamente en los estudios siguientes:

- a) Análisis de estabilidad del cimacio.
- b) Análisis de estabilidad de los muros de contención.
- c) Detalles de diseño.
- d) Revestimiento de los canales.
- e) Diseño estructural de túneles (cuando esto sea necesario).

## 19.1 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL CIMACIO

Este puede realizarse como si se tratara de una presa vertedora.

Los tres efectos que atentan contra la estabilidad del cimacio son:

- a) El vuelco.
- b) El deslizamiento.
- c) Los esfuerzos excesivos.

*Vuelco.* Bajo la acción de las fuerzas externas el cimacio tiende a girar alrededor de su pie, Fig. 128. Antes de que el cimacio llegara a voltearse como cuerpo rígido, tendrían que haber fallado sus materiales por tensión en el talón o por agrietamiento en el pie.

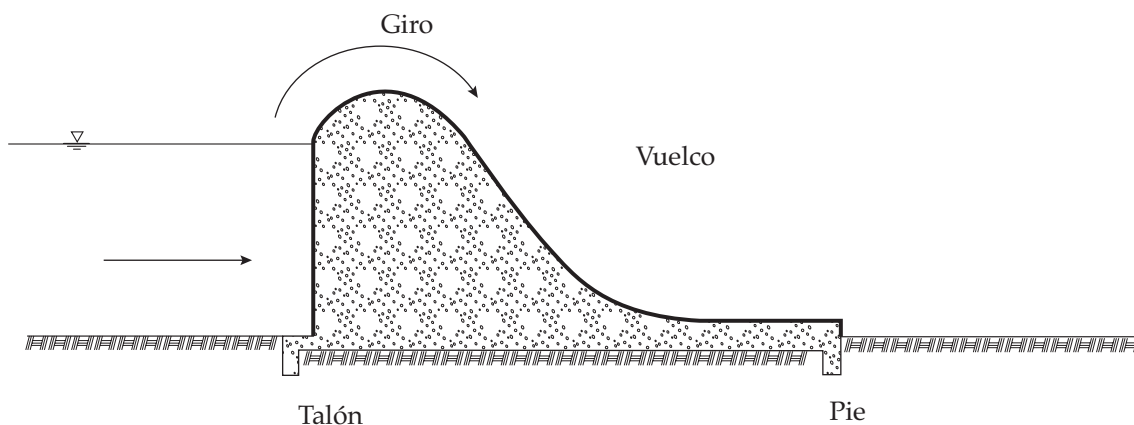
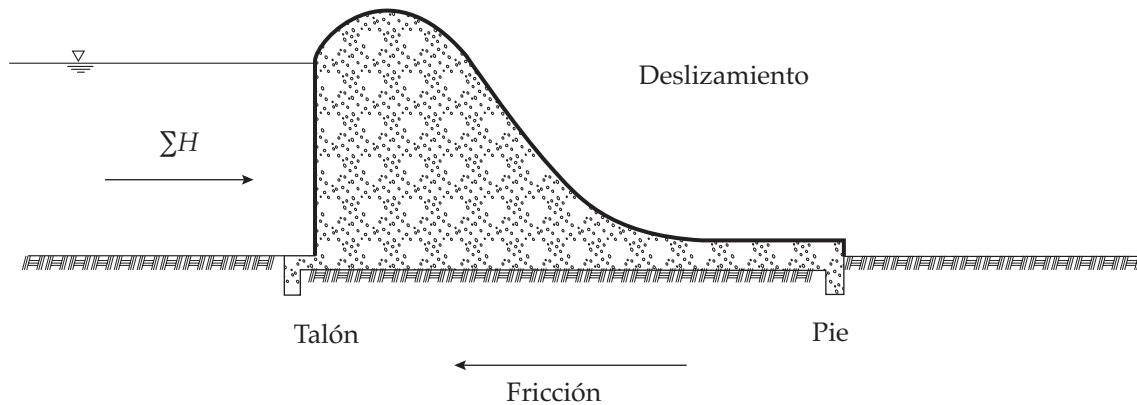


Figura 128. Tendencia al giro alrededor del pie del cimacio debido a fuerzas externas.

*Deslizamiento.* La resultante de las fuerzas horizontales ( $\Sigma H$ ), tiende a desplazar en esa dirección al cimacio, las fuerzas resistentes son las producidas por fricción y por la resistencia al cortante del concreto o la cimentación, ver Figura ciento veintinueve.

Antes de que el cimacio deslizará como cuerpo rígido, habrían fallado sus materiales (o la liga con la cimentación, o esta última) por esfuerzo cortante.



**Figura 129. Deslizamiento del cimacio.**

*Esfuerzos excesivos.* La estabilidad de la estructura irá asociada siempre a la ruptura de sus materiales por esfuerzos excesivos, por lo que la atención debe enfocarse a mantenerlos dentro de límites aceptables. En general, al menos en lo que respecta a la compresión, es relativamente fácil cumplir con esa condición, pues los esfuerzos en el concreto de los cimacios, inducidos por fuerzas externas son normalmente muy bajos en relación a la resistencia del concreto.

## CARGAS QUE ACTÚAN EN EL CIMACIO

### PESO PROPIO

Se calculará con la ecuación:

$$W = \gamma_m \bar{V} \quad (148)$$

donde:

$W$ , Peso propio (t).

$\gamma_m$ , Peso volumétrico del material ( $t/m^3$ ).

$\bar{V}$ , Volumen de la estructura ( $m^3$ ).

Siendo  $\gamma_c = 2.40 t/m^3$  para el concreto y  $\gamma_{ma} = 2.20 t/m^3$  para la mampostería (dependiendo de la densidad de la piedra usada). Se deben tomar en cuenta el peso de las pilas, puentes, compuertas y sus mecanismos considerando cada uno en su línea de acción.

## EMPUJES HIDROSTÁTICOS

Se consideran dos niveles de análisis: el NAME y el NAMO, bajo dos hipótesis:

- El peso específico del agua ( $\gamma$ ) es de  $1.00 \text{ t/m}^3$ .
- Es válida la ley de Pascal: "La presión actúa en cada punto con igual magnitud en todas las direcciones y sentidos, los empujes resultantes son normales a las superficies sobre las que actúan".

## SISMO

Los sismos comunican aceleraciones a los cimacios que pueden aumentar las presiones y esfuerzos del agua sobre ellas. Así se producirán fuerzas horizontales que actuarán en el paramento aguas arriba y fuerzas verticales que se traducen en choques de la cimentación hacia abajo. Entonces el sismo deberá analizarse en las masas de concreto y agua.

## SUBPRESIÓN

Cuando se construyen drenes, el diagrama original de subpresiones se abate como se muestra en la Figura ciento treinta.

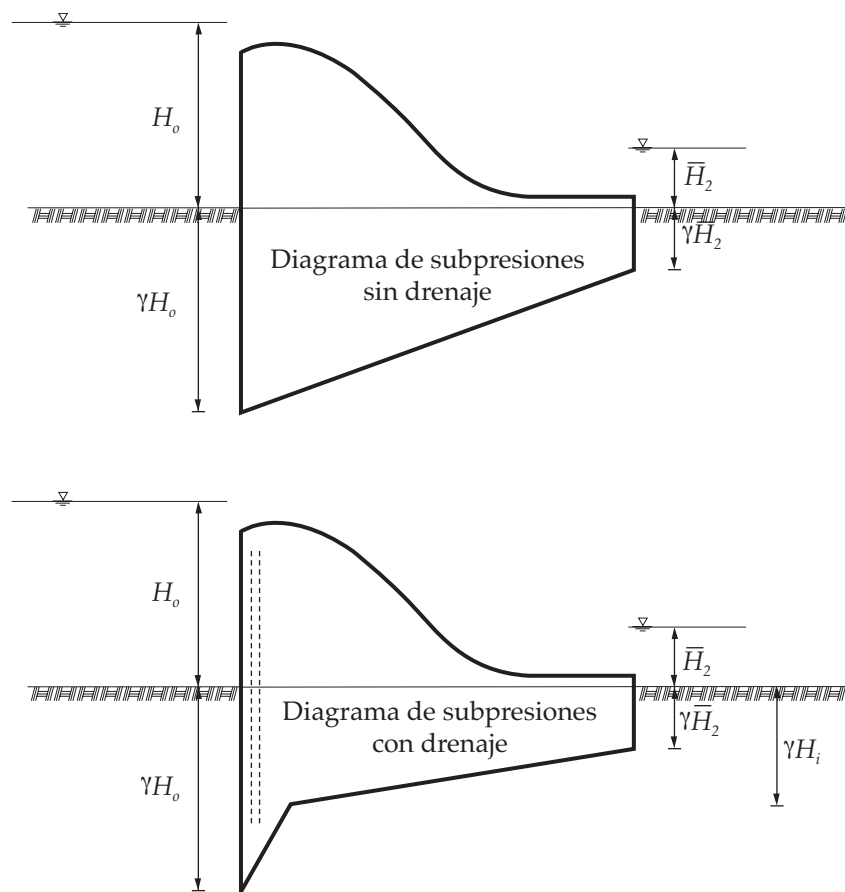


Figura 130. Diagramas de subpresión.

El valor de  $H_i$ , según el USBR, 1960 se calcula con la ecuación:

$$H_i = \bar{H}_2 + 0.33(H_0 - \bar{H}_2) \quad (149)$$

donde:

$H_1$ , Carga hidráulica debajo del nivel del piso (m).

$\bar{H}_2$ , Carga hidráulica aguas abajo del vertedor (m).

También en este caso la revisión se hará para el NAMO y el NAME.

#### COMBINACIONES DE CARGAS

En el análisis de cargas deben considerarse las siguientes:

a) Condiciones ordinarias

- Presa llena al NAMO.
- Empuje hidrostático.
- Peso propio y de accesorios.
- Subpresión.

b) Condiciones extraordinarias

- Presa llena al NAME.
- Empuje hidrostático.
- Peso propio y de accesorios.
- Subpresión.

c) Condiciones extremas

- Presa llena al NAMO.
- Empuje hidrostático.
- Peso propio y accesorios.
- Subpresión.
- Sismo de diseño.

d) Agua abajo del nivel del piso del canal de llegada

- Con sismo, ó
- Sin sismo

e) Otras condiciones de carga especiales a juicio de proyectista

#### CONDICIONES DE SEGURIDAD

Se deberán analizar los siguientes conceptos:

- a) Esfuerzos máximos de compresión (principales), deben ser menores que los permisibles.
- b) Esfuerzos mínimos (principales) (pueden ser negativos, tensiones en algunos casos) mayores que los permisibles.
- c) Resistencia al deslizamiento que debe ser superior a las fuerzas deslizantes.

*Esfuerzos permisibles.* La resistencia a la compresión que desarrolla el concreto en forma definitiva, no es alcanzada a los 28 días, sino que oscila entre los 90 días y los dos años. Esta resistencia viene a ser del orden de  $1.75 f'_c$ , donde  $f'_c$  representa la resistencia a los 28 días, medida en pruebas tipo ACI.

El USBR recomienda para esfuerzos de compresión:

$$\text{Resistencia de diseño} = \frac{\text{Resistencia última}}{FS}$$

siendo:

$FS = 3.00$  Para combinaciones de carga ordinarias

$FS = 2.00$  Para combinaciones de carga extraordinarias

$FS = 1.00$  Para combinaciones de carga extremas

considerando para condiciones iniciales  $f'_c$  y para condiciones finales  $1.75 f'_c$ .

Para el cálculo de esfuerzos mínimos se emplea la siguiente ecuación:

$$\sigma_{zu} = "p" \gamma H_o - \frac{f'_t}{FS} \quad (150)$$

donde:

$\sigma_{zu}$ , Esfuerzos mínimos.

$\gamma H_o$ , Subpresión máxima.

" $p$ ", Término de reducción de subpresión: igual a uno si no hay drenes y 0.40 si los hay.

$f'_t$ , Resistencia última a la tensión en el concreto.  $f'_t = 0.05$  de la resistencia última a compresión y  $f'_t = 0.05 (1.75 f'_c)$  en condiciones finales.

$FS$ , Factor de seguridad igual a 3 para condiciones ordinarias, a 2 para condiciones extraordinarias y a 1 para condiciones extremas.

*Deslizamiento.* Para que no haya deslizamiento debe cumplirse que:

$$FC > FS$$

calculándose  $FC$  con la ecuación:

$$FC = \frac{C_c A_d + N' \tan \phi_f}{\sum F_h} \quad (151)$$

donde:

$FC$ , Coeficiente de fricción – cortante.

$C_c$ , Cohesión del concreto (del orden de  $0.10 f'_c$ ) o de la liga con la cimentación.

$\phi_f$ , Ángulo de fricción interna del concreto ( $45^\circ$ ) o de la liga en la cimentación.

$A_d$ , Área de la superficie de desplante o de la sección horizontal a un nivel cualquiera al que se está realizando el análisis.

$N'$ , Cargas normales.

$\sum F_h$ , Sumatoria de fuerzas horizontales.

*Agrietamiento.* Cuando la subpresión es mayor que los esfuerzos efectivos en el extremo aguas arriba del cimacio se formará una grieta horizontal que llegará hasta el punto en que los esfuerzos efectivos y la subpresión son iguales, a partir de este punto hacia aguas abajo se delimitará la sección donde se apoya el cimacio ver Figura ciento treinta y uno.

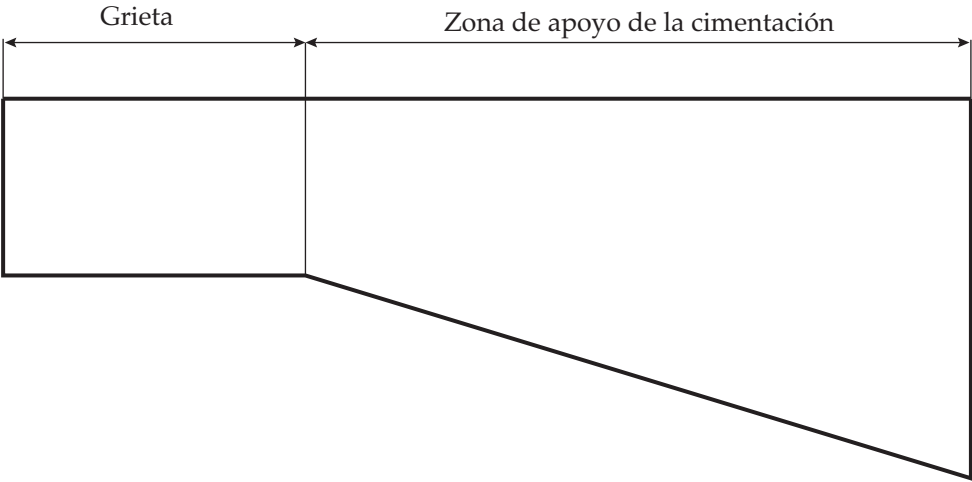


Figura 131. Grieta y zona de apoyo de la cimentación en una presa de gravedad.

**Ejemplo 23.** Hacer el análisis de estabilidad del cimacio presentado en la Fig. 132, si se ha construido de concreto,  $\gamma_c = 2.4 \text{ t/m}^3$ . Se colocarán drenes a 1.50 m del paramento aguas arriba. Suponer un coeficiente sísmico  $\alpha_s = 0.20$  la subpresión del dren se considera 1/3 de la subpresión en el paramento aguas arriba.

**Solución:**

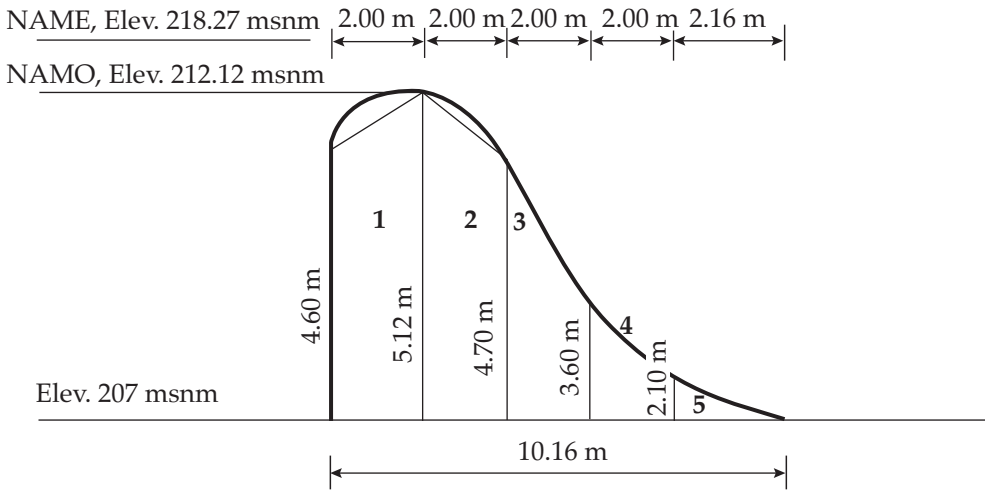


Figura 132. Sección del cimacio.

Como puede observarse en la Fig. 132, la sección del cimacio se ha dividido en cinco dovelas cuyas dimensiones se acotan en la misma. Además se establece el siguiente sentido de los ejes: abscisas hacia la izquierda, ordenadas hacia abajo; y el momento se considera antihorario.

a) Cálculo de cargas:

Se considera que el ancho de la sección mide 1.00 m. Así con esta consideración y las dimensiones de la Fig. 132, se pueden hacer los siguientes cálculos.

Dovela 1.

$$\text{Área} = \frac{(4.60 + 5.12)(2.00)}{2} = 9.72 \text{ m}^2$$

$$\text{Peso } (W_1) = \bar{V} \gamma_c = (9.72)(1.00)(2.40) = 23.33 \text{ t}$$

posición del centro de gravedad respecto al trapecio:

$$x_t = \frac{2h'_t 2b_t + B}{3(b_t + B)} = \frac{2(2(4.6)) + 5.12}{3(4.6 + 5.12)} = 0.98 \text{ m}$$

donde:

$x_t$ , Centro de gravedad del trapecio (m).

$h'_t$ , Altura del trapecio (m).

$b_t$ , Base menor del trapecio (m).

$B$ , Base mayor del trapecio (m).

para fijar la posición del centro de gravedad del trapecio con respecto al del cimacio ( $\bar{x}$ ) es necesario hacer la siguiente operación:

$$\bar{x} = \frac{10.16}{2} - 2 + 0.98 = 4.06 \text{ m}$$

el momento ( $M$ ) del peso propio con respecto al centro de gravedad ( $C_g$ ) del cimacio vale:

$$\curvearrowright = 23.33(4.062) = 94.77 \text{ t-m}$$

el cálculo para todas las dovelas se presenta en la Tabla No. 35.

**Tabla No. 35. Cálculo de fuerzas y momentos producidos por peso propio.**

Dovela (No.)	Área (m <sup>2</sup> )	$W_i$ (t)	$\bar{x}_i$ (m)	$M$ (t-m)
1	9.72	23.33	4.06	94.77
2	9.82	23.57	2.09	49.36
3	8.30	19.92	0.12	2.47
4	5.70	13.68	-1.83	-25.06
5	2.27	5.45	-3.64	-19.84
Total	35.81	85.95		101.70



b) Cálculo de empujes hidrostáticos ( $E_h$ ):

Nivel al NAMO

$$E_h = \frac{\gamma h_t'^2 b_t}{2} = \frac{1.00 (5.12^2)(1)}{2} = -13.11 \text{ t}$$

el momento vale:

$$M = E_h \frac{h_t'}{3} = -13.11 \left( \frac{5.12}{3} \right) = -22.37 \text{ t-m}$$

Nivel al NAME

Para hacer este cálculo considérese la Figura 133.

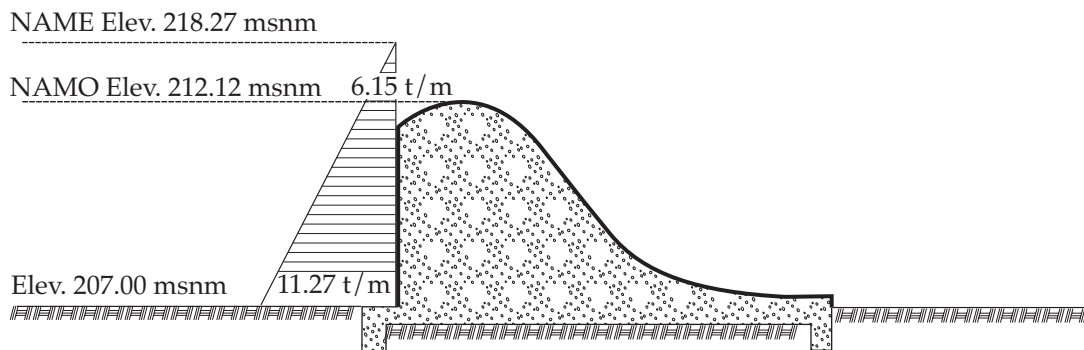


Figura 133. Presiones sobre el cimacio al NAME.

El empuje vale:

$$E_h = \frac{(1)(6.15 + 11.27)(5.12)}{2} = -44.60 \text{ t}$$

el punto de aplicación se encuentra en:

$$x_t = \frac{5.12}{3} \left( \frac{2(6.15) + 11.27}{6.15 + 11.27} \right) = 2.31 \text{ m}$$

y el momento:

$$M = (-44.60)(2.31) = -103.02 \text{ t-m}$$

c) Subpresión :

Considerando que se colocarán drenes, se tienen las siguientes situaciones:

Nivel al NAMO, ver Figura ciento treinta y cuatro.

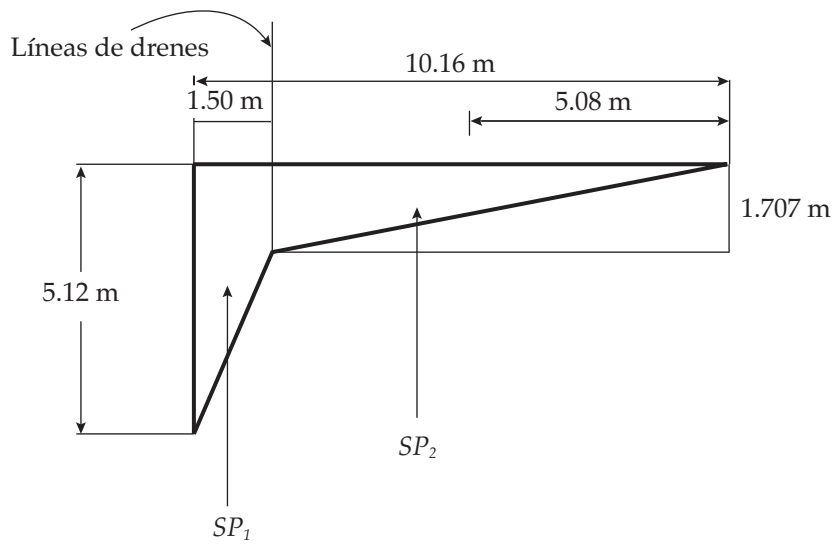


Figura 134. Diagrama de subpresiones, nivel al NAMO.

Cálculo de subpresiones ( $SP_1$  y  $SP_2$ ), ver Tabla No. 36.

$$SP_1 = \frac{(1)(5.12 + 1.707)}{2}(1.50) = -5.12 \text{ t}$$

$$SP_2 = \frac{(1)(1.707)(8.66)}{2} = -7.39 \text{ t}$$

Tabla No. 36. Momentos con respecto al centro de gravedad.

Subpresión (t)	Fuerza (t)	$\bar{x}$ (m)	Momento (t-m)
$SP_1$	-5.12	4.46	-22.81
$SP_2$	-7.39	0.69	-5.13
Totales	-12.51		-27.94

Nivel al NAME, ver Figura ciento treinta y cinco.

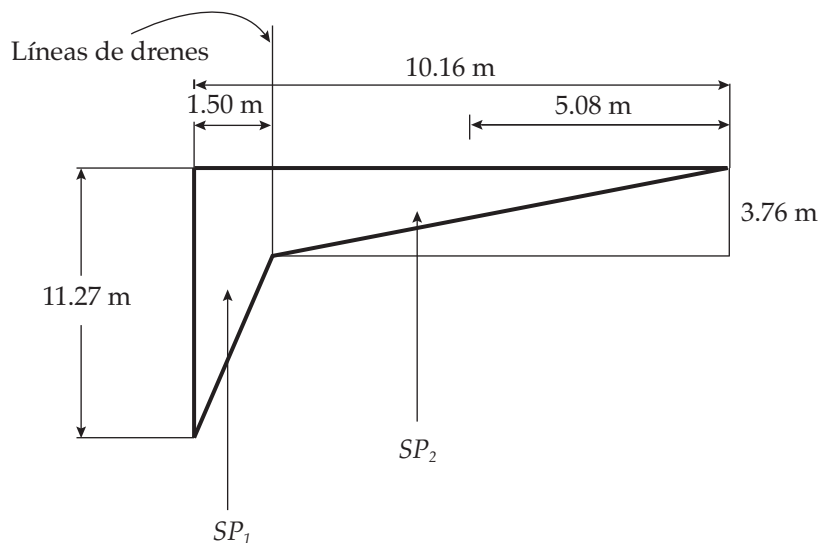


Figura 135. Diagrama de subpresiones, nivel al NAME.

$$SP_1 = \frac{(1)(11.27 + 3.76)}{2}(1.50) = -11.27 \text{ t}$$

$$SP_2 = \frac{(1)(3.76(8.66))}{2} = -16.28 \text{ t}$$

ver Tabla No. 37.

**Tabla No. 37. Momentos con respecto al centro de gravedad.**

Subpresión ( t )	Fuerza ( t )	$\bar{x}$ ( m )	Momento ( t-m )
$SP_1$	-11.27	4.46	-50.21
$SP_2$	-16.28	0.69	-11.30
Totales	-27.55		-61.51

d) Sismo

d.1) Sismo en la masa del concreto.

Para la dovela 1 se tiene:

$$\text{Área} = \frac{(5.12 + 4.60)(2)}{2} = 9.72 \text{ m}^2$$

el punto de aplicación ( $\bar{y}_n$ ) se ubica con el auxilio de la Figura 136.

$$\bar{y}_n = \frac{(9.20 (2.30)) + 0.52 \left( 4.60 + \frac{0.52}{3} \right)}{9.20 + 0.52} = 2.43 \text{ m}$$

los datos para las demás dovelas se presentan en la Tabla No. 38.

**Tabla No. 38. Puntos de aplicación. Sismo.**

	Dovela (No.)	Área (m <sup>2</sup> )	$\bar{y}_n$ (m)	$\bar{A}_i \bar{y}_n$ (m <sup>3</sup> )
	1	9.72	2.43	23.62
	2	9.82	2.46	24.12
	3	8.30	2.09	17.32
	4	5.70	1.46	8.31
	5	2.27	0.70	1.59
Total		35.81		74.96

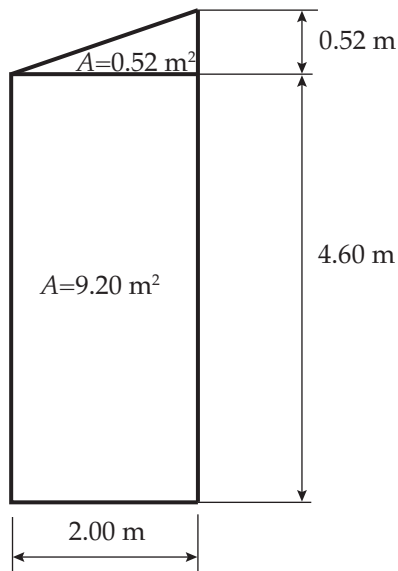


Figura 136. Diagrama para la ubicación del punto de aplicación de la fuerza producida por el sismo.

el punto de aplicación de toda la sección ( $\bar{y}_c$ ) será:

$$\bar{y}_c = \frac{74.96}{35.81} = 2.09 \text{ m}$$

la fuerza sísmica ( $W_s$ ) vale:

$$W_s = W\alpha_s = -85.95(0.20) = -17.19 \text{ t}$$

y el momento sísmico ( $M_s$ ) respectivo:

$$M_s = W_s \bar{y}_c = -17.19(2.09) = -35.98 \text{ t-m}$$

d.2) Sismo en la masa del agua.

Para calcular el empuje del agua ( $E_s$ ), (Vega Roldán y Arreguín, 1984), se recomienda emplear la ecuación:

$$E_s = \bar{a} \frac{C_m}{2} \gamma k' h_t'^2 \quad (152)$$

donde:

$C_m$ , Parámetro en función del ángulo de inclinación del paramento.

$k'$ , Coeficiente sísmico del lugar o de la presa.

$\bar{a}$ , Parámetro en función de la relación  $\bar{H}_2 / H_o$ , ver Tabla 39.

**Tabla 39. Valores de los parámetros  $\bar{a}$  y  $\bar{b}$ .**

$\bar{H}_2 / H_o$	$\bar{a}$	$\bar{b}$
0.0	0.00	0.389
0.1	0.04	0.385
0.2	0.11	0.383
0.3	0.22	0.383
0.4	0.34	0.384
0.5	0.50	0.385
0.6	0.69	0.388
0.7	0.86	0.390
0.8	1.05	0.394
0.9	1.24	0.397
1.0	1.43	0.402

para este caso particular  $C_m = 0.53$ , por lo tanto el empuje vale:

$$E_s = -1.43 \left( \frac{0.53}{2.00} \right) (1.00)(0.20)(5.12^2) = -1.99 \text{ t}$$

el punto de aplicación según este mismo organismo vale:

$$\bar{y}_n = 0.41 h'_t = 0.41 (5.12) = 2.11 \text{ m}$$

entonces, el momento debido al sismo es:

$$M_s = -1.99(2.11) = -4.19 \text{ t-m}$$

con los datos obtenidos se pueden hacer las combinaciones de carga anteriormente citadas como se muestra en la Tabla No. 40:

**Tabla No. 40. Combinaciones de carga.**

Condición	Ordinaria		Extraordinaria		Extrema		Vacía	
	Fuerza	Momento	Fuerza	Momento	Fuerza	Momento	Fuerza	Momento
Peso propio	85.95	101.7	85.95	101.7	85.95	101.7	85.95	101.7
Empuje Hidrostático	-13.11	-22.37	-44.6	-103.02	-13.11	-22.37		
Subpresión	-12.51	-27.94	-27.55	-61.51	-12.51	-27.94		
Sismo Concreto					-17.19	-35.98	17.19	35.98
Sismo Agua					-1.99	-4.19		
$F_y$ (t)	73.44		58.4		73.44		85.95	
$F_x$ (t)	-13.11		-44.6		-32.29		17.19	
$M_r$ (t - m)		51.39		-62.83		11.22		137.68

donde:

$M_r$ , Momento resultante (t-m).

La dirección que se tomó para los esfuerzos producidos por sismo en el concreto es la más inestable para la presa en condición llena o vacía.

Revisión de esfuerzos: para ello se aplicará la fórmula de la escuadría:

$$\sigma_{B,A} = \frac{N'}{A_c} \pm \frac{M}{I} y_{\text{máx}} \quad (153)$$

donde:

$\sigma_{B,A}$  Esfuerzos.  $\sigma_{\downarrow}$  de compresión si se considera el signo positivos,  $\sigma_{\uparrow}$  de tensión si se considera el signo negativo.

$N'$ , Cargas normales.

$A_c$ , Área de contacto entre la cimentación y el cimacio.

$M$ , Momento actuante.

$I$ , Momento de inercia.

$y_{\text{máx}}$ , Distancia máxima al punto de análisis.

En nuestro caso se tendría:

$$A_c = (1.00)(10.16) = 10.16 \text{ m}^2$$

$$I = \frac{b_t h_t^3}{12} = \frac{1(10.16^3)}{12} = 87.40 \text{ m}^4$$

$$y_{\text{máx}} = \frac{10.16}{2} = 5.08 \text{ m}$$

Condiciones ordinarias

de la Tabla No. 40 se tiene:

$$F_y = 73.44 \text{ t}$$

$$M_r = 51.39 \text{ t-m}$$

entonces:

$$\sigma_B = \frac{73.44}{10.16} + \frac{51.39}{87.40} (5.08) = 10.22 \text{ t / m}^2 = 1.02 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_A = \frac{73.44}{10.16} - \frac{51.39}{87.40} (5.08) = 4.24 \text{ t / m}^2 = 0.42 \text{ kg/cm}^2$$

como los dos valores son positivos, no hay tensiones, ver Figura 137.

Con un factor de seguridad  $FS = 3$ , los esfuerzos que se tendrían son:

$$\sigma_B = 3(1.02) = 3.07 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_A = 3(0.42) = 1.27 \text{ kg/cm}^2$$

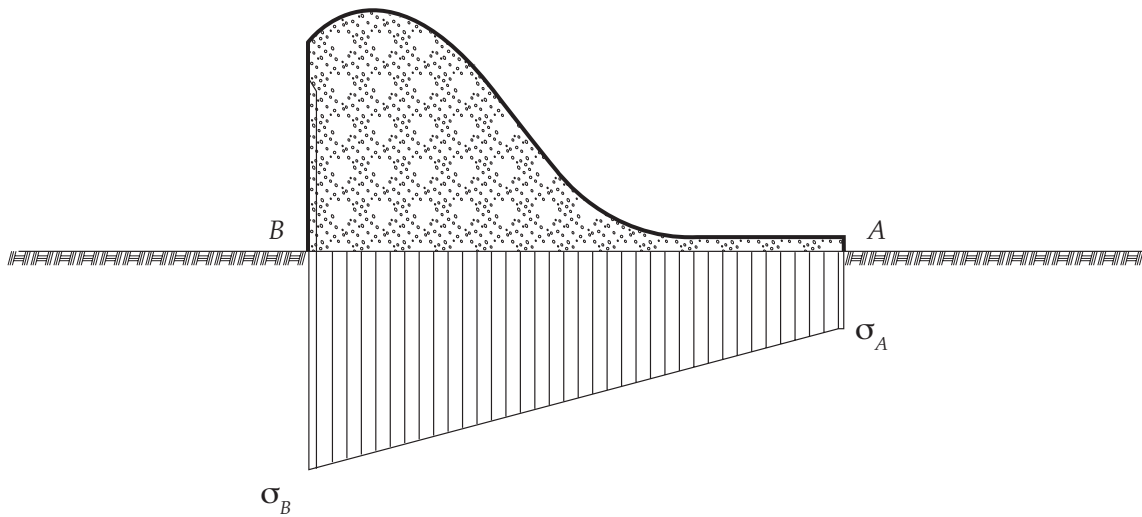


Figura 137. Distribución de esfuerzos en la cimentación.

Por lo tanto se recomienda un concreto con  $f'_c = 70.00 \text{ kg/cm}^2$ , con ello se garantiza durabilidad, no disgregación y buen aspecto. En las partes expuestas al flujo se colocará un concreto de mayor resistencia para evitar erosión.

*Análisis de deslizamiento.* El esfuerzo cortante se calcula con la ecuación siguiente:

$$FC = \frac{\sum N' \tan \phi_f + C_c A_d}{\sum F_h} \quad (154)$$

y entonces se tiene:

$$\sum N' = 73.44 \text{ t}$$

$$\sum F_h = -13.11 \text{ t}$$

$$C_c = 0.10 \quad f'_c = 0.10 (70 \text{ kg/cm}^2) = 7 \text{ kg/cm}^2 = 70 \text{ t/m}^2$$

$$\tan \phi_f = 0.80$$

sustituyendo en la ecuación anterior:

$$FC = \frac{73.44(0.80) + 70(10.16)}{13.11} = 58.73$$

para condiciones ordinarias  $FS = 3.00$

como puede verse  $58.73 > 3.00$ , por lo tanto no hay problemas en este aspecto tampoco.

*Análisis de agrietamiento.* Para hacer este análisis es necesario calcular los esfuerzos de compresión mínimos con la ecuación:

$$\sigma_{zu} = "p" \gamma H_o - \frac{f'_t}{FS} = 0.40(1.00)(5.12) - \frac{0.05(700.00)}{3}$$

$$\sigma_{zu} = -9.62 \text{ t/m}^2$$

como la resistencia a la tensión en concreto vale  $f'_t = 0.05 f'_c = 0.05(700) = 35 \text{ t/m}^2$ .

Entonces  $-9.62 \text{ t/m}^2 < 35.00 \text{ t/m}^2$ , por lo tanto es aceptable esta condición.

Si se taparan los drenes y fallaran, "p" = 1.00, entonces:

$$\sigma_{zu} = 1.00(1.00)(5.12) - \frac{0.05(700.00)}{3} = -6.54 \text{ t/m}^2,$$

es decir también se permiten tensiones en estas condiciones.

El esfuerzo compresible aguas arriba sin considerar subpresión en condiciones normales vale: (ver Tabla No. 39).

$$F_y = 85.95 \text{ t}$$

$$M_r = 137.68 \text{ t} - m$$

$$\sigma_B = \frac{85.95}{10.16} + \frac{137.68}{87.40} (5.8) = 17.60 \text{ t/m}^2$$

como  $17.60 > -6.54$  no se presenta agrietamiento.

La revisión para las demás combinaciones de carga se presenta en la Tabla número cuarenta y uno.

**Tabla No. 41. Combinaciones de carga.**

Esfuerzos	Combinaciones de carga			
	Ordinaria	Extraordinaria	Extrema	Vacía
Compresión $\sigma_B$	3.07 < 70.00	0.42 < 70.00	1.58 < 70.00	1.65
Tensión $\sigma_A$	1.27 < 70.00	1.88 < 70.00	1.32 < 70.00	0.05
Deslizamiento FC	69.58 > 3.00	20.18 > 2.00	28.25 > 2.00	
Agrietamiento	13.07 > -6.54	8.38 > -6.23		

En el análisis por agrietamiento se aceptó el valor calculado bajo condiciones ordinarias, el cual, por lo tanto cualquier valor calculado sería mayor que él.

Como puede notarse para condiciones extremas se ha considerado  $FS = 2.00$ , en lugar de  $FS = 1.00$ , debido a que no se conoce el "sismo máximo" posible.

Ya que no se sobrepasan los esfuerzos permisibles y factores de seguridad al deslizamiento, y no existe agrietamiento, el cimacio se considera estable.



## 19.2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE LOS MUROS DE CONTENCIÓN DEL CANAL DE LLAMADA

Cuando el canal de llamada se ha excavado en roca sana o material resistente, el revestimiento se coloca sobre los taludes excavados, si es que estos son estables. En caso contrario es necesario construir muros de estabilidad cuyo comportamiento es semejante al de las presas de gravedad y habrá que revisar su estabilidad contra el vuelco, el deslizamiento, así como la reacción de la cimentación.

*Cargas actuantes.* Las cargas que actúan sobre un muro de estabilidad son las siguientes; ver Figura ciento treinta y ocho.

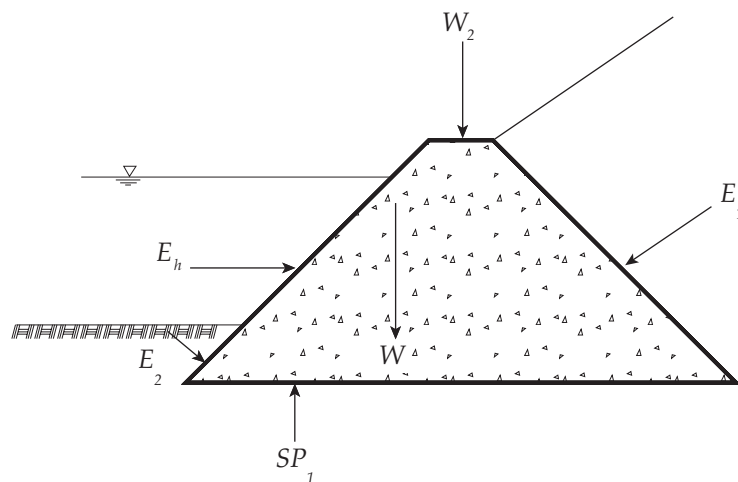


Figura 138. Cargas actuantes sobre un muro de contención.

- Peso propio,  $W$ .
- La presión de la tierra contra el respaldo del muro,  $E_1$ .
- La presión de la tierra contra el frente del muro,  $E_2$ .
- Las fuerzas de los pesos de los accesorios que hubiera sobre el muro,  $W_2$ .
- Los empujes hidrostáticos,  $E_{hi}$ .
- La subpresión,  $SP_1$ .
- Las vibraciones que pudieran ser inducidas sobre el muro, por ejemplo el tránsito de vehículos o ferrocarriles.
- Los sismos.
- Las expansiones debidas a cambios de humedad en el relleno.
- Las sobrecargas en el relleno.

El empuje del suelo sobre el muro puede calcularse con la teoría de *Rankine*, así el empuje activo ejercido por un relleno de suelo friccionante, de superficie horizontal contra un muro de respaldo vertical se calcula con la ecuación:

$$E_a = \frac{1}{2N_\phi} \gamma_{mr} H_m'^2 = \frac{1}{2} K'_a \gamma_{mr} H_m'^2 \quad (155)$$

donde:

$E_a$ , Empuje activo del relleno.

$N_\phi$ , Número adimensional que relaciona el esfuerzo principal mayor con el menor,

$$N_\phi = \sigma_1 / \sigma_3.$$

- $\gamma_{mr}$  , Peso volumétrico del material de relleno.
- $H'_m$  , Altura del muro sobre la que actúa el relleno.
- $K'_a$  , Coeficiente activo de presión de tierras.

Además se tiene que:

$$K'_a = \frac{1}{N_\phi} = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi_i}{2} \right) \quad (156)$$

donde:

$\phi_i$  , Ángulo de fricción interna.

El empuje pasivo para las mismas condiciones, que es la resistencia que opone el suelo que se encuentra frente al muro *y* se calcula con la ecuación:

$$E'_p = \frac{1}{2} N_\phi \gamma_{mr} H_m'^2 = \frac{1}{2} K'_p \gamma_{mr} H_m'^2 \quad (157)$$

donde:

- $E'_p$  , Empuje pasivo del relleno.
- $K'_p$  , Coeficiente pasivo de presión de tierras.

Además se debe considerar que:

$$K'_p = N_\phi = \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi_i}{2} \right) \quad (158)$$

Es importante recordar que los empujes activos pueden relacionarse con los empujes del suelo sobre los muros, en tanto que los pasivos se relacionan con los empujes de los muros contra el relleno.

En la teoría de *Rankine* se acepta que el punto de aplicación de las fuerzas calculadas anteriormente está a un tercio de la altura del muro a partir de la base.

Si la superficie de relleno forma un ángulo  $\beta_1$  con respecto a la horizontal, los empujes se calculan así:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H_m'^2 \left[ \cos \beta_1 \frac{\cos \beta_1 - \sqrt{\cos^2 \beta_1 - \cos^2 \phi_i}}{\cos \beta_1 + \sqrt{\cos^2 \beta_1 - \cos^2 \phi_i}} \right] \quad (159)$$

$$E'_p = \frac{1}{2} \gamma H_m'^2 \left[ \cos \beta_1 \frac{\cos \beta_1 - \sqrt{\cos^2 \beta_1 - \cos^2 \phi_i}}{\cos \beta_1 + \sqrt{\cos^2 \beta_1 - \cos^2 \phi_i}} \right] \quad (160)$$

Cuando se trata de suelos cohesivos, y si es horizontal la superficie del relleno tras el muro, los empujes pueden calcularse con las ecuaciones:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma_{mr} H_m'^2 - 2\bar{c}' H_m' \quad (161)$$

$$E'_p = \frac{1}{2} \gamma_{mr} H'_m{}^2 - 2\bar{c}' H'_m \quad (162)$$

donde:

$\bar{c}'$ , cohesión del material.

Los puntos de aplicación pasan por el centroide de la cuña de presiones.

Para suelos con cohesión y fricción los empujes valen:

$$E_a = \frac{1}{2N_\phi} \gamma_{mr} H'_m{}^2 - \frac{2\bar{c}'}{\sqrt{N_\phi}} H'_m \quad (163)$$

$$E'_p = \frac{1}{2N_\phi} \gamma_{mr} H'_m{}^2 + 2\bar{c}' \sqrt{N_\phi} H'_m \quad (164)$$

Los puntos de aplicación coinciden con el centroide del área total de presiones.

#### *Condiciones de carga*

Las condiciones de análisis para los muros de estabilidad son:

##### a) Combinación ordinaria

- Canal vacío.
- Relleno participando como empuje activo.
- Sobrecarga.

##### b) Combinación extraordinaria

- Canal vacío.
- Relleno participando como empuje activo.
- Acción del sismo en sentido desfavorable.
- Sobrecarga.

##### c) Otras que considere el proyectista.

#### *Factores de seguridad para muros de contención*

##### a) Volteo

$$FS = \frac{\text{Momentos resistentes}}{\text{Momentos actuantes}}$$

Condición ordinaria  $FS \geq 2.00$

Condición extraordinaria  $FS \geq 1.20$

##### b) Deslizamiento (fricción cortante)

$$FC = \frac{\sum N' \tan \phi_f + C_c A_d}{\sum F_h} \quad (165)$$

c) Revisión de esfuerzos

Se hace en la cimentación con la fórmula de la escuadría para condición ordinaria y extraordinaria.

**Ejemplo 24.** Calcular la estabilidad de un muro de contención con las características geométricas señaladas en la Fig. 139. Además las condiciones del suelo de relleno son las siguientes:

Peso volumétrico seco =  $1674.00 \text{ kg/m}^3$

Peso volumétrico a la humedad óptima =  $2000.00 \text{ kg/m}^3$

Cohesión  $\bar{c}' = 4.50 \text{ t/m}^2$

Angulo de fricción interna  $\phi_i = 5^\circ$

Además el coeficiente sísmico vale  $\alpha_s = 0.20$

Sobrecarga  $\gamma_{mr} = 1 \text{ t/m}^3$

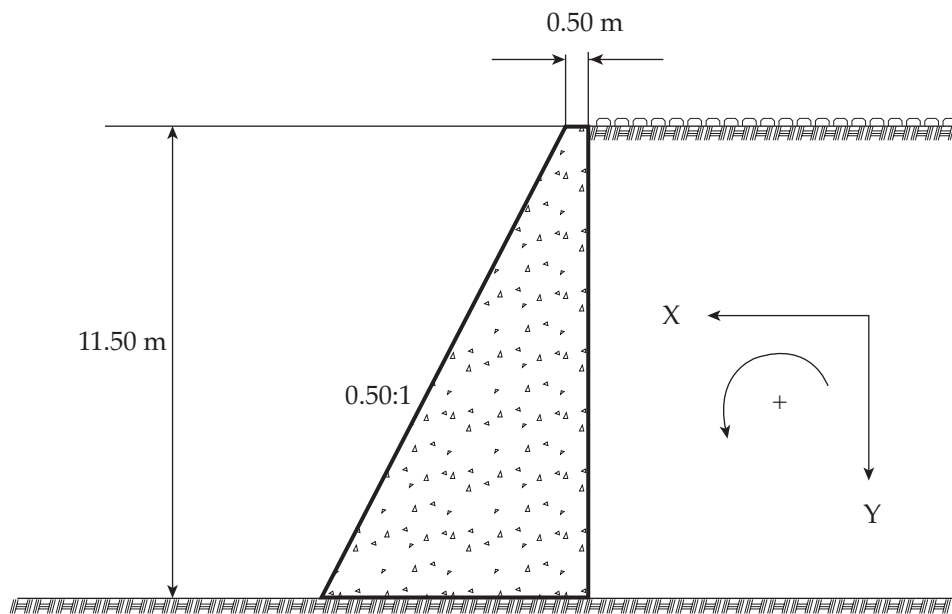


Figura 139. Datos para el Ejemplo No. 24.

**Solución:**

a) Cálculo de cargas

a.1) Empuje activo de Rankine. De la ecuación 156:

$$\frac{1}{N_\phi} = \tan^2 \left( 45.00 - \frac{5.00}{2.00} \right) = 0.84$$

$$\gamma_\phi = 1.19$$

sustituyendo valores en la ecuación 163:

$$E_a = \frac{1}{2(1.19)} (2) H_m'^2 - \frac{(2)(4.5)}{\sqrt{1.19}} H_m'$$

$$E_a = 0.84 H_m'^2 - 8.25 H_m'$$

el punto de aplicación estará ubicado a la altura:

$$\bar{y}_1 = \frac{H_m'}{3}$$

y el momento debido al empuje activo ( $M_{EA}$ ):

$$M_{EA} = E_a \frac{H_m'}{3} = 0.84 \frac{H_m'^3}{3} - 8.25 \frac{H_m'^2}{3}$$

a.2) Empuje debido a la sobrecarga ( $E_s$ ), se calcula con la ecuación:

$$E_s = \frac{1}{N_\phi} \gamma_{mr} H_m' = (0.84)(1)(H_m') = 0.84 H_m'$$

el punto de aplicación se encuentra a:

$$\bar{y}_2 = \frac{H_m'}{2}$$

y el momento provocado por este empuje ( $M_{es}$ ) vale:

$$M_{es} = E_s \frac{H_m'}{2} = \frac{0.84}{2} H_m'^2 = 0.42 H_m'^2$$

a.3) Empuje total debido al relleno:

$$E_T = E_A + E_s = 0.84 H_m'^2 - 8.25 H_m' - 0.84 H_m'$$

$$E_T = 0.84 H_m'^2 - 7.41 H_m'$$

el material empieza a presionar cuando el empuje total vale cero, entonces:

$$0.84 H_m'^2 - 7.41 H_m' = 0$$

$$H_m' = 8.82 \text{ m}$$

el momento total actuante vale:

$$M_T = M_{EA} + M_{es} = 0.84 \frac{H_m'^3}{3} - 8.25 \frac{H_m'^2}{3} + 0.42 H_m'^2$$

$$M_T = 0.28 H_m'^3 - 2.33 H_m'^2$$

a.4) Sismo en el relleno

si se considera sismo en su forma más crítica, el momento debido a empuje activo se incrementa en un 20 %, es decir:

$$M_{AS} = 1.20M_{EA}$$

a.5) Peso propio

expresamos el área en términos de  $H'_m$  :

$$A = 0.25H_m'^2 + 0.50H'_m$$

el peso  $W$ , vale (se considera  $\gamma_c = 2.30 \text{ t/m}^3$ ):

$$W = \gamma_c \bar{V} = 0.58 H_m'^2 + 1.15 H'_m$$

punto de aplicación:

Empleando la Figura 140.

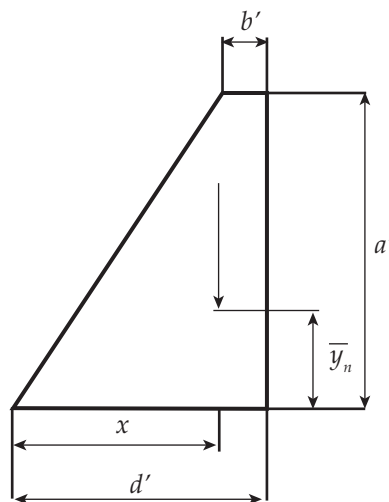


Figura 140. Elementos geométricos del muro de contención.

Centroides:

$$\bar{x} = \frac{2}{3} \left( d' - \frac{0.5b'^2}{d'+b'} \right)$$

$$\bar{y}_n = \frac{a'}{3} \left( \frac{d'+2b'}{d'+b'} \right)$$

la ecuación en el sentido "x" puede escribirse en función de  $H'_m$  así:

$$\bar{x} = \frac{1}{3} \left( H'_m - \frac{1}{2 H'_m + 4} + 1 \right)$$

el momento debido al peso (es un momento resistente) vale:

$$M_E = W\bar{x}$$

a.6) Sismo en el muro:

$$Fx = 0.20W$$

la ecuación en el sentido  $y$  en función de  $H'_m$  puede escribirse:

$$\bar{y}_n = \frac{H'_m}{3} \left( \frac{H'_m + 3}{H'_m + 2} \right)$$

y su respectivo momento valdrá:

$$M_{SM} = Fx(\bar{y}_n)$$

donde:

$M_{SM}$ , Momento debido al sismo en el muro ( t ).

*Revisión al volteo*

Para hacer este análisis se compararán los momentos actuantes contra los resistentes para cada altura  $H'_m$ .

*Momentos actuantes.* Se consideran los siguientes:

Debido al empuje del relleno (  $M_T$  ):

$$M_T = (0.28 H_m'^3 - 2.33 H_m'^2)(2)$$

Nótese que se ha multiplicado por dos que es el factor de seguridad para condiciones ordinarias.

Para condiciones extraordinarias se tiene que multiplicar  $M_{EA}$  por 1.2 y estos últimos valores se deben al sismo en el relleno ( $\alpha_s = 0.20$ ) y al factor de seguridad  $FS = 1.2$ .

Debido al sismo en el muro:

$$M_{SM} = Fx(\bar{y}_n)$$

*Momentos resistentes:*

Debido al peso propio:

$$M_E = W(\bar{x})$$

se hará el cálculo para  $H'_m = 10.00$  m, para otros valores de  $H'_m$  los resultados se presentan en la Tabla No. 41.

Para  $H'_m = 10.00$  m

$$M_E = \left[ 0.575(10.00)^2 + 1.15(10.00) \right] \left[ \frac{1}{3} \left( 10.00 - \frac{1}{2(10.00) + 4.00} + 1 \right) \right]$$

$$M_E = 252.04 \text{ t-m}$$

considerando  $FS = 2.00$ , se tiene:

$$2M_{ER} = 2 \left[ 0.28(10.00)^3 - 2.33(10.00)^2 \right]$$

$$2M_{ER} = 94.00 \text{ t-m}$$

para condiciones extraordinarias:

$$1.44M_{ER} = (1.2)(1.2) \left[ 0.28(10.00)^3 - 2.33(10.00)^2 \right] = 67.68 \text{ t-m}$$

Momento por sismo en el muro:

$$M_{SM} = 0.20 \left[ 0.575(10.00)^2 + 1.15(10.00) \right] \left[ \frac{1}{3} \left( 10.00 - \frac{1}{2(10.00) + 4.00} + 1.00 \right) \right]$$

$$M_{SM} = 50.41 \text{ t-m}$$

y la suma para esta condición será:

$$1.44M_A + M_{SM} = 67.68 + 50.41 = 118.09 \text{ t-m}$$

En la Tabla No. 42 se presentan los momentos actuantes y resistentes.

**Tabla No. 42. Momentos actuantes y resistentes.**

$H'_m$ (m)	$M_E$ (t-m)	$2M_A$ (t-m)	$1.44 M_A$ (t-m)	$M_{SM}$ (t-m)	$1.44 M_A + M_{SM}$ (t-m)
10.00	252.04	94.00	67.82	50.41	118.23
12.00	417.45	296.64	213.79	83.49	297.28
14.00	642.66	623.28	449.04	128.53	577.57
16.00	936.87	1100.8	792.94	187.37	980.32
18.00	1309.27	1756.08	1264.84	261.855	1525.70

Estos valores pueden graficarse como se muestra en la Figura 141.



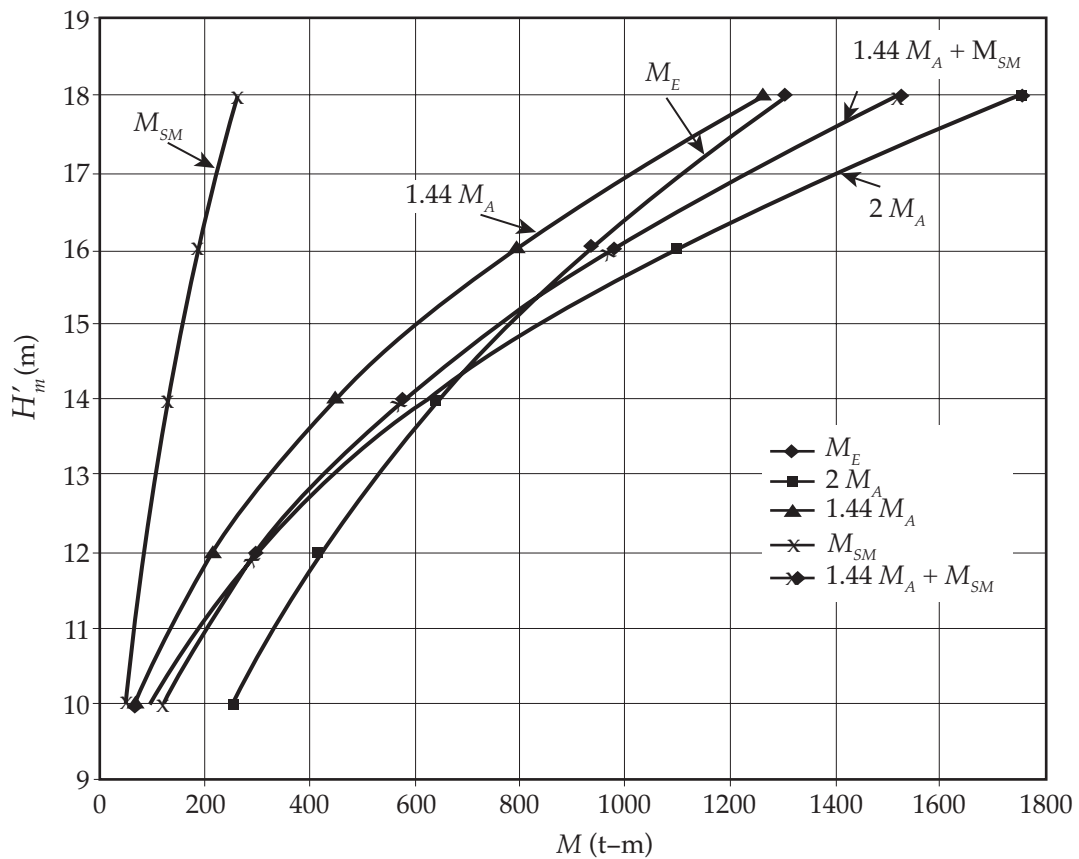


Figura 141. Comparación de momentos actuantes y resistentes.

Como puede notarse el muro es estable hasta una profundidad aproximada de 14.00 m, por lo tanto se considera estable.

#### Revisión al deslizamiento

No se revisarán las condiciones ordinarias, pues son más desfavorables las extraordinarias con  $H'_m = 14.00$  m. Utilizando la ecuación:

$$FC = \frac{\sum N' \tan \phi_i + C_c A_d}{\sum F_h}$$

que debe ser mayor o igual que 1.50

$$\sum N' = 0.58 (14.00)^2 + 1.15(14.00) = 128.80 \text{ t}$$

$$\tan \phi_i = 0.55$$

$$\bar{c}' = 140.00 \text{ t/m}^2$$

$$A_d = [(14.00(0.50)) + 0.50](1.00) = 7.50 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \sum F_h = & [(0.84)(14.00)^2 - 8.25(14.00)] + [(0.84)(14.00)(1.20)] + \\ & + [(0.58)(14.00)^2 + (1.15)(14.00)](0.20) = 89.05 \text{ t} \end{aligned}$$

$$FC = \frac{128.80(0.55) + 140.00(7.50)}{89.05} = 12.59 > 1.50$$

por lo tanto es aceptable el diseño bajo esta revisión.

Revisión de esfuerzos: se utiliza la ecuación de la esquadria:

$$\sigma = \frac{N'}{A_c} \pm \frac{M}{I} y_{\max}$$

se tiene:

$$N' = 128.80 \text{ t}$$

$$A_c = 7.50 \text{ m}^2$$

$$I = \frac{b'h_t^3}{12} = \frac{1.00(7.50^3)}{12.00} = 35.16 \text{ m}^4$$

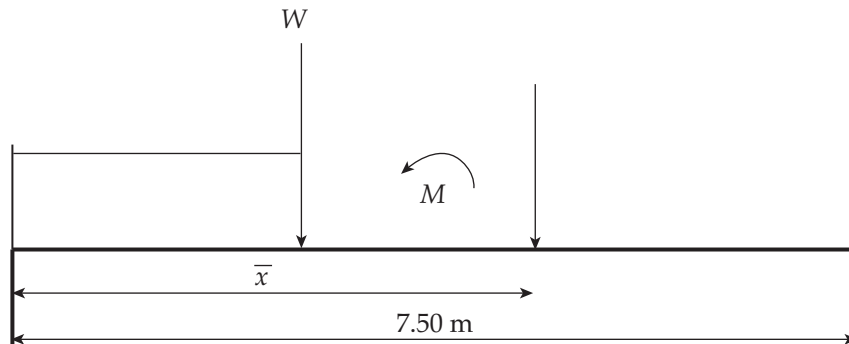


Figura 142. Elementos geométricos del muro.

se hará uso de la Fig. 142 para ilustrar el desarrollo matemático:

Así:

$$W = \bar{V}\gamma_{mr} = 0.58(14.00)^2 + 1.15(14.00) = 128.80 \text{ t}$$

con la ecuación obtenida:

$$\bar{x} = \frac{1}{3} \left( 14.00 - \frac{1}{(2.00(14.00)) + 4.00} + 1 \right) = 4.99 \text{ m}$$

el momento debido al peso propio será:

$$M_E = 128.80 (\bar{x} - 3.75) = 128.80 (4.99 - 3.75)$$

$$M_E = -159.71 \text{ t-m}$$

el momento debido al sismo en el muro vale:

$$Fx = 0.2 W = 0.20(128.80) = 25.76 \text{ t}$$

$$\bar{y}_n = \frac{14}{3} \left( \frac{14+3}{14+2} \right) = 4.96 \text{ m}$$

$$M_{SM} = Fx\bar{y}_n = 25.76(4.96) = 127.77 \text{ t-m}$$

el momento debido al empuje activo se calcula así:

$$M_{EA} = 0.28 (14.00)^3 - 2.33 (14.00)^2 = 311.64 \text{ t-m}$$

considerando sismo se tiene:

$$1.2 M_{EA} = 1.2(311.64) = 373.97 \text{ t-m}$$

así, la suma de momentos vale:

$$\sum M = 1.2 M_T + M_{SM} - M_E = 373.97 + 127.77 - 159.712 = 342.026 \text{ t-m}$$

sustituyendo en la ecuación de la escauadría:

$$\sigma_{\downarrow} = \frac{128.80}{7.50} + \frac{342.026}{35.16} (3.75) = 53.65 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_B = 53,650.00 \text{ kg/m}^2$$

$$\sigma_A = \frac{128.80}{7.50} - \frac{342.026}{35.16} (3.75) = -19.31 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_A = -19,310.00 \text{ kg/m}^2$$

El acero de refuerzo por temperaturas para concretos masivos se calculará considerando un espesor de concreto de 37.50 cm (15") máximo, y para revestimiento de concreto reforzado se calculará considerando todo el espesor del concreto.

En el caso de los vertedores, el espesor mínimo considerado es de 25.00 cm y el más común de 30.00 cm.

### 19.3 REVESTIMIENTO DE LOS CANALES

Los canales de descarga se revisten para formar una superficie protectora impermeable que evite la erosión o daños a la cimentación. Durante las descargas del vertedor, el revestimiento queda sujeto a fuerzas hidrostáticas debidas al peso del agua contenida en el canal, a fuerzas de arrastre producidas por el flujo y a fuerzas de subpresión producidas por el agua bajo el canal.

Cuando no hay escurrimiento, el revestimiento está sujeto a la acción de los elementos naturales, incluyendo la dilatación y contracción debida a las variaciones de la temperatura

y al deterioro químico; a los efectos de los asentamientos y del pandeo; y a las subpresiones producidas por las filtraciones subterráneas o por elevados niveles freáticos. Normalmente no es posible evaluar las diferentes fuerzas que puedan estar presentes. Su espesor se determina generalmente con un criterio empírico que variará con el tipo de cimentación, no es lo mismo colocar una losa sobre una superficie rocosa, que sobre una arenosa.

El *USBR*, 1960, recomienda que el espesor mínimo nominal sea 20 cm. Las losas y el revestimiento se diseñarán de acuerdo a la teoría estructural correspondiente.

El revestimiento de los taludes, así como el de la plantilla, se colará alternadamente en losas de las dimensiones indicadas en la Fig. 143. Los colados de las losas contiguas deberán hacerse a intervalos de 5 días mínimo. Colóquese el esfuerzo continuo a través de las juntas de construcción.

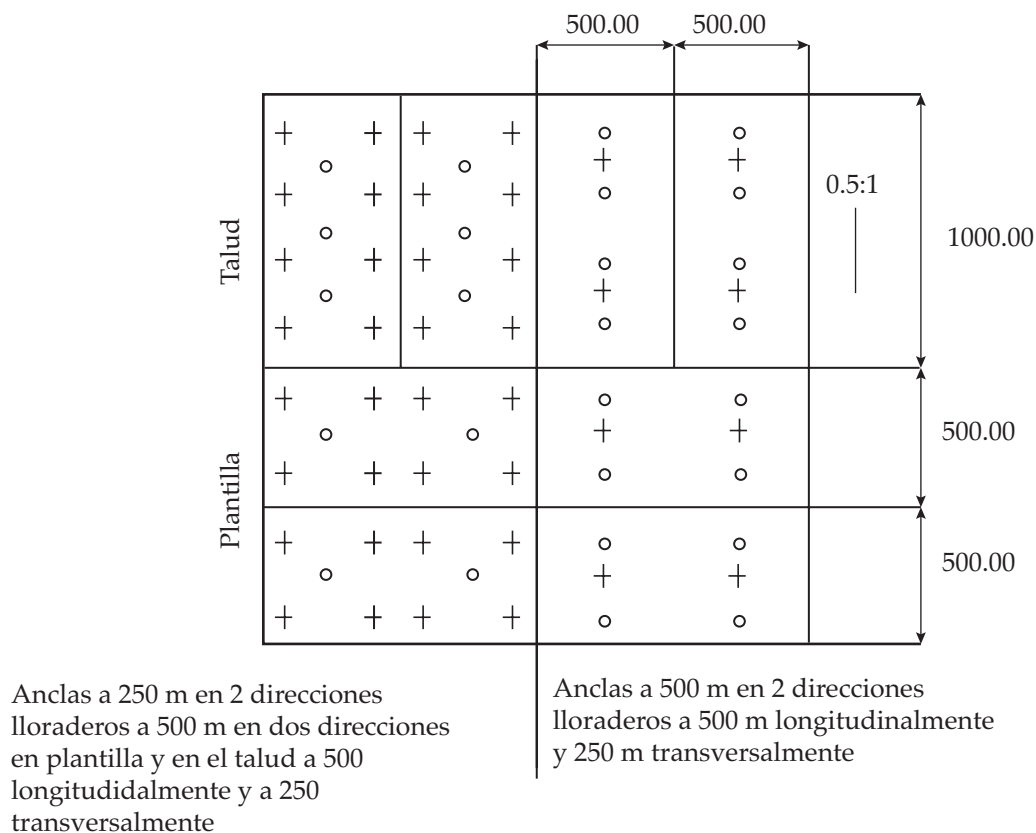


Figura 143. Colado de losas en módulos de 5.00 por 10.00 m distribuidos en anclas y lloraderos.

## 19.4. DETALLES DE DISEÑO

En esta sección se presentará detalles complementarios al diseño de los canales de descarga.

### 19.4.1. DRENAJE DEL CANAL

Con frecuencia existen capas freáticas altas que, en caso de que el canal se vacíe, pueden producir el levantamiento del revestimiento y su rotura. Estas capas freáticas están originadas

por la lluvia que se infiltra por el terreno o por las propias filtraciones del canal a través del revestimiento, de las juntas o de las grietas del concreto. Debe anotarse que el drenaje no solo debe preverse para la plantilla del canal, sino también para los taludes.

#### *19.4.2. TIPOS DE DRENAJE*

Los tipos de drenaje son diversos e incluyen todos aquellos elementos destinados a conseguir la evacuación del agua antes de que pueda infiltrarse en el terreno, así como todos aquellos otros que tratan de eliminarla después de haberse infiltrado.

Los drenajes exteriores para aguas superficiales son los más económicos y los más fáciles de conservar. Son capaces de eliminar volúmenes de agua muy superiores a los que pueden eliminar los drenes interiores.

Los drenes superficiales están formados por cunetas, que pueden estar situadas en la ladera donde está ubicado el canal y a mayor altura esté, en cuyo caso, se llaman cunetas de coronación. También se colocan cunetas en el mismo nivel del canal, pudiendo estar también en las bases de los terraplenes o inclusive en la ladera a cotas inferiores a la del canal, para eliminar las filtraciones de éste.

Los drenajes enterrados, destinados a la protección del revestimiento del canal, son fundamentalmente tubos porosos situados bajo del revestimiento y a lo largo del canal o bien capas de material filtrante, situadas entre el revestimiento propiamente dicho y el terreno de la cimentación.

Entre los elementos del drenaje interior, destinados a estabilizar el canal, se encuentran los sondeos drenantes, en cualquiera de sus múltiples formas y patentes así como las capas filtrantes colocadas en la base o en medio de los terraplenes.

También pueden preverse a veces filtros en el pie de los taludes.

#### *19.4.3. DRENES LONGITUDINALES CON TUBOS POROSOS BAJO LA PLANTILLA*

Los drenes formados por tubos porosos bajo la plantilla del canal tienen como misión fundamental recoger el agua y transportarla a algún punto donde pueden desaguar.

Su característica fundamental es, la facilidad de transporte del agua en el sentido del dren, que es en sentido transversal.

Para secciones de canal más grande será necesario o aumentar proporcionalmente el diámetro o el número de tubos drenantes de forma tal, que entre todos ellos alcancen la superficie adecuada.

Existen otros tubos comerciales que se aplican para drenajes. Los más frecuentes entre ellos son los formados por plástico y que pueden admitir el agua en su interior o bien por

perforaciones existentes o sencillamente por admisión a través de las juntas de unión entre cada dos consecutivas.

Los tubos drenantes suelen colocarse en una zanja rellena a su vez de material filtrante. Este material es indispensable cuando los tubos admiten el agua a través de las juntas, ya que la trayectoria que ésta sigue, es la de entrar primero al relleno filtrante y a continuación escurrir a través de él, paralelamente al tubo, hasta alcanzar la junta más próxima.

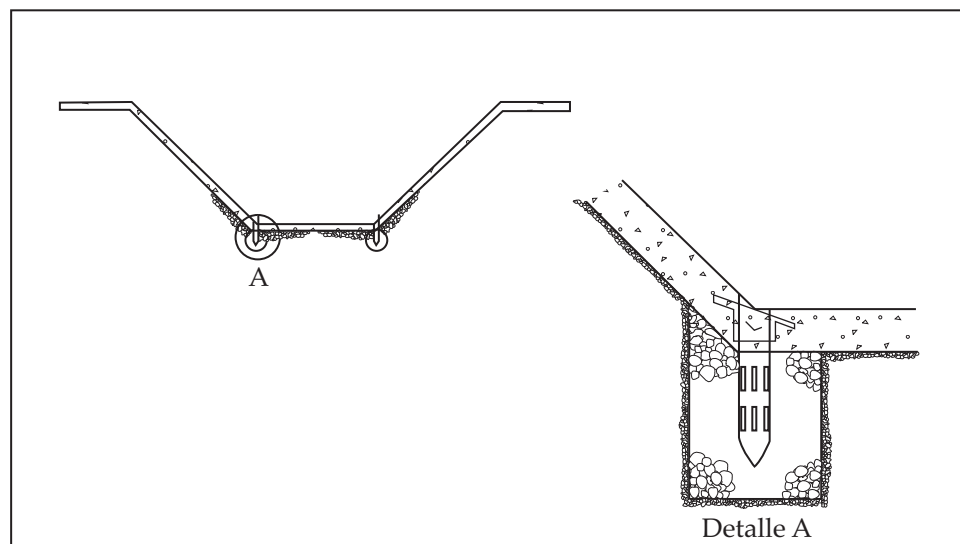
Según la clase de los tubos, será necesario que este material permeable tenga una granulometría adecuada, como un filtro para evitar la entrada del material dentro del tubo y al mismo tiempo evitar la colmatación del material con el propio terreno circundante.

Para cierto tipo de tubos fabricados con hormigón poroso, el tamaño de los poros es tal que el relleno no puede ser sencillamente arena, sin exigir una clasificación especial.

Pero aún en estos casos puede ser necesaria la existencia de material de relleno, para evitar la colmatación del tubo con el terreno circundante.

El lugar para la ubicación del dren debajo de la plantilla, es el centro de la misma siguiendo el eje del canal, de esta forma se evita a que el tubo tenga que soportar los empujes producidos por un posible deslizamiento del revestimiento del talud. Sin embargo, si el canal es ancho y hay que poner más de un dren, debe colocarse uno a cada lado de la plantilla.

Es fundamental que el relleno del material granular de la zanja donde va alojado el tubo se compacte perfectamente, de otra forma la plantilla trabajaría como una viga y podría fracturarse.



**Figura 144. Tubo drenante, (Detalle).**

La aportación de las filtraciones al tubo se realiza de una forma aproximadamente continua, desde el comienzo del dren hasta su desembocadura. Ello hace que el caudal a lo largo del dren comience por un valor nulo y acabe con un valor máximo.

En ocasiones se ha utilizado el mismo procedimiento, combinado con una válvula de cierre automático, que se abre cuando la subpresión supera en un cierto valor a la presión interior, Figura ciento cuarenta y cuatro.

También deben colocarse drenes transversales que incrementen la capacidad de desagüe, formándose así una cuadrícula bajo la plantilla del canal.

#### 19.4.4. LLORADEROS

Consisten en filtros de grava y arena colocados en la parte posterior de los muros, ver Fig. 145, del revestimiento o en la plantilla del vertedor. Cuando se colocan en los respaldos de los muros o atrás del revestimiento se evita el empuje del agua sobre ellos, cuando se colocan en la plantilla alivian la subpresión. Su distribución debe ser tal que en todos tengan la misma área de captación. Los filtros se comunican con tubos de acero, generalmente de unos 5.00 cm de diámetro, que atraviesan los muros para comunicarse con el exterior. En la Fig. 146, se presentan varias clases de lloraderos y su colocación en un muro de contención.

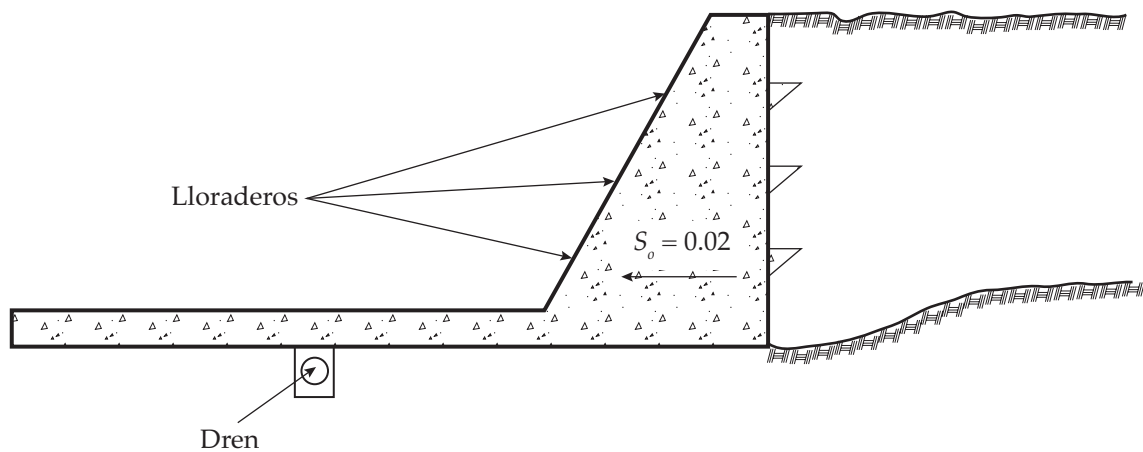


Figura 145. Lloraderos en el respaldo de un muro.

En México se recomienda que los lloraderos se formen por un tubo de 6.35 cm (2.5") de diámetro con un filtro cónico con grava cribada. En el caso de tener una cimentación rocosa se elimina el filtro cónico invertido dejándose únicamente el lloradero de 6.35 cm (2.0") de diámetro.

De acuerdo a las dimensiones del colado de las losas del revestimiento, se hará la distribución de los lloraderos y de las anclas alternándolos.

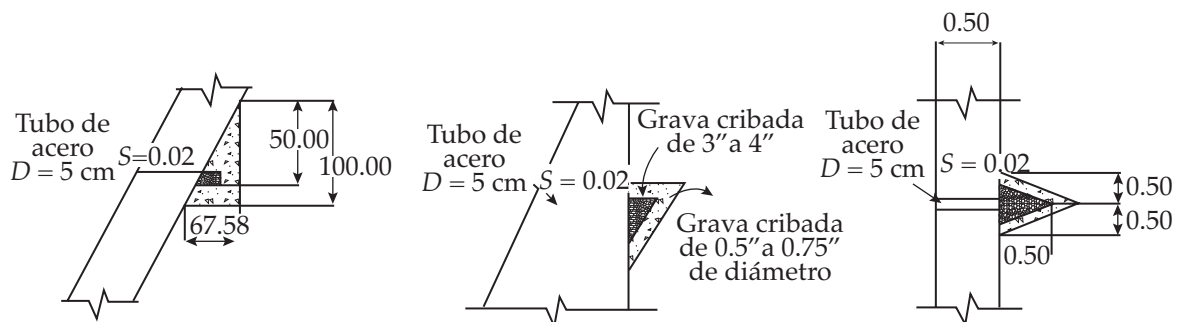


Figura 146. Detalles de diferentes tipos de lloraderos.

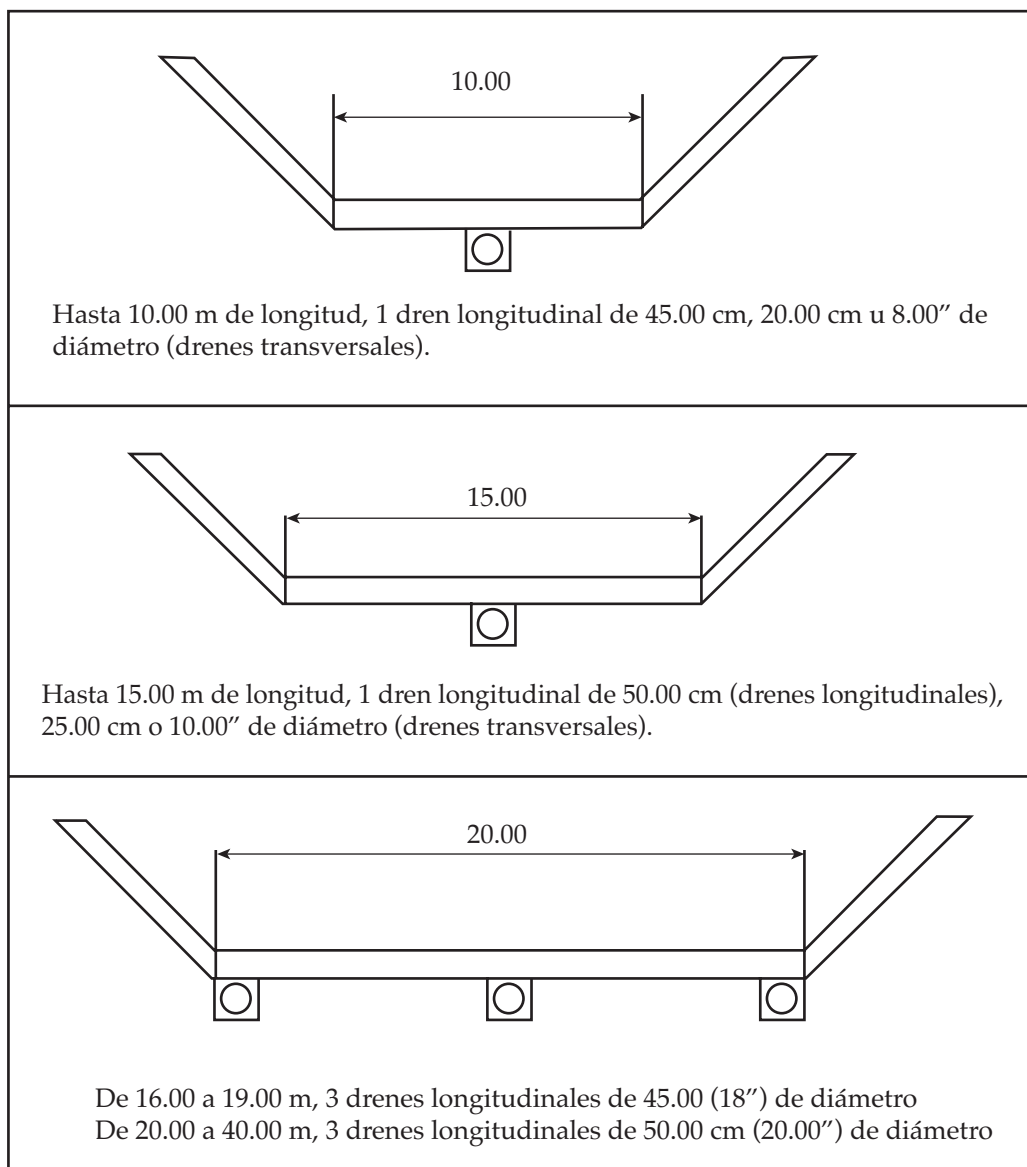
Si el colado de las losas se hace en módulos de 5.00 m por 10.00 m, la distribución de lloraderos y anclas será 2.50 m ó 5.00 m.

Para el colado de losas con otras dimensiones, se hará una distribución semejante a la mostrada en la Fig. 143, pero adecuada a esas dimensiones.

En cuanto al sistema de drenaje se anota lo siguiente: para el canal de descarga del vertedor con plantilla hasta de 10.00 m, se usará tubería de 45.00 cm (18") de diámetro para el dren longitudinal y de  $\phi$  para los transversales.

Para canales de descarga con plantillas mayor de 10.00 m y menor de 15.00 m, llevará un dren central longitudinal de 50.00 cm (20") de diámetro, alternados descargando en el dren longitudinal central.

Para plantillas de 15.00 m y menores de 40 m, se pondrán más drenes longitudinales con sus correspondientes drenes transversales diagonales, ver Figura ciento cuarenta y siete.



**Figura 147. Colocación de drenes en canales de descarga.**



#### 19.4.5. JUNTAS DE CONSTRUCCIÓN

Las juntas de construcción son espacios vacíos practicados en el revestimiento de concreto de los canales para romper su carácter monolítico y de ese modo permitir su libre movimiento, con esto se evita la presencia de grietas nocivas a la estructura del canal. Al mismo tiempo la junta de construcción debe impedir el paso de agua a través de la misma (debe ser impermeable).

La junta de construcción puede considerarse como una grieta proyectada de forma adecuada, en un lugar previamente elegido para evitar grietas indeseables e incontrolables. Los cambios volumétricos de la masa de concreto se producen por dos causas distintas:

- a) Los efectos del fraguado que tienen solamente un carácter transitorio, ya que no se presentan al terminar éste.
- b) Los cambios de temperatura ambiental que por el contrario tienen un carácter permanente.

En la primera causa influye la acción química de los elementos del concreto, el calor motivado por la hidratación del cemento, etc., en la segunda influyen los coeficientes de contracción y dilatación del concreto debido a los cambios de temperatura o pérdidas de humedad.

#### 19.4.6. TIPOS DE JUNTAS

Los principales tipos de juntas de construcción son los siguientes:

- a) Las que consisten en rellenar su espacio vacío con un material impermeable.
- b) Las que consisten en la utilización de una banda permeable, empotrada dentro del revestimiento de concreto la cual forma una barrera impermeable a través de la junta.

Como material de relleno, se emplean emulsiones asfálticas de aplicación en frío, o a base de productos sintéticos tipo caucho de polisulfuro, resinas epóxicas, y bandas impermeables de hule, butilo, neopreno, estireno, poliuretano y PVC, ver Figura ciento cuarenta y ocho.

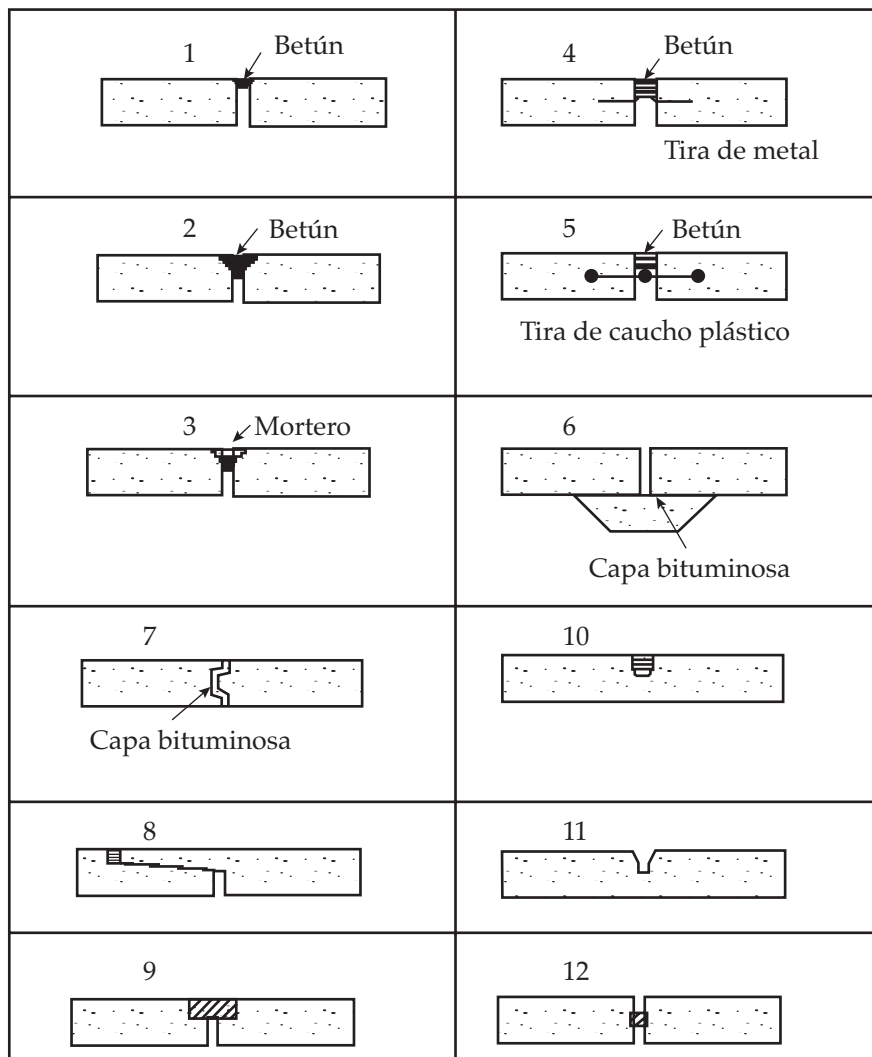


Figura 148. Diferentes tipos de Juntas.

#### 19.4.7. CLASES DE JUNTAS

Las principales clases de juntas de construcción son:

- Juntas de contracción transversales.
- Juntas de contracción longitudinales.
- Juntas de dilatación.

Las *juntas de contracción transversales* se instalan para combatir el agrietamiento en esa dirección.

Las *juntas longitudinales* sirven para combatir el agrietamiento longitudinal irregular de las losas no armadas en las que el perímetro de revestimiento es de 9.00 m o más y su separación entre sí es de 2.50 a 4.50 m.

Los revestimientos de concreto no requieren por lo general de juntas de dilatación a no ser que estos revestimientos estén en contacto con estructuras fijas o se encuentran en otras condiciones extremas.

La experiencia ha demostrado que el empleo de *juntas de dilatación* implica siempre un aumento del número de aberturas en las juntas de contracción cercanas, lo que conviene en los revestimientos de canales, porque hace más difícil mantener estancas las juntas.

#### 19.4.8. SEPARACIÓN ENTRE LAS JUNTAS DE CONSTRUCCIÓN

Se ha pretendido establecer por medio de cálculos la distancia permisible entre las juntas de construcción, pero por falta de los datos necesarios y la diversidad de condiciones que se presentan en la realidad se aconseja basarse en los resultados empíricos.

El uso de bandas hechas con materiales como el hule, butilo, neopreno, estireno, poliuretano, y PVC, ha aumentado en forma notable en los últimos años, cabe aclarar que el material que más aceptación ha tenido es el PVC, esto se debe a que el citado material absorbe los movimientos de la junta y es completamente impermeable, a diferencia de los elementos metálicos, las bandas de PVC son fáciles de cortar así mismo son sumamente fáciles de unir; el único problema que se presentan es el de su fijación correcta a lo largo de la junta ya que la banda cambia de posición con frecuencia por el impacto y presión del concreto al realizarse el vaciado, desplazamiento que trae como consecuencia la mala colocación de la banda y la posibilidad de filtraciones.

Finalmente se hacen las siguientes recomendaciones para el empleo adecuado de las bandas.

- a) El ancho de la banda no debe ser mayor que el peralte del elemento en que se colocará.
- b) Para lograr un correcto anclaje en el concreto, el ancho de la banda no debe ser menor a seis veces el tamaño máximo del agregado grueso, más el ancho de la junta específica.
- c) La distancia de la superficie al punto donde se coloca la banda no debe ser menor que la mitad del ancho de la banda.
- d) La distancia mínima entre el acero de refuerzo y la banda debe ser igual a dos veces el tamaño máximo del agregado.

#### 19.4.9. CUBRE JUNTAS DE METAL Y EMPAQUES DE HULE

Cuando es necesario que el revestimiento sea impermeable a las cargas hidráulicas exteriores se instalan cubrejuntas de metal o empaques de hule para cerrar las juntas.

Dichos cierres se colocan en las losas de revestimiento aguas arriba de la estructura de control, si la impermeabilidad se desea para aumentar la trayectoria de las filtraciones debajo de la estructura. Generalmente se colocan en las juntas transversales a lo largo de las

porciones curvas cóncavas del canal de aguas abajo, donde las presiones dinámicas sobre el revestimiento producen una carga elevada para introducir el agua en la junta.

Los cierres pueden ser convenientes a lo largo de las juntas longitudinales en los estanques amortiguadores que se construyen sobre una base permeable. Las cargas diferenciales que resultan en la superficie inclinada del agua del resalto, pueden producir la circulación del agua debajo de la losa si se permite que las filtraciones atraviesen la junta en el extremo de aguas arriba.

Los materiales basados en cloruro de polivinilo (PVC) pertenecen al grupo de los termoplásticos. Son sensibles en cierto grado a los cambios de temperatura, y su consistencia depende de la misma. Se reblandecen con temperaturas elevadas, por lo que, por medio de calentamiento, es relativamente fácil lograr la unión de las distintas piezas de PVC. Sin embargo, retienen cierta deformación permanente.

Las bandas de PVC no deben estar normalmente en contacto con materiales asfálticos, ya que los aceites contenidos en éstos emigran dentro del PVC, modificando sus propiedades.

Al grupo de elastómetros pertenecen los cauchos sintéticos a base de butilo, y los basados en policloropreno. No son sensibles a los cambios de temperatura, y no están sujetos a deformación permanente, ni a la acción de los aceites contenidos en los materiales asfálticos.

#### *19.4.10. OTROS MATERIALES*

Aparte de las masillas y de las bandas que hemos indicado anteriormente para el sellado de las juntas de contracción y de acuerdo con el tipo de las mismas, el empleo de láminas y pastas asfálticas, de pintura imprimible y de fibra de vidrio.

Se trata de materiales que se utilizan en forma usual en los trabajos de impermeabilización.

#### *19.4.11. DENTELLONES*

Cuando se excava en tierra el canal colector, la losa debe colocarse directamente sobre la superficie excavada, o puede ser necesario usar un colchón intermedio impermeable, según la naturaleza de la cimentación con respecto a la permeabilidad, susceptibilidad a hincharse por efecto de las heladas, y su heterogeneidad que en un momento dado pueda afectar los asentamientos diferenciales. Debido a que la losa no está unida a la cimentación, está sujeta a los movimientos producidos por la dilatación y la contracción, y deberá evitarse que se corra cuando lo construyen en un talud. Esto se puede lograr por medio de dentellones, que podrán mantenerse en una posición más o menos fija con respecto a la losa y la cimentación.

Los dentellones se pueden usar también para interceptar el escurrimiento en los estratos permeables de la cimentación, para disminuir las filtraciones y evitar la formación de subpresiones debajo del vertedor o de las áreas adyacentes. Cuando la zanja para el

dentellón de la presa se prolonga al vertedor, generalmente se une al dentellón de aguas arriba del vertedor para disponer de una barrera continua entre las laderas.

Generalmente se dispone un dentellón en el extremo de aguas abajo del vertedor, como una medida de seguridad contra la erosión y la socavación del extremo de la estructura. Algunas veces, se construyen dentellones en puntos intermedios para que sirva de barreras contra el agua que corre a lo largo de las superficies de contacto entre la estructura y la cimentación, y para alargar el recorrido de las filtraciones debajo de la estructura.

Cuando el vertedor es un conducto debajo de la presa, el dentellón toma la forma de collares, colocados a intervalos alrededor del cañón del conducto. Siempre que existe la posibilidad, se colocan dentellones en las cimentaciones de roca en zanjas verticales. En las cimentaciones de tierra donde los dentellones deben formarse en una zanja con sus costados en talud, debe tenerse cuidado en compactar cuidadosamente el relleno, usando material impermeable para obtener una barrera razonablemente impermeable.

Los dentellones se pueden construir de madera, concreto, de cortinas de concreto ó cemento, de ataguías de tablestacas de acero o de tierra impermeable en una zanja.

#### 19.4.12. ANCLAS

La SARH, recomienda lo siguiente: se pondrán anclas en el canal colector, canal de descarga y tanque amortiguador. Las anclas estarán formadas por varillas de 1.91 cm (3") de diámetro alojadas en perforaciones de 7.62 cm (3/4") de diámetro rellenas con mortero de cemento 1:3 y un aditivo expansor. La profundidad de estas anclas será de 1.50 m a 3.00 m en el canal de descarga dependiendo del tamaño de la sección por el canal.

Para el canal colector y tanque amortiguador deben verificarse las anclas aumentando el peso propio del revestimiento, el peso del volumen de la cimentación incorporado por el anclaje (ver Fig. 149).

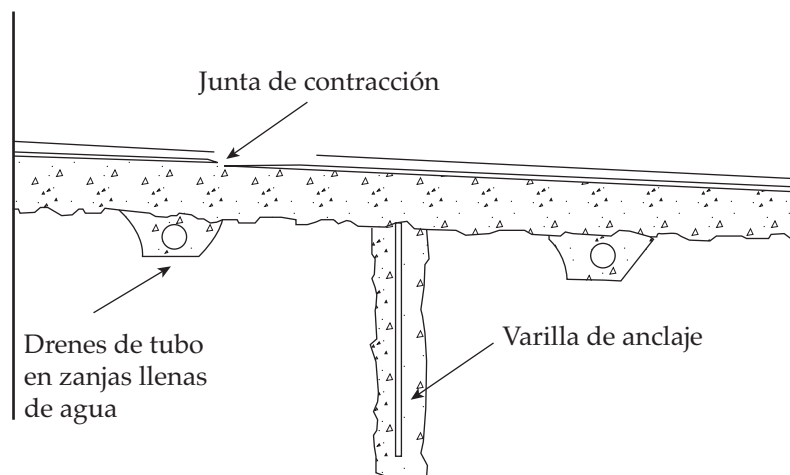


Figura 149. Revestimiento típico sobre cimentaciones de roca, *USBR, Design of Small Dams, 1960.*

De acuerdo a la cimentación que se tenga, las anclas se podrán reducir en número y longitud o suprimirse, a juicio del Ing. Residente de la obra, si existe muy buena roca o se tiene un talud mayor de  $0.5:1$ ; en taludes iguales o mayores de  $1.5:1$  no se consideran anclas, en la Fig. 150 se presentan los revestimientos típicos sobre cimentaciones de roca y de tierra.

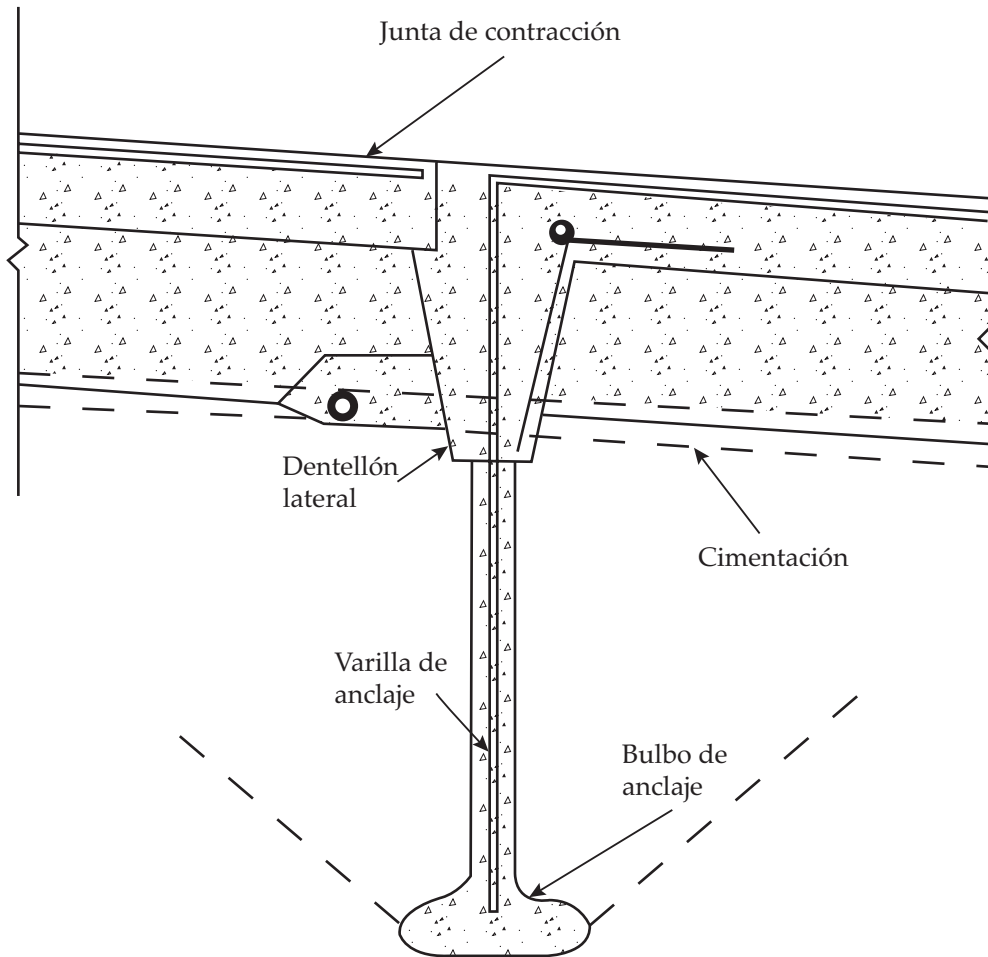


Figura 150. Revestimiento típico sobre cimentaciones de tierra, *USBR, Design of Small Dams, 1960.*

## Referencias

- Aparicio, J., Fundamentos de hidrología de superficie, Ed. Limusa-Noriega Editores, 1996, pp. 258-265.
- Arreguín F., Aeración y superficies poliédricas, Tesis Doctoral, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Septiembre, 1985.
- Arreguín F., "Cavitación y aeración en obras de excedencia", Avances en Hidráulica 13, Asociación Mexicana de Hidráulica e Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, México, México D. F., ISBN-968-5536-48-1, Mayo de 2005, 75 pp.
- Arreguín F., Echávez, G., "Aeración en flujos de alta velocidad. Región gradualmente aireada", X Congreso de la Academia Nacional de ingeniería, 1984, pp. 258-262.
- Arreguín F., Echávez, G., "Aeración en flujos de alta velocidad. Zonas parcial y totalmente aireadas", XI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Buenos Aires, Argentina, 1984, pp. 645-656.
- Arreguín, F., Echávez, G., "Aeración natural en flujos de alta velocidad. Región gradualmente aireada", Parte I. VII Congreso Nacional de Hidráulica, pp.C68- C77.
- Arreguín F., Echávez G., "Aeración natural en flujos de alta velocidad, Región parcialmente aireada", Parte I.VII Congreso Nacional de Hidráulica, 1984 pp. C78-C90.
- Anderson, A. y Straub, F., Self-aerated Flow in Open Channels, ASCE, Vol. 125, 1960 pp. 456-481.
- Ball, J. W., Cavitation from Surface Irregularities in High Velocity, Journal of the hydraulics División, 102, Sep, p. 1073.
- Bazin, H.E., Expériences nouvelles sur l'écoulement en déversoir ("Recent experimentals on the flow of water over weirs"), Mémoires et documents, Annales des ponts et chaussés, Ser. 6, Vol. 16, 2º semestre de 1888, pp. 393- 448; Ser. 6, Vol. 19, 1er. Semestre de 1890, pp.9-82; Ser. 7, Vol. 2, 2º semestre de 1891, pp. 445-520; Ser. 7, Vol. 7, 1er. Semestre de 1894, pp. 249-357; Ser. 7, Vol. 2, 2º semestre de 1896, pp. 645-731; y Ser. 7, Vol. 15, 2º trimestre de 1898, pp. 151 -264. La primera parte traducida al inglés por Arthur Marichal y John C. Trautwine, Jr., Proceedings, Engineering'Club of Philaphelphia, Vol. 7, N° 5, 1890, pp. 259-310; Vol. 9, N° 3, 1892, pp. 231 -244; W. Rafter en Report on special water-supply investigation, Congressional Documents. N°s 4146 y 4147, Washington, D.C., 1900, pp. 571 - 950; e Hidrology of the State of New York, New York State Museum, Bulletin 85, Albany, N.Y., 1905.
- Carlsaw, H., Jaeger, J., "Conduction of Hear in Solids", p. 233, Clarendon Press, Oxford, 1947.

- Chanson, H. 1994. "Hydraulic Design of Stepped Cascades, Channels, Weirs and Spillways". Pergamon. 261 pp.
- Colgate, D., Cavitation Damage of Roughened Concrete Surfaces, Journal of the Hydraulics Division ASCE, Noviembre, 1959.
- C.N.A., Disco Compacto, Grandes presas de México, 1999.
- C.F.E., Manual de Diseño de Obras Civiles, Sección E, Hidráulica, pp. 1380-1427, 1970.
- Creager W.P., Engineering for Masonry Dams, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1929, p.106.
- Daily J., Harleman D., "Dinámica de los fluidos", Editorial Trilla, México, 1975, p. 453.
- Design of Small Dams, United States Department of the Interior, Bureau of Reclamation, Washington, D.C., 1960.
- Eccher, L. y Siegenthaler, A., "Spillway Aeration of the San Roque Project", Water Power and Dam Construction, Sep, 1982, pp. 37-41.
- Echávez, G., Cavitación en obras vertedoras de alta caída, Instituto de Ingeniería, UNAM 285, Marzo 1971.
- Echávez, G., Protección de zonas expuestas a cavitación. Aplicaciones parte IV, Instituto de Ingeniería, UNAM, 286, 1971.
- Echávez, G. y Arreguín, F., Comportamiento de varias resinas epóxicas bajo excitaciones turbulentas y de cavitación, Instituto de Ingeniería, UNAM, Informe a CFE, 1976.
- Echávez, G. y Arreguín, E., Ampliación del proyecto sobre comportamiento de recubrimientos de concreto bajo excitaciones turbulentas y de cavitación, Instituto de Ingeniería, UNAM, Informe a CFE, 1976.
- Echávez, G., Cavitación en vertedores, 415 Instituto de Ingeniería, UNAM, Febrero, 1979, p. 5.
- Echávez, G. y Arreguín, F., Diseño poliédrico de obras de excedencia, X Congreso Latinoamericano de Hidráulica, México D. F., 1982, pp. 270-278.
- Engineering Report on Design, Construction and Operation of Bratsk Hydropower Plant (named for 50<sup>th</sup> Anniversary of the Great October), Vol. 1, pp. 440, Energiya, Moscow, 1974.
- Falvey T Henry, "Mean Air Concentration of self-Aerated Flows", Journal of the Hydraulics Division, ASCE January 1979, pp. 91-96.
- Gainzburg, Ts G., Tchistyakov, A. M., Design of a Ewar-Resistant Anticavitation Concrete Gosenergoizdath, M L, 1959.
- Gal'perin, R. S., Oskolkov, A. G., Semenov V. M. and Tsedrov G. N.. Cavitation in Hydraulic Structures, Energiya, Moscow, 1977.
- Gangadharaiah.T., Rao, L., Inception and Entrainment in Selfaerated Flows, Journal of the Hydraulics División, ASCE, July 1970, pp. 1549-1563.
- Govinda Rao, H. S., Erosion Resistance, Cavitation-its Inseption and Damage Irrigation and Power, V. 18, No. 1, 1961.
- Govinda, R. y Thiruvengadam, A., Prediction of Cavitation Damage, Journal of the American Society of Civil Engineering, Sep, 1961.
- Gobierno de España, 2010.
- Grün, W., Sperrbeton für Moderne Wasserbanten Wasservirtscharff, Proc Amer Soc. Civ. Eng. No. 7, 1960.
- Halbronn, G., Etude de la mise en regimedes ecoulements sur les aouvrages a fortupente, La houller Blanche, No. 1, 1951, pp. 21 -40.



- Hamilton, W S, "Aeration of Flows down Spillway", an unpublished Harza Engineering Company Memorandum, Feb. 27, 1980.
- Hickox, G.H., Air Entrainment on Spillways Faces, Vol. 15, No. 12, 1945, pp. 562-563.
- Hinze, J. O., Turbulence, McGraw-Hill, Second Edition, 1975.
- Hiriart, F., Diseño hidráulico de vertederos de abanico, Ingeniería Hidráulica en México, Vol. 3, No. 2, México, 1949, pp. 46-47.
- Holl, J. W., The Estimation of the Effect of Surface Irregularities on the Inception of Cavitation, Universidad Estatal de Pensilvania, 1965.
- Inozemtev y P., Cavitation Erosion Resistance of Hidrotechnical Concretes fo Cement and Plimer Brinders, XI Congreso AIHR, I, 48, Leningrado, 1965.
- Keller, R. y Wood, I., Developing Region In Self-Aerated Flows, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, April, 1974, pp. 553-567.
- Kudriashov, G. V., Zharov, N. I., Rosanov, N. P., Niet Kaliev, A. T., "Cavitation and Cavitation Erosion of Members of Water Outlet Structures", International Association for Hydraulic Research, Moscú, 1983, pp. 453-467.
- Lane, E. W., Entrainment of Air Inswiftly Flowins Water, Civil Enginnering, Vol. 9, No. 2, 1939, pp. 88-91.
- Lázzari, E., Ricerca sullo sfioratore a pianta circolare, L' Energia Electrica, Vol 31, Milán, 1954, pp. 838-849.
- Lebreton. A., Les et accidentes graves de bajares de 1964 a 1983, La Houille Blanche, No. 6/7, 1985.
- Levi, E. y Aldama, A., Diseño hidrodinámico y automatización fluídica en obras hidráulicas, UNAM, Instituto de Ingeniería, octubre de 1979 (D-14), pp. 18-61.
- Marcano y Castillejo, "Model-Prototype Comparison of Aeration Devices of Guri Dam Spillway", Symposium on Scale Effects in Modelling Hydraulic Structures, IAHR, Sep 1984, pp. 4.6-1, 4.6-5.
- Marengo, H., Análisis de riesgo de falla en presas de tierra y enrocamiento ante avenidas, Tesis doctoral, Universidad Nacional Autónoma de México, enero de 1994, pp. 9-26.
- Marengo, H., Análisis de riesgo de falla por desbordamiento del proyecto hidroeléctrico Infiernillo, Revista Ingeniería Hidráulica en México, Vol. XV, Núm. 1, enero-abril de 2000, pp. 73-79.
- Nowothy, H., Destruction of Materials by Cavitation, DVI Verlag, Berlin, 1942.
- Peterka, A.J., The Effect of Entrained Air on Cavitation Pitting, Proceedings Minnesota International Hydraulics Convention, USA, 1965.
- Pinto, S. y Neidert, S. H., "Aeration of High Velocity Flow", Water Power and Dam Construction, Feb 1982, pp. 34; 38, March, pp. 42, 44.
- Prusza, Z. Mantellini, T., Semenkov, V., "Remedial Measures Against Spillway Cavitation" International Association for Hydraulic Research, Moscú, 1983, pp. 468-476.
- Quintela, A. C., International Water Power and Dam Constructiton, Vol. 32, No. 1, p. 17-22, January, 1980.
- Sciemeni, E., Sulla forma delle vene tracimanti. (The form of flow over weirs), L' Energia elettrica, Vol. 7, N° 4, Milán, abril de 1930, pp. 293-305.
- Shalnev, K. K., Cavitation due to Unevenees of the Surface and Erosion Caused by it, Dokl Adak, Nawk, USSSR, 78, 1951.
- Shames, I., La mecanica de los fluidos, McGraw-Hill, México, 1967, pp. 348-351.

- Silveria, A., Some Considerations on the Durability of Dams, Water Power and Dam Construction, pp. 19-28, feb., 1990.
- Roazanov, N., Moys, P., Paskkovy Vorobjov, G., Research of Vacuum and Cavitation Characteristics of Elements of Hydrotechnical Structures, Eleventh International Congress, 1.33, Leningrado, 1965.
- US Army Corps of Engineering, U.S.A.C.E., Recommended Guidelines for Safety Inspection of Dams, Vol. 1, Appendix D, National Program Inspection of Dams, USA, 1976 y 1990.
- USBR, Erosion of Concrete by Cavitation and Solids in Flowing Water, No. C342, Denver, Colorado, Jul 1947.
- USBR. Erosion Resistance Test of Concrete and Protective Coatings, Concrete laboratory, Informe NO. C-445, Denver Colorado, Feb., 1952.
- Vega, O., Arreguín, F., Presas de almacenamiento y derivación, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, tercera edición, México, 1984.
- Veronese, F., Hidroelectricita / Sull' efficacia del dispositi di attenuazione delle onde positive generate nei canali adduttori alle turbine, Venecia, Istituto di Idraulica Giovanni Poleni, 11/ilust., Studi E. Ricerche; 354, Agosto, 1983.
- Viparelli, C., Dissipatori a griglia di fondo, Istituto di Idraulica e Costruzioni Idrauliche della Universita di Napoli, No.148.
- Volkart, P. y Rutschmann, P., Rapid Flow In Spillway Chutes with and without Deflectors A Model-Prototype Comparison, Symposium on Scale Effects in Modelling Hydraulic Structures IAHR, September 3-6, 1984, pp. 4.5-1 4.5-8.

## NOMENCLATURA

Variable	Descripción	Unidad
$A$	Área de la sección transversal por donde pasa el flujo.	$m^2$
$\bar{A}$	Área promedio.	$m^2$
$A_c$	Área de contacto entre la cimentación y el cimacio.	$m^2$
$A_d$	Área de la superficie de desplante o de la sección horizontal.	$m^2$
$A_T$	Área total de la sección.	$m^2$
$Amp$	Avenida máxima probable.	mm
$\bar{A}_i$	Área de la dovela i.	$m^2$
$\bar{A}_1$	Área del aereador.	$m^2$
$A_2$	Área de la sección medidora.	$m^2$
A - A'	Vista en corte del aereador.	-
$a$	Anchura óptima del bloque amortiguador.	m
$\bar{a}$	Parámetro para determinar el agua en un sismo.	-
$ab$	Arco de radio $R_2$ .	m
$\alpha$	Ángulo de la plantilla del canal al inicio de la curva.	$^\circ$
$\alpha'$	Ángulo total del arco central.	$^\circ$
$a_1$	Coefficiente de energía.	-
$a_s$	Coefficiente sísmico.	-
$B$	Base mayor del trapecio.	m
$BL$	Bordo libre.	m
$B_1$	Distancia o ancho total donde se ubican los bloques.	m
$B_2$	Distancia o ancho total entre los dientes del tanque.	m
$B_3$	Ancho total del tanque.	m
$b$	Ancho de la plantilla del canal.	m
$\bar{b}$	Parámetro para determinar el empuje del agua en un sismo.	m
$b_t$	Base menor del trapecio.	m
$\beta$	Ángulo del talud respecto a la horizontal.	$^\circ$
$\beta'$	Ángulo de los arcos laterales.	$^\circ$
$b_1$	Ángulo que forma la superficie de relleno con la horizontal.	$^\circ$
$C$	Coefficiente de descarga.	-
$C_c$	Cohesión del concreto.	kg/cm <sup>2</sup>

$C_g$	Centro de gravedad.	m
$C_{inc}$	Coefficiente de descarga para taludes inclinados.	-
$C_m$	Parámetro en función del ángulo de inclinación	-
$C_o$	Coefficiente de descarga para talud vertical.	-
$C_r$	Capacidad de retenidas.	Mm <sup>3</sup>
$C_s$	Coefficiente de descarga modificado.	-
$\tilde{C}$	Coefficientes de descarga para vertedores de embudo.	-
$C_{1'}, C_{2'}, C_{3'}, C_{4'}$ $C_{5'}, C_{6'} \text{ y } C_{7'}$	Curvas que constituyen al vertedor tipo cimacio.	m
$C_{11}$	Coefficiente que considera cargas diferentes a las de proyecto.	-
$C_{12}$	Coefficiente corregido por el efecto de la pendiente del talud aguas arriba.	-
$C_{13}$	Coefficiente que toma en el ahogamiento.	-
$c$	Concentración de aire.	ppm
$cd$	Arco de radio $R_1 - R_2$ .	m
$c_t$	Concentración de aire en la zona de transición.	ppm
$c(x_e, y_e)$	Concentración en el punto $(x_e, y_e)$ .	ppm
$\bar{c}$	Concentración media del aire.	ppm
$\hat{c}$	Coefficiente en función de la relación $H_o/R$ .	-
$\bar{c}'$	Cohesión del material	t/m <sup>2</sup>
$D$	Diámetro de la tubería o del túnel.	m
$D_h$	Profundidad hidráulica.	m
$D_x$	Coefficiente de difusión.	-
$\overline{\Psi}$	Número de caída.	-
$D_1$	Tirante en el punto de inyección.	m
$d$	Tirante hidráulico.	m
$\bar{d}$	Longitud de la transición medida sobre el eje del vertedor.	m
$dA$	Cambio en el área hidráulica.	m <sup>2</sup>
$d_c$	Tirante del flujo a la entrada de la curva.	m
$d'_c$	Tirante crítico.	m
$d_c + h_c$	Energía específica del escurrimiento al principio de la curva.	m
$d_p$	Tirante del flujo perpendicular a la plantilla del canal.	m
$dQ$	Gasto que ingresa entre las secciones 1 y 2.	m <sup>3</sup> /s
$d_r$	Tirante hidráulico en la pared vertical del tanque.	m
$d_s$	Profundidad máxima de socavación abajo del nivel de aguas del remanso.	m
$d_t$	Elevación sobre la plantilla.	m
$d_t + h_{vt}$	Energía específica del agua al nivel de descarga.	m
$dV$	Incremento de velocidad.	m/s
$d_{wt}$	Tirante mínimo de la descarga.	m
$dx$	Incremento en el eje horizontal.	-
$dy$	Derivada del tirante hidráulico "y".	-
$dy'$	Nivel de la superficie del agua entre las secciones 1 y 2.	m

$\bar{d}y_1$	Cambio en el tirante hidráulico de la sección 1.	m
$d_1$	Tirante conjugado menor a la entrada del tanque.	m
$d_2$	Tirante conjugado mayor.	m
$\Delta h$	Pérdida de energía en el resalto.	m
$\Delta Q$	Cambio en el gasto.	m <sup>3</sup> /s
$\Delta V$	Cambio en la velocidad.	m/s
$\Delta x$	Incremento en el eje horizontal.	m
$\Delta y$	Cambio en el tirante hidráulico en notación de incrementos finitos.	m
$\Delta y'$	Nivel de la superficie del agua entre las secciones 1 y 2 en notación de incrementos finitos.	m
$E$	Energía total.	m
$\bar{E}$	Energía específica.	m
$E_a$	Empuje activo del relleno.	t
$E_c$	Elevación en la sección de control.	m
$E_h$	Empuje hidrostático.	t
$E_p$	Elevación de la plantilla del portal de salida.	m
$E'_p$	Empuje pasivo del relleno.	t
$E_s$	Empuje del agua.	t
$E_T$	Empuje total debido al relleno.	t
$E_1$	Presión de la tierra contra el respaldo del muro.	kg/cm <sup>2</sup>
$E_2$	Presión de la tierra contra el frente del muro.	kg/cm <sup>2</sup>
$e$	Ancho de la transición.	m
$e_{ai}$	Espesor de la región considerada del límite inferior a la zona de transición.	m
$e_{as}$	Espesor de la región superior.	m
$e_{aT}$	Espesor de la capa aireada.	m
$FC$	Coefficiente de fricción - cortante.	-
$F_f$	Fuerza de fricción.	kg
$F_r$	Número de Froude.	-
$F_{ra}$	Número de Froude para flujo aireado.	-
$F_{ro}$	Número de Froude en la última sección.	-
$F_{rwo}$	Número de Froude para flujo no aireado.	-
$F_{r1}$	Número de Froude en la sección 1.	-
$FS$	Factor de seguridad.	-
$F_t$	Número de Froude.	-
$F_x$	Fuerza producida en el eje de las abscisas.	t
$F_y$	Fuerza producida en el eje de las ordenadas.	t
$F_1$	Función que representa la condición de flujo cuasi normal.	-
$F_2$	Función que representa al flujo crítico.	-
$F - F'$	Vista en corte del aereador.	-
$f$	Rugosidad de la superficie.	mm
$f_e$	Factor de fricción de Darcy.	-
$f'_c$	Resistencia a la compresión del concreto.	kg/cm <sup>2</sup>

$f'_t$	Resistencia última a la tensión en el concreto.	kg/cm <sup>2</sup>
$\phi$	Ángulo que forma el labio de la cubeta con la horizontal.	°
$f_i$	Ángulo de fricción interna.	°
$f_f$	Ángulo de fricción interna del concreto.	°
$g$	Aceleración de la gravedad.	m/s <sup>2</sup>
$\gamma$	Peso específico del Agua.	kg/m <sup>3</sup>
$\gamma_c$	Peso volumétrico del concreto.	kg/m <sup>3</sup>
$\gamma_e$	Constante de Euler y vale 0.5772156.	-
$\gamma H_o$	Subpresión máxima.	kg/m <sup>2</sup>
$\gamma_m$	Peso volumétrico del material.	kg/m <sup>3</sup>
$\gamma_{ma}$	Peso volumétrico de la mampostería.	kg/m <sup>3</sup>
$\gamma_{mr}$	Peso volumétrico del material de relleno.	kg/m <sup>3</sup>
$H$	Carga hidráulica.	m
$H_a$	Altura de la presa.	m
$H_c$	Carga sobre el centro del orificio.	m
$H_d$	Diferencia de nivel entre la superficie libre del agua en el embalse y el labio del deflector.	m
$H_e$	Carga total sobre la cresta.	m
$H_f$	Tirante hidráulico final.	m
$H'_f$	Tirante hidráulico parcial.	m
$H_i$	Carga hidráulica abajo del nivel del piso.	m
$H_k$	Carga hidráulica aguas arriba del vertedor hasta aguas abajo del mismo.	m
$H'_m$	Altura del muro sobre la que actúa el relleno.	m
$H_n$	Diferencia entre el nivel de agua en el embalse y la cota del fondo.	m
$H_o$	Carga total de diseño.	m
$H_s$	Carga de sustentación al límite del chorro, con la que estará a punto de ahogarse la cubeta.	m
$H_T$	Caída desde el máximo nivel del chorro hasta el nivel de remanso.	m
$H'_T$	Carga hidráulica total.	m
$H_t$	Carga total de diseño.	m
$H_v$	Carga hidráulica en la tubería.	m
$H_{ve}$	Altura del vertedor escalonado.	m
$H_1$	Carga al fondo del orificio.	m
$H_2$	Carga al labio inferior de la compuerta.	m
$\bar{H}_a$	Diferencia entre el nivel del agua correspondiente a la carga de diseño y la elevación donde se calcula el radio.	m
$\bar{H}_s$	Carga hidráulica total aguas arriba del vertedor de embudo.	m
$\bar{H}_2$	Carga hidráulica aguas abajo del vertedor.	m
$h$	Carga hidráulica total en el vertedor.	m
$h_a$	Carga de velocidad de llegada.	m
$h_c$	Carga de velocidad a la salida a la salida de la cubeta.	m
$h_d$	Perdidas de carga.	m

$h_d$	Carga hidráulica total a la entrada del tanque.	m
$h_e$	Pérdidas por entrada al canal.	m
$h_f$	Pérdida por esfuerzo cortante en el canal.	m
$h_L$	Pérdidas totales.	m
$h_m$	Altura de los muros laterales.	m
$h_o$	Carga de posición del agua.	m
$h'_o$	Altura óptima del bloque amortiguador.	m
$h_{ou}$	Altura óptima del umbral terminal.	m
$hp$	Carga de presión debida al flujo.	m
$h_{pe}$	Altura del peralte del escalón.	m
$h_{pi}$	Proyección vertical del tirante.	m
$h_{rampa}$	Altura de la rampa.	m
$h_s$	Tirante a la salida del deflector.	m
$h_{sc}$	Carga de velocidad en la sección de control.	m
$h_t$	Pérdidas totales en el canal.	m
$h'_t$	Altura del trapecio.	m
$h_T$	Sumatoria de las pérdidas en el tramo.	m
$h_u$	Altura del umbral de salida.	
$hv$	Carga de vaporización.	m
$h_v$	Caída vertical, medida desde la superficie libre del vaso a la superficie del escurrimiento.	m
$h_{vt}$	Carga de velocidad en el nivel de descarga.	m
$h_1$	Carga de velocidad en la sección 1.	m
$h'_2$	Carga de velocidad en la sección 2.	m
$h_3$	Altura del diente del tanque.	m
$h'$	Altura de los bloques.	m
$\bar{h}$	Diferencia de nivel entre el embalse y el río.	m
$\tilde{h}$	Altura del cimacio.	m
$\tilde{\tilde{h}}$	Altura del canal.	m
$\bar{h}_s$	Tirante aguas arriba del vertedor de embudo.	m
$\bar{h}_v$	Tirante en la descarga.	m
$\eta$	Coefficiente que toma en cuenta la pérdida de carga hasta el extremo del deflector.	o
$I$	Momento de inercia.	m <sup>4</sup>
$I_o$	Función modificada de Bessel de primera especie y orden cero.	-
$K$	Coefficiente que se relaciona con el coeficiente de descarga.	-
$K_a$	Coefficiente de contracción por estribos.	-
$K'_a$	Coefficiente activo de presión de tierras.	-
$K_H$	Constante, cuyo valor según Hamilton, 1980, se encuentra entre 0.01 y 0.035.	-
$K_o$	Función modificada de Bessel de segunda clase y orden cero.	-
$K_p$	Coefficiente de contracción por pilas.	-
$K'_p$	Coefficiente pasivo de presión de tierras.	-

$k'$	Coefficiente sísmico del lugar o de la presa.	-
$k, n$	Constantes que dependen del talud del paramento de aguas arriba y de la carga de velocidad de llegada.	m
$\bar{k}$	Distancia del flujo a la superficie.	m
$\bar{kn}$	Rugosidad equivalente de Nikuradse de la superficie.	m
$\bar{k}_1$	Talud del canal colector.	-
$L$	Longitud total neta en la cresta.	m
$L_a$	Ancho efectivo de la cresta.	m
$L_B$	Longitud del tirante.	m
$L'_B$	Distancia de los bloques a la cima de la cresta.	m
$L_c$	Longitud de la cavidad.	m
$L_{ca}$	Longitud del canal de acceso.	m
$L_{ce}$	Longitud de la cresta del vertedor de embudo.	m
$L_{co}$	Longitud del conducto.	m
$L_e$	Longitud efectiva de la cresta.	m
$L_I$	Longitud del estanque tipo I.	m
$L_{II}$	Longitud del estanque tipo II.	m
$L_{III}$	Longitud del estanque tipo III.	m
$L_l$	Longitud de la lumbrera.	m
$L_{mb}$	Longitud mínima del estanque.	m
$L_{mín}$	Longitud mínima del estanque.	m
$L_p$	Longitud horizontal de la caída de agua.	m
$L_{pi}$	Distancia de la cresta al punto de inyección.	m
$L_r$	Longitud de la rápida.	m
$L_s$	Longitud del aereador.	m
$L_s$	Longitud del resalto hidráulico.	m
$L_{sc}$	Longitud de la sección de control.	m
$L_T$	Longitud total para alojar el vertedor.	m
$L_t$	Longitud del tramo considerado.	m
$L'_T$	Longitud total del estanque.	m
$L'_t$	Longitud del túnel.	m
$L_{tv}$	Longitud del vertedor desde la cresta del cimacio al final del conducto de descarga.	m
$\bar{L}$	Longitud del canal colector.	m
$l$	Longitud de la huella del escalón.	m
$L_2$	Ancho de la sección de control b-b'.	m
$L_3$	Distancia de la cresta a la sección de control a lo largo del eje longitudinal.	m
$L_4$	Distancia de la sección de control al final de la transición.	m
$L_5$	Ancho del canal de descarga.	m
$M$	Momento del peso propio con respecto al centro de gravedad.	t-m
$\bar{M}, \bar{N}$	Ramas correspondientes a una de las líneas de corriente hiperbólicas sobre el paramento del vertedor.	-



$M_{AS}$	Momento debido al empuje activo si se considera sismo en su forma más crítica.	t-m
$M_E$	Momento debido al peso.	t-m
$M_{EA}$	Momento debido al empuje activo.	t-m
$M_{ER}$	Momento debido al empuje de relleno.	t-m
$M_{es}$	Momento provocado por el empuje de la sobrecarga.	t-m
$M_r$	Momento resultante.	t-m
$M_s$	Momento debido a la fuerza sísmica.	t-m
$M_{SM}$	Momento debido al sismo en el muro.	t-m
$M_T$	Momento total actuante.	t-m
$M_1$	Cantidad de movimiento en la sección 1.	m
$M_2$	Cantidad de movimiento en la sección 2.	m
$\mu$	Coefficiente que considera el efecto de contracción de la lámina vertiente.	-
$N$	Número de pilas.	-
$N'$	Cargas normales.	t
$NAME$	Nivel de Aguas Máximas Extraordinarias.	msnm
$NAMO$	Nivel de Aguas Máximas de Operación.	msnm
$N_f$	Número de fallas.	-
$N_\phi$	Número adimensional que relaciona el esfuerzo principal mayor con el menor.	-
$N_v$	Número de víctimas.	-
$n$	Coefficiente de rugosidad de Manning.	-
$n_1$	Distancia entre los bloques extremos del tanque.	m
$n_2$	Distancia entre los dientes extremos del tanque.	m
$P$	Profundidad de llegada del canal de acceso.	m
$P_m$	Perímetro mojado.	m
$PMP$	Precipitación máxima probable.	mm
$P_T$	Coordenadas del punto de tangencia entre el cimacio y la rápida.	-
$P_x$	Pendiente transversal de la superficie libre del agua en cada sección.	-
$P_1$	Fuerza de presión en la sección 1.	m
$P_1/\gamma$ y $P_2/\gamma$	Carga de presión.	m
$P_2$	Fuerza de presión en la sección 2.	m
$p$	Elevación del labio del deflector respecto al fondo del río.	m
"p"	Termino de reducción de subpresión.	-
$Q$	Gasto de descarga o caudal.	m <sup>3</sup> /s
$Q_a$	Gasto de aire.	m <sup>3</sup> /s
$Q_{a1}$	Gasto de aire incluido.	m <sup>3</sup> /s
$Q_{am}$	Gasto de aire medido.	m <sup>3</sup> /s
$Q_c$	Gasto crítico.	m <sup>3</sup> /s
$Q_m$	Gasto de la mezcla.	m <sup>3</sup> /s
$Q_{m\acute{a}x}$	Gasto máximo de vertido.	m <sup>3</sup> /s
$Q_{m\acute{i}n}$	Gasto mínimo de vertido.	m <sup>3</sup> /s
$Q_o$	Gasto de diseño.	m <sup>3</sup> /s

$q_p$	Ángulo de la plantilla respecto a la horizontal.	°
$Q_v$	Descarga en un vertedor controlado por compuertas.	m <sup>3</sup> /s
$Q_w$	Gasto del agua.	m <sup>3</sup> /s
$Q_1$	Gasto en la sección 1.	m <sup>3</sup> /s
$Q_2$	Gasto en la sección 2.	m <sup>3</sup> /s
$q$	Gasto unitario del gasto mínimo considerado.	m <sup>2</sup> /s
$q_a$	Volumen de aire demandado por el chorro.	m <sup>2</sup> /s
$q^*$	Gasto unitario en un vertedor de canal lateral.	m <sup>2</sup> /s
$\theta$	Ángulo de inclinación del orificio.	°
$R$	Radio de curvatura de la planta del vertedor.	m
$R_c$	Radio de la compuerta.	m
$R_d$	Radio de la cubeta deflectora.	m
$R_e$	Radio de los estribos.	m
$R_h$	Radio hidráulico.	m
$R_p$	Radio de curvatura.	m
$R_s$	Radio del vertedor de embudo.	m
$R'_s$	Incremento del radio del vertedor de embudo.	m
$R_{ve}$	Radio de la circunferencia del vertedor de embudo.	m
$\bar{R}$	Radio del perfil del chorro.	m
$R'_1$	Radio del arco central de la cresta.	m
$R_1, R_2$	Radio de las curvas del vertedor en el cuadrante aguas arriba.	m
$R'_2$	Radio de los arcos laterales de la cresta.	m
$S$	Pendiente de energía.	-
$S_f$	Pendiente de fricción.	-
$S_{fm}$	Pendiente media de fricción.	-
$S_o$	Pendiente del canal colector.	-
$S_r$	Pendiente de la rápida.	-
$S_{sc}$	Pendiente de la sección de control.	m
$S_t$	Pendiente de la plantilla del túnel.	-
$SP_1$	Subpresión en la sección 1.	t
$SP_2$	Subpresión en la sección 2.	t
$\sigma$	Índice de cavitación.	-
$\sigma_A$	Esfuerzo de tensión.	kg/cm <sup>2</sup>
$\sigma_B$	Esfuerzo de compresión.	kg/cm <sup>2</sup>
$\sigma_i$	Índice de cavitación incipiente.	-
$\sigma_k$	Índice local de cavitación.	-
$\sigma_{kc}$	Índice de cavitación corregido.	-
$\sigma_{ki}$	Índice de cavitación local incipiente.	-
$\sigma_{kn}$	Índice de cavitación en superficies rugosas.	-
$\sigma_{kp}$	Índice de cavitación local en el piso.	-
$\sigma_p$	Fluctuaciones de presión en el vertedor.	kg/cm <sup>2</sup>
$\sigma_{zu}$	Esfuerzos mínimos permisibles.	kg

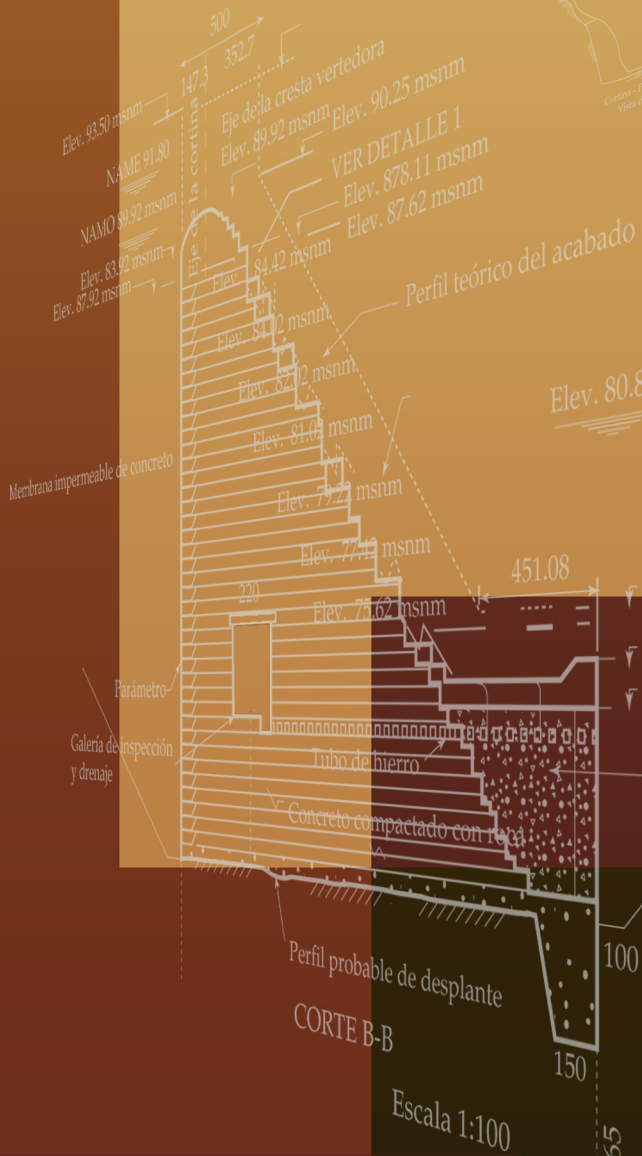
$\sigma_1$	Esfuerzo principal mayor.	kg/cm <sup>2</sup>
$\sigma_3$	Esfuerzo principal menor.	kg/cm <sup>2</sup>
$T_{m\acute{a}x}$	Tirante máximo.	m
$T_{med}$	Tirante promedio.	m
$T_{m\acute{i}n}$	Tirante mínimo.	m
$T_r$	Periodo de retorno.	Años
$TW$	Tirante de agua.	m
$T_3$	Tirante con el que se corre el salto.	m
$t$	Tirante en el río reducido en un 10 %.	m
$t_o$	Tirante teórico mayor en el río con el que se ahoga la cubeta.	m
$t_1$	Tirante hidráulico.	m
$t_2$	Tirante conjugado del resalto hidráulico.	m
$\tau$	ángulo de inclinación de la plantilla del canal o de la rampa.	
$\bar{U}$	Velocidad del Agua.	m/s
$\bar{U}_x$	Velocidad del Agua en la componente horizontal.	m/s
$V$	Velocidad media en la sección transversal.	m/s
$V_a$	Velocidad de llegada.	m/s
$V_c$	Velocidad del flujo a la entrada de la curva.	m/s
$V_{kn}$	Velocidad del flujo a una distancia k de la superficie.	m/s
$V_m$	Velocidad de la mezcla.	m/s
$V_o$	Velocidad en la sección.	m/s
$V_r$	Velocidad media sobre la rampa.	m/s
$V_{real}$	Velocidad a la salida del deflector.	m/s
$V_s$	Velocidad del flujo a la salida de la cubeta.	m/s
$V_t$	Velocidad del flujo en la descarga para el $F_t$ .	m/s
$V_v$	Velocidad sobre el vertedor.	m/s
$V_w$	Velocidad del agua.	m/s
$\bar{V}$	Volumen de la estructura.	m <sup>3</sup>
$\bar{V}_1$	Velocidad del aire.	m/s
$V_1$	Velocidad del flujo en la sección 1.	m/s
$V_1^2/2g$ y $V_2^2/2g$	Carga de velocidad.	m
$V_2$	Velocidad del Agua en la sección 2.	m/s
$V_3$	Velocidad del Agua en la sección 3.	m/s
$W$	Peso propio.	kg
$W_c$	Peso que presenta el concreto.	kg
$W_s$	Fuerza sísmica.	t
$W_2$	Fuerza de los pesos de los accesorios que hubiera sobre el muro.	t
$w$	Ancho máximo del diente.	m
$\omega$	ángulo de salida del deflector.	
$X,Y$	Ejes del plano cartesiano.	-
$X_c, Y_c$	Coordenadas del punto de tangencia entre la sección y el talud del paramento aguas arriba.	m

$X_{ch}, Y_{ch}$	Coordenadas de un sistema cartesiano con origen en el centro del orificio.	m
$x, y$	Coordenadas de un sistema cartesiano con origen en la arista superior del vertedor de cresta delgada, y sentidos positivos de los ejes hacia la derecha y hacia arriba respectivamente.	m
$x_L, y_L$	Coordenadas de un sistema cartesiano con origen en el labio de la cubeta.	m
$x_s, y_s$	Coordenadas de la curva referida a un sistema cartesiano.	m
$x_a$	Distancia de la cresta del cimacio al punto de análisis.	m
$x_e$	Distancia del aereador a la zona de interés.	m
$x_f$	Distancia entre el aereador y el fondo del canal.	m
$x_m$	Distancia $L_e/2$ .	m
$x_t$	Centro de gravedad del trapecio.	m
$x_z$	Ubicación de estaciones.	m
$\bar{x}$	Posición del centro de gravedad del trapecio con respecto al del cimacio.	m
$Y_m$	Ordenada del orificio inclinado.	m
$y_a$	Tirante de llegada antes del resalto hidráulico.	m
$y_c$	Tirante crítico.	m
$y_d$	Tirante después del resalto hidráulico.	m
$y'_d$	Profundidad de la plantilla del tanque respecto al nivel de descarga.	m
$y_e$	Tirante para el flujo teórico no aereado.	m
$y_m$	Tirante de la mezcla.	m
$y_{m\acute{a}x}$	Distancia máxima al punto de análisis.	m
$y_n$	Tirante normal.	m
$y_o$	Tirante del flujo no aereado.	m
$y_p$	Tirante del flujo vertical a la plantilla del canal.	m
$y_s$	Distancia vertical del origen a la cresta del vertedor.	m
$y_t$	Tirante de transición.	m
$y_T$	Tirante total.	m
$y_v$	Carga de posición sobre el vertedor.	m
$y_w$	Tirante del agua.	m
$y_x$	Tirante hidráulico en la sección.	m
$\bar{y}$	Altura de caída.	m
$\bar{y}_1$	Tirante en la sección 1.	m
$\bar{y}_o$	Tirante del canal colector en la última sección.	m
$\bar{y}_p$	Tirante en el portal de salida.	m
$\bar{y}_c$	Punto de aplicación del sismo en toda la sección.	m
$\bar{y}_n$	Punto de aplicación del sismo en el eje de las ordenadas.	m
$y_1$	Tirante en la sección 1.	m
$y_2$	Tirante hidráulico en la sección 2.	m
$y_3$	Tirante hidráulico en la sección 3.	m
$y_{c=0}$	Tirante límite de la región aireada.	m
$y_{c=0.02}$	Tirante de concentración 2.00%.	m
$y_{c=0.08}$	Tirante de concentración 8.00 %.	m
$\psi$	Función de corriente de un potencial complejo dado.	-

$Z_x$	Desnivel entre el nivel del agua en el vaso y el nivel de la superficie libre del canal en la sección de estudio.	m
$Z_1$ y $Z_2$	Carga de posición.	m
$\bar{Z}_1$	Profundidad del centroide bajo la superficie del flujo.	m
$\Sigma H$	Resultante de las fuerzas horizontales.	kg
$\Sigma F_h$	Sumatoria de fuerzas horizontales.	t



$$A = \left( \frac{\pi(2.82^2)}{4} \right) 0.75 = 4.68 \text{ m}^2$$



Elev. 80.87 msnm  $Q=4500 \text{ m}^3/\text{s}$

Elev. 79.38 msnm  $Q=500 \text{ m}^3/\text{s}$

Elev. 76.93 msnm  $Q=1000 \text{ m}^3/\text{s}$

Elev. 76.33 msnm

Elev. 75.00 msnm

Elev. 73.62 msnm

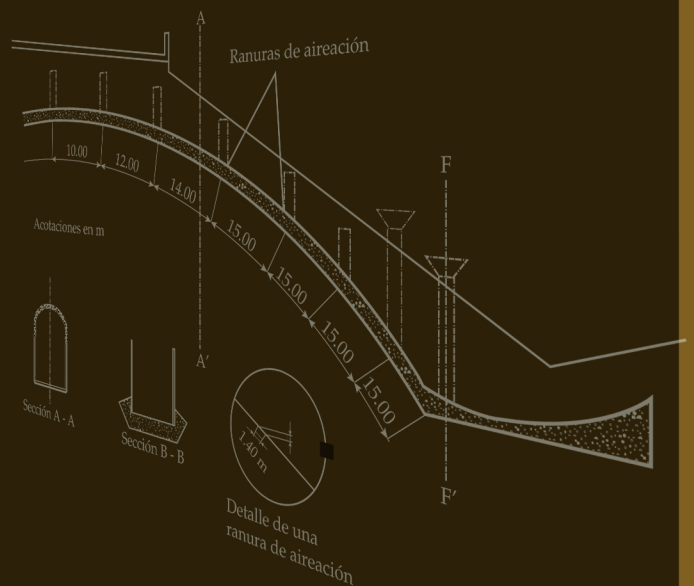
Concreto convencional

Perfil probable de desplante

CORTE B-B

Escala 1:100

0+20.65



**IMTA**  
Instituto Mexicano de  
Tecnología del Agua

**SEMARNAT**